Отчёт по лабораторной работе 4

дисциплина: Математическое моделирование

Бурба Анна Владимировна, НПИбд-02-18

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Построить модель гармонических колебаний с помощью Python.

2 Задание

Вариант 49 Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 18x = 0$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 8\dot{x} + 2x = 0$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 3\dot{x} + 7x = 3\sin(7t)$

На интервале $t \in [0; 73]$ (шаг 0,05) с начальными условиями $x_0 = 1,3, y_0 = -0,3$

3 Выполнение лабораторной работы

1.Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t)$$

Изучила начальные условия для колебания без затухания и без действий внешней силы. Перед нами уравнение консервативного осциллятора, энергия колебания которого сохраняется во времени. Т. е. потери в системе отсутствуют, значит, $\gamma = 0$. Собственная частота колебаний $\omega = 18$. $x_0 = 1,3$, $y_0 = -0,3$. Правая часть уравнения $f(t) = 0$.

Изучила начальные условия для колебания с затуханием и без действий внешней силы. Потери энергии в системе $\gamma = 8$. Собственная частота колебаний $\omega = 2$. x_0 и y_0 те же, что и выше. Правая часть уравнения такая же, как и выше.

Изучила начальные условия для колебания с затуханием и под действием внешней силы. Потери энергии в системе $\gamma = 3$. Собственная частота колебаний $\omega = 7$. x_0 и y_0 те же, что и выше. Правая часть уравнения $f(t) = 3\sin(7t)$.

2. Оформила начальные условия в код на Python; Решение ищем на интервале $t \in [0; 37]$ (шаг 0,05), значит, $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 73$ – предельный момент времени, $dt = 0,05$ – шаг изменения времени.

```python
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```python
x0 = np.array([1.3, -0.3])

x1 = 18.0
y1 = 0.0

x2 = 2.0
y2 = 8.0

x3 = 7.0
y3 = 3.0
```

Figure 3.1: Выполнение работы 01

```python
def F1(t):
    f = 0
    return f

def F2(t):
    f = 0
    return f

def F3(t):
    f = 3*np.sin(7*t)
    return f
```

Figure 3.2: Выполнение работы 02

3. Добавила в программу условия, описывающие время:

```
t0 = 0
tmax = 73
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

Figure 3.3: Выполнение работы 03

4. Представила заданное уравнение второго порядка в виде системы двух уравнений первого порядка и запрограммировала:

```
def FUNC1(x, t):
    dx1 = x[1]
    dx2 = - x1*x[0] - y1*x[1] - F1(t)
    return dx1, dx2

def FUNC2(x, t):
    dx3 = x[1]
    dx4 = - x2*x[0] - y2*x[1] - F2(t)
    return dx3, dx4

def FUNC3(x, t):
    dx5 = x[1]
    dx6 = - x3*x[0] - y3*x[1] - F3(t)
    return dx5, dx6
```

Figure 3.4: Выполнение работы 04

5. Запрограммировала решение системы уравнений:

```
r1 = odeint(FUNC1, x0, t)
r2 = odeint(FUNC2, x0, t)
r3 = odeint(FUNC3, x0, t)
```

```
gr1 = r1[:, 0]
gr2 = r1[:, 1]

gr3 = r2[:, 0]
gr4 = r2[:, 1]

gr5 = r3[:, 0]
gr6 = r3[:, 1]
```

Figure 3.5: Выполнение работы 05

6. Описала построение фазового портрета:

```
plt.plot(gr1, gr2)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x2a0aa3c3310>]
```

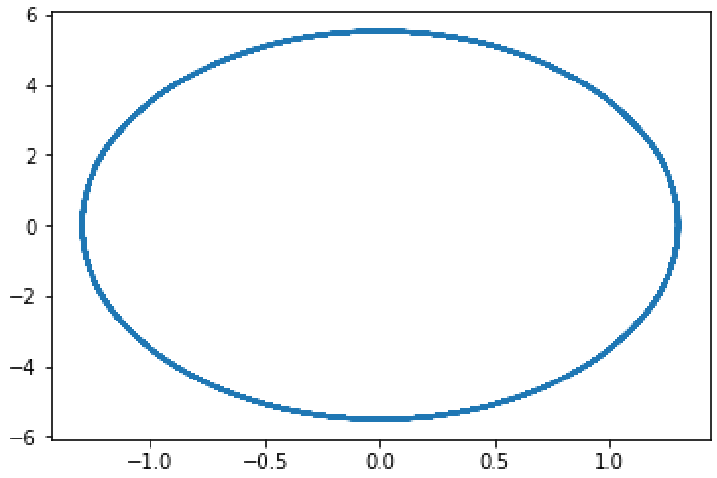

Figure 3.6: Выполнение работы 06

```
plt.plot(gr3, gr4)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x2a0aa36b100>]
```

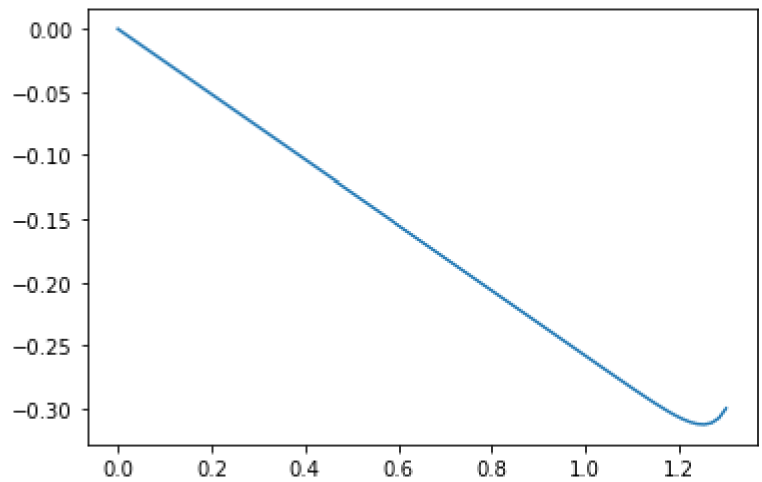

Figure 3.7: Выполнение работы 07

```
plt.plot(gr5, gr6)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x2a0aa300ee0>]
```

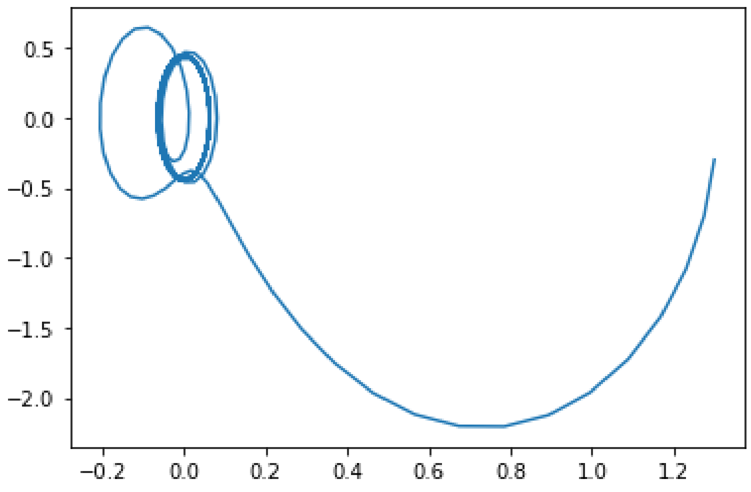

Figure 3.8: Выполнение работы 08

4 Выводы

Построила модель гармонических колебаний с помощью Python.

5 Ответы на вопросы к лабораторной работе

1. $x = x_m cos(\omega t + \varphi_0)$.

2.

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{g}{L} sin\alpha = 0$$

$\sin(\alpha) \approx \alpha$.

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{g}{L}\alpha = 0$$

или

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \omega^2 \alpha = 0$$

4.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = f(t)$$

$$y = \dot{x}$$

$$\begin{cases} y = \dot{x} \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$