Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Астафьева Анна Андреевна, НПИбд-01-18

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc66445568)

[Задание 1](#_Toc66445569)

[Выполнение лабораторной работы 1](#_Toc66445570)

[Теоретические сведения 1](#_Toc66445571)

[Ход выполнения 3](#_Toc66445572)

[Выводы 6](#_Toc66445573)

# Цель работы

Цель работы — построение модели хищник-жертва.

# Задание

**Вариант 42**

Для модели «хищник-жертва»:

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: . Найдите стационарное состояние системы.

# Выполнение лабораторной работы

## Теоретические сведения

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории). 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает. 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными. 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается. 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

В этой модели – число хищников, - число жертв. Коэффициент описывает скорость вымирания хищников, лишенных пищи в виде жертв, - естественный прирост числа жертв в отсутствие хищников. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия способствует увеличению популяции хищников, но уменьшает популяцию жертв (члены bxy и -dxy в правой части уравнения).

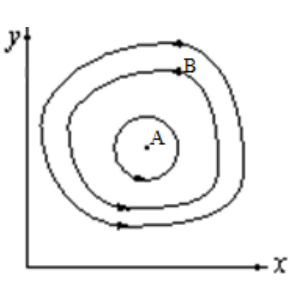


Figure 1: Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние (A на рис. 1), всякое же другое начальное состояние (B) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние B.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей . Колебания совершаются в противофазе.

## Ход выполнения

Для модели «хищник-жертва»:

a = 0.56 (коэффициент естественной смертности хищников)  
c = 0.57 (коэффициент естественного прироста жертв)  
b = 0.057 (коэффициент увеличения числа хищников)  
d = 0.056 (коэффициент смертности жертв)  
Начальное число хищников – , начальное число жертв – .

Код программы в Modelica:  
model Wolfs  
parameter Real a = 0.56; // коэффициент естественной смертности хищников  
parameter Real c = 0.57; // коэффициент естественного прироста жертв  
parameter Real b = 0.057; // коэффициент увеличения числа хищников  
parameter Real d = 0.056; // коэффициент смертности жертв  
Real x(start = 11.0);  
Real y(start = 22.0);  
equation  
der(x)=-ax+bxy;  
der(y)=cy-dxy;  
end Wolfs;

1. Построение графиков изменения численности хищников (x) и численности жертв (y) (рис. 2):

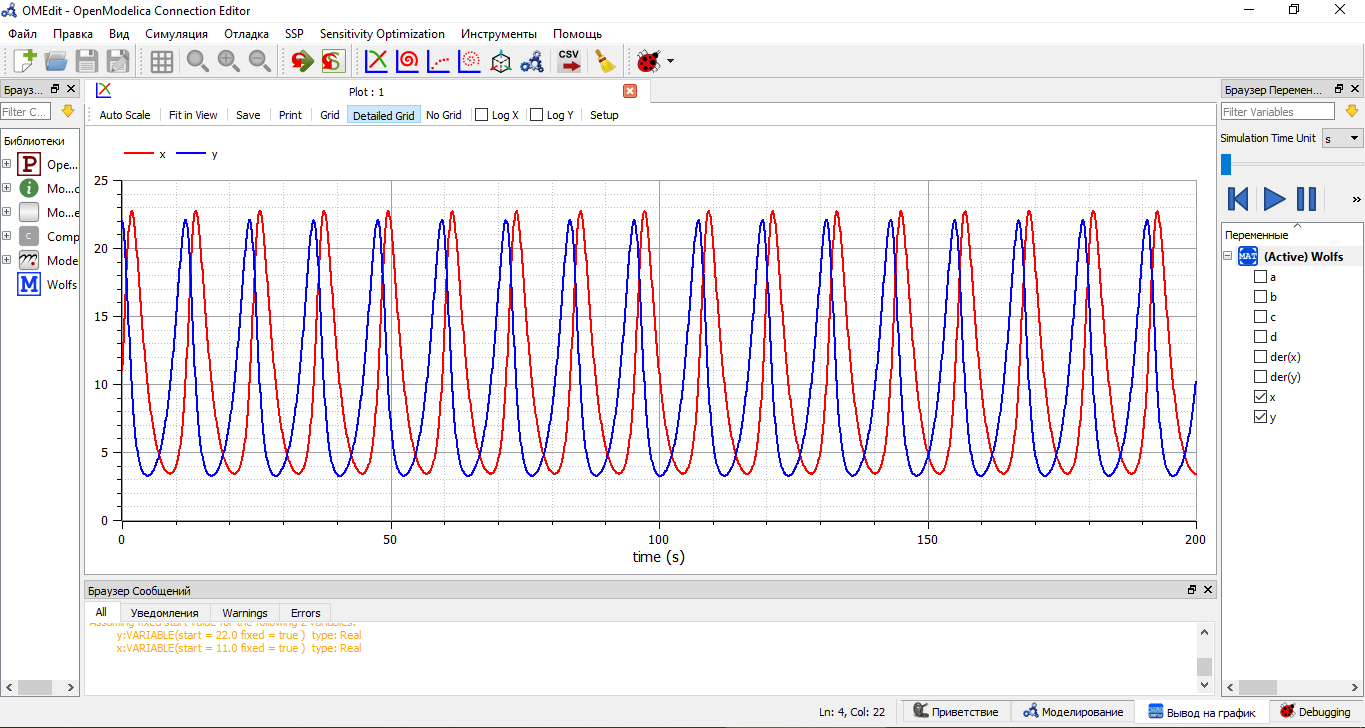


Figure 2: График колебаний изменения числа популяций хищников и жертв с начальными значениями x=11, y=22

1. Построение зависимости численности популяций хищников и жертв (фазовый портрет системы) (рис. 3):

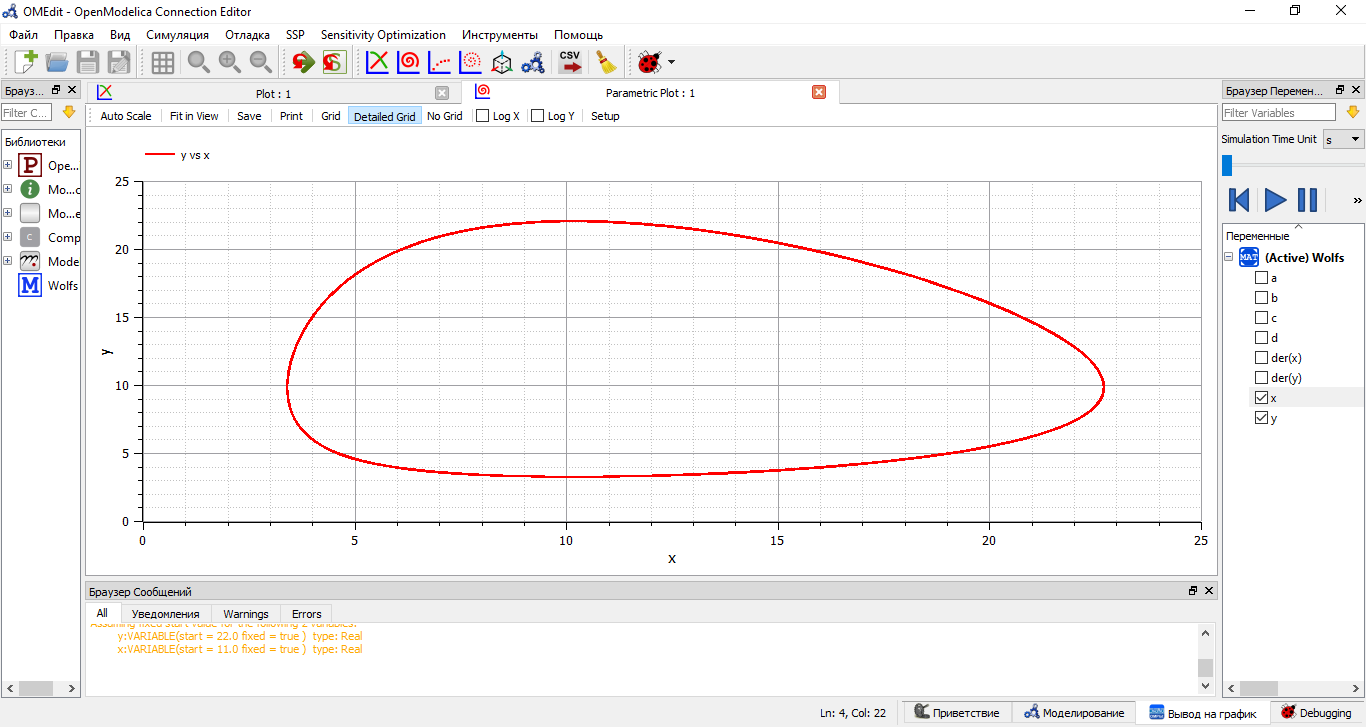


Figure 3: Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв с начальными значениями x=11, y=22

1. Стационарное состояние находится в точке: , примерные значения для моего случая . Если начальные значения задать в стационарном состоянии , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет (рис. 4, 5):

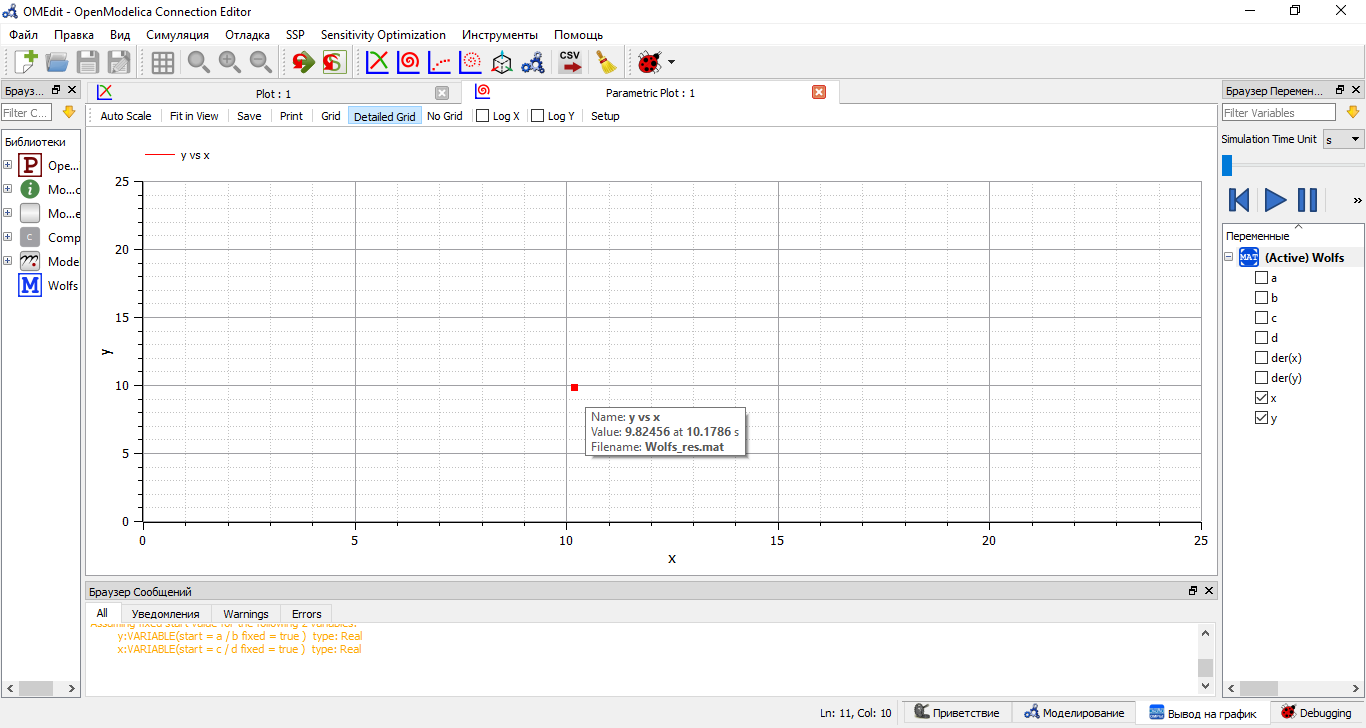


Figure 4: Зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв с начальными значениями в стационарном состоянии

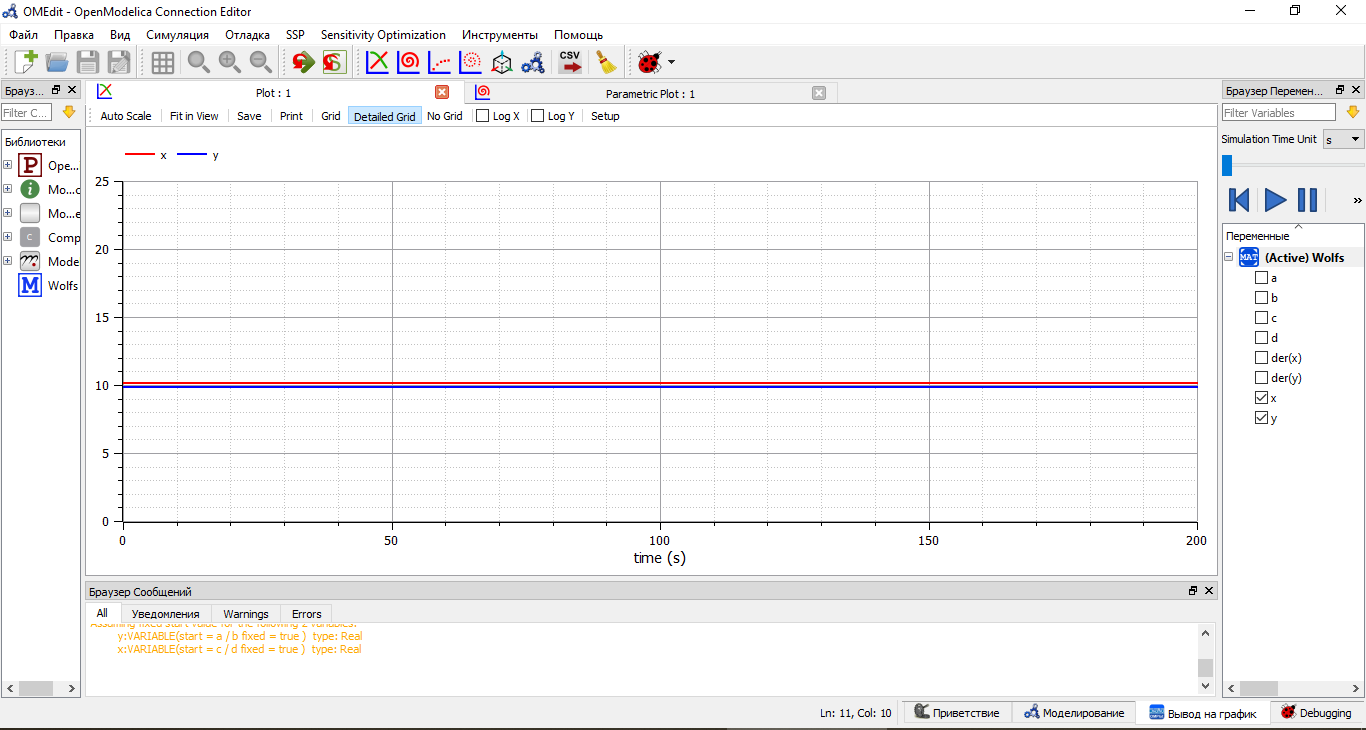


Figure 5: График колебаний изменения числа популяций хищников и жертв с начальными значениями в стационарном состоянии

Код программы в Modelica:  
model Wolfs  
parameter Real a = 0.56; // коэффициент естественной смертности хищников  
parameter Real c = 0.57; // коэффициент естественного прироста жертв  
parameter Real b = 0.057; // коэффициент увеличения числа хищников  
parameter Real d = 0.056; // коэффициент смертности жертв  
Real x(start = c/d);  
Real y(start = a/b);  
equation  
der(x)=-ax+bxy;  
der(y)=cy-dxy;  
end Wolfs;

# Выводы

Я изучила модель хищник-жертва, построила графики колебаний изменения числа популяций хищников и жертв, а также зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв (фазовый портрет системы).