

For office use only

T1 _____

T2 _____

T3 _____

T4 _____

Team Control Number

2021RU84

For office use only

F1 _____

F2 _____

F3 _____

F4 _____

2021

The International Mathematical Modeling Challenge (IM2C) Summary Sheet

(Your team's summary should be included as the first page of your electronic submission.)

Проблема:

В настоящее время спорт с его многочисленными видами, соревнованиями, спортсменами представляет собой один из самых волнующих аспектов жизни. Спортсмены тренируются, развивают свои навыки, поклонники и зрители неустанно следят за новостями, турнирами, звездами в этой индустрии. Но одно волнует абсолютно каждого: кто же лучший спортсмен? Именно этот вопрос разрешает звание GOAT – Величайшего На Все Времена.

Как определить GOAT любого вида спорта максимально объективно? Какие алгоритмы и формулы использовать для определения лучшего игрока соревнования?

Методы:

В нашем алгоритме мы используем модели парных сравнений (когда участники соревнуются в серии личных соревнований) и расширяем эти модели, чтобы учесть меняющиеся во времени сильные стороны конкурентов. Для этого мы рассматриваем модель Брэдли-Терри. Также мы используем барицентрические рациональные интерполянты, которые обеспечивают более точное соответствие, и собственные методы, которые характеризуются простыми математическими соображениями. Все данные, которые мы получаем, фигурируют в нашей формуле для конечного рейтинга, которая опирается на известную формулу для подсчета рейтинга методом Эло.

Результаты:

Были определены ключевые параметры, характеризующие мастерство спортсменов. На их основе была построена математическая модель для определения рейтинга спортсмена – показателя, определяющего навыки, умения, талант, опыт и тд, для индивидуальных видов спорта с соревнованиями в парах. По результатам этого рейтинга номинируем заслуживающего звания GOAT. Модель была проверена на примере Летней Олимпиады – 2012, а, конкретно, на бадминтоне. Используя язык программирования Python и данные самого турнира, мы получаем рейтинг для каждого игрока и итоговую таблицу результатов. Модель была расширена и адаптирована для всех индивидуальных и командных видов спорта. Были выявлены как сильные, так и слабые стороны модели, а также пути их устранения.

Заключение:

Была разработана и приспособлена под все виды спорта математическая модель для определения спортсмена, достойного звания GOAT. Ее работоспособность и эффективность была проверена на примерах, результаты соответствовали как и субъективным оценкам экспертов, так и существующим рейтингам. Были предложены пути улучшения и развития модели, которые в будущем позволят учитывать как можно больше ключевых и не только факторов.

Содержание

1. [Письмо](#)
2. [Вступление](#)
3. [Задание 1](#)
 - 3.1. [Пункт а](#)
 - 3.1.1. [Оценка ключевых параметров и известных моделей](#)
 - 3.1.2. [Итоговая формула](#)
 - 3.1.3. [Структура модели](#)
 - 3.1.4. [Замечания](#)
 - 3.2. [Пункт b - определение лучшей теннисистки 2018](#)
 - 3.2.1. [Ход работы](#)
 - 3.2.2. [Финальная рейтинговая таблица](#)
 - 3.2.3. [Итог](#)
4. [Задание 2](#)
 - 4.1. [Пункт а](#)
 - 4.1.1. [Модель](#)
 - 4.1.1.1. [Итоговая формула](#)
 - 4.1.1.2. [Вычисление предполагаемого отрыва по очкам](#)
 - 4.1.2. [Эксперимент](#)
 - 4.1.2.1. [Программа](#)
 - 4.1.2.2. [Итог](#)
 - 4.2. [Пункт b](#)
 - 4.2.1. [Отличия в модели для разных индивидуальных видов спорта](#)
 - 4.2.2. [Итоговая формула](#)
5. [Задание 3](#)
 - 5.1. [Адаптация модели, итоговая формула](#)
 - 5.2. [Вычисление КПД](#)
 - 5.3. [Подсчет очков](#)
 - 5.4. [Случай перехода игрока в другую команду](#)
6. [Итоги](#)
 - 6.1. [Достоинства модели](#)
 - 6.2. [Недостатки модели](#)
7. [Пути развития модели](#)
8. [Заключение](#)
9. [Литература](#)

1. Письмо

Доброго времени суток, директор Top Sport!

В попытка найти решение интересующего вас вопроса, мы разработали математическую модель, по которой можно определить лучшего игрока всех времен.

Теперь перейдем к самой модели. Все виды спорта мы разделили на три категории: индивидуальные виды спорта «один на один», индивидуальные круговые виды спорта и групповые виды спорта. Для каждой категории была выведена формула для подсчета рейтинга игроков, по которому и определяется GOAT.

В индивидуальных видах спорта «один на один» основным показателем мастерства игрока является отрыв по очкам от противника в каждом матче и соответственно победа/поражение. Также в конечном рейтинге игрока учитывается сила его оппонента.

Подобно тому, как мы находим лучших спортсменов индивидуальных видов спорта «один на один», в индивидуальных круговых видах спорта мы сравниваем попарно всех участников соревнования, для определения конечного рейтинга, но вместо отрыва по очкам ключевым параметром становится отрыв по соответствующему спорту параметру (например, в беге этим параметром является время).

В основе рейтинга игроков групповых видов спорта уже лежит две составляющие. Во-первых, это вклад, который внес игрок в результаты матча своей команды. Во-вторых, рейтинг самой команды, который мы находили подобно рейтингу игроков индивидуальных видов спорта «один на один».

Свою модель мы применили на двух видах спорта. Для рассмотрения мы взяли 4 ключевых соревнования по теннису за 2018 (Wimbledon Championships, Australian Open, US Open, French Open). В итоге мы получили, что лидером этих турниров стала Simona Halep. Также мы рассмотрели олимпийские игры по бадминтону за 2012 год. Здесь лидером стал Dan Lin.

Мы рады, что вы обратились именно к нам с возникшей проблемой.

С уважением, команда 2021RU84

2. Вступление

В нашей жизни существует много животрепещущих аспектов. В настоящее время спорт с его насыщенной историей, многочисленными видами, соревнованиями, спортсменами представляет собой один из самых волнующих и актуальных из них. Для кого-то это всего лишь хобби, некоторые считают спорт стилем жизни, кто-то только наблюдают его с экрана телевизора, а некоторые жить без него не могут. Спортсмены тренируются, развивают свои навыки, участвуют в соревнованиях, чтобы доказать свое мастерство. Поклонники и зрители неустанно следят за новостями, турнирами, звездами в этой индустрии. Но одно волнует абсолютно каждого: кто же лучший спортсмен? Именно этот вопрос разрешает звание GOAT – Величайшего На Все Времена. Впервые оно было произнесено устами знаменитого сейчас на весь мир боксера Мухаммеда Али. Именно после боя в 1964-м 22-летний спортсмен впервые назвал себя величайшим спортсменом из всех времен. С тех пор без исключения каждый великий спортсмен мечтает получить это безусловно важнейшее звание. Но каждый ли его достоин?

Как определить GOAT любого вида спорта максимально объективно? Какие алгоритмы и формулы использовать для определения лучшего игрока соревнования?

Именно эти вопросы залегли в основу наших исследований, именно на них мы искали и давали ответы, чтобы разработать модель, позволяющую определить спортсмена, достойного звания Величайшего.

3. Задание 1

3.1. Пункт а

3.1.1.

При построении математической модели главными показателями мастерства игрока для нас являлись его **отрыв по очкам** от противника в каждом сете и, соответственно, его **выигрыш/проигрыш**.

Сначала мы хотели использовать метод парных сравнений в первом задании, но это было не лучшим решением, так как если мы воссоздадим матрицу этих самых сравнений, то она получится неполной. Действительно, мы не можем в рамках турнира сравнить между собой игроков, которые не играли вместе.

Для наглядности рассмотрим турнир из 8 человек, где было сыграно 4 четвертьфинала (1-2,3-4,5-6,7-8), 2 полуфинала (1-3,5-7) и 1 финал (1-5), то есть турнирная система.

№ игрока	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	+	+	-	+	-	-	-
2	+	-	-	-	-	-	-	-
3	+	-	-	+	-	-	-	-
4	-	-	+	-	-	-	-	-
5	+	-	-	-	-	+	+	-
6	-	-	-	-	+	-	-	-
7	-	-	-	-	+	-	-	+
8	-	-	-	-	-	-	+	-

Где (+) игра была между игроками, а (-) игры не было. Видно, что мы не сможем

сравнить между собой многих игроков в рамках этого турнира.

3.1.2.

Поэтому мы пошли другим путем и вывели следующую формулу:

$$Pr_i = \sum_{k=1}^k Pr_k \left(1 + \frac{D}{Sum}\right),$$

где Pr_i - престиж/рейтинг игрока i ;

k - количество игроков, которые проиграли i -тому. (Pr_k - рейтинг игрока k , соответственно);

D - разница между набранными игроком i баллами и баллами игрока k , т.е. насколько победитель сета обогнал соперника по очкам;

Sum - общее количество очков, набранных за сет обоими игроками.

3.1.3. Структура модели:

Когда один игрок побеждает другого, его престиж увеличивается на престиж проигравшего игрока с учетом его отрыва по очкам. Таким образом, рейтинг каждого игрока складывается из всех рейтингов проигравших ему участников.

По сути, применяя эту модель, мы рассматриваем дерево, где каждый ряд - это участники, прошедшие на определенный этап, то есть в самом низу - участники, проигравшие сразу; а самая верхняя вершина - победитель. Постепенно двигаясь снизу вверх, находим рейтинги всех игроков и по ним определяем лучшего.

3.1.4. Замечания:

- Формула рекурсивная, требует задачи изначального $Pr_0 = const$ для тех, кто проиграл сразу первыми. Мы подбирали его так, чтобы порядок Pr_i для следующих игроков менялся незначительно.

Таким образом, можно было справедливо оценить и сравнить рейтинги.

- Нетрудно заметить, что D может оказаться отрицательным или нулевым. Однако очевидно, что $(1 + \frac{D}{S})$ будет положительным в любом случае, поэтому престиж победителя обязательно увеличивается.

3.2. Пункт b

3.2.1.

Для определения лучшей теннисистки 2018 года мы с помощью построенной модели рассмотрели 4 турнира Grand Slam и для каждого из них нашли рейтинги участников. После чего просуммировали полученные престижи каждого игрока по всем турнирам. Далее по созданной рейтинговой таблице определили лучшего.

В данном случае взяли $Pr_0 = 0, 1$.

Рейтинги по French Open:

M Buzarnescu	0,1				
B Strycova	0,1				
M Sharapova		0,1			
A Kontaveit	0,1				
M Keys			0,2839682		
D Kasatkina		0,1181818			
E Mertens	0,1				
S Williams	0				
S Stephans				0,689463	
A Kerber		0,1411765			
C Garcia	0,1				
C Wozniacki	0,1				
G Muguruza			0,16		
S Halep					1,3508286
L Tsurenko	0				
Y Putintseva		0,1263158			

Рейтинги по US Open:

L Tsurenko		0,1151515			
K Kanepi	0,1				
M Vondrousova	0,1				
C Suarez Navarro		0,1263158			
E Svitolina	0,1				
S Stephans		0,1333333			
M Keys			0,3095568		
E Mertens	0,1				
S Williams				0,788358	
A Barty	0,1				
A Sevastova			0,2907308		
N Osaka					1,7649926
M Sharapova	0,1				
A Sabalenka	0,1				
D Cibulkova	0,1				
Ka Pliskova		0,12			

Рейтинги по Wimbledon Championships:

S-w Hsieh	0,1				
A Sasnovich	0,1				
A Van Uytvanck	0,1				
B Bencic	0,1				
D Vekic	0,1				
C Giorgi		0,1263158			
E Makarova	0,1				
Ka Pliskova	0,1				
J Ostapenko			0,303687		
J Gorges			0,2762414		
D Kasatkina		0,12			
S Williams				0,65366	
K Bertens		0,1181818			
D Cibulkova		0,1411765			
E Rodina	0,1				
A Kerber					1,5432162

Рейтинги по Australian Open:

D Alleetova	0,1				
A Kontaveit	0,1				
N Osaka	0,1				
B Strycova	0,1				
M Rubarikova	0,1				
E Mertens			0,3745		
M Keys		0,1411765			
A Kerber			0,3392157		
C Garcia	0,1				
E Svitolina		0,175			
P Martic	0,1				
C Suarez Navarro		0,1058824			
S Halep				0,67888	
C Wozniacki					1,4376469
S-w Hsieh	0,1				
Ka Pliskova		0,12			

3.2.2. Финальная рейтинговая таблица:

S Halep	2,029708105
A Kerber	2,023608397
N Osaka	1,864992568
C Wozniacki	1,537646931
S Williams	1,442018134
S Stephans	0,822796511
S Williams	0,788357914
M Keys	0,73470149
E Mertens	0,5745
Ka Pliskova	0,34
J Ostapenko	0,303687025
A Sevastova	0,290730838
J Gorges	0,276241406
E Svitolina	0,275
D Cibulkova	0,241176471
D Kasatkina	0,238181818
C Suarez Navarro	0,232198142
S-w Hsieh	0,2
M Sharapova	0,2
A Kontaveit	0,2
B Strycova	0,2
C Garcia	0,2
G Muguruza	0,16
C Giorgi	0,126315789
Y Putintseva	0,126315789
K Bertens	0,118181818
L Tsurenko	0,115151515
A Sasnovich	0,1
A Van Uytvanck	0,1
B Bencic	0,1
D Vekic	0,1
E Makarova	0,1
E Rodina	0,1
K Kanepi	0,1
M Vondrousova	0,1
A Barty	0,1
A Sabalenka	0,1
D Alleetova	0,1
M Rubarikova	0,1
P Martic	0,1
M Buzarnescu	0,1

3.2.3 Итог:

Лучшая теннисистка 2018 года - Simona Halep

Примечание: можно также ввести различные коэффициенты, учитывающие важность турниров; мы считали их значимость одинаковой.

4. Задание 2

4.1. Пункт а

4.1.1.

4.1.1.1.

Модель мы построили, основываясь на структуре рейтинга ЭЛО и барицентрическом рациональном интерполяторе. Наша модель выглядит следующим образом:

$$Pr'_i = Pr_i + U(S_k - E_k) \quad (1)$$

(+ $w = const$ в случае победы),

где Pr_i - рейтинг игрока i до игры/боя/соревнования, Pr'_i - после;

$U = const$ - коэффициент, который мы подбираем так, чтобы порядок Pr_i менялся незначительно;

S_k - фактический относительный отрыв по очкам в игре с участником k .

(Относительный отрыв по очкам - $\frac{D}{Sum}$ (см. задание 1, пункт а));

E_k - предполагаемый отрыв по очкам в игре с участником k .

Примечание: в случае победы будем прибавлять $w = const$, чтобы если игрок не оправдал ожиданий, то есть $S_k - E_k < 0$, рейтинг игрока все равно увеличился. w подбираем сами так, чтобы порядок Pr_i менялся незначительно.

4.1.1.2.

Теперь подробнее остановимся на том, **как мы получаем E_k** .

Находим мы ее из вероятности того, что в этом соревновании участник i победит игрока k . Поэтому сначала выведем ее.

$$p_{ik} = \frac{a_i}{a_i + a_k}, \quad (2)$$

где p_{ik} - искомая вероятность;

a_i, a_k - силы игроков i и k соответственно и вычисляются в момент времени t с помощью барицентрического рационального интерполятора следующим образом:

$$a_i(t) = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} \omega_{il} a_{il} / (t - t_{il})}{\sum_{l=1}^{n_i} \omega_{il} / (t - t_{il})}, \quad (3)$$

где a_{il} - сила игрока i во время t_{il} ;
 ω_{il} - вес для барицентрического рационального интерполятора. Было обнаружено, что для $n_i \leq 5$ нужно брать вес нулевого порядка $\omega_l = (-1)^l$, а для $n_i \geq 5$ вес первого порядка $\omega_l = (-1)^l \left(\frac{1}{t_l - t_{l-1}} + \frac{1}{t_{l+1} - t_l} \right)$ для наилучшего соответствия данным;
 n_i - узлы по всей карьере игрока i , которые распределены равномерно. Однако мы опускаем узел, если он не имеет поддержки в виде сыгранных матчей за этот период времени. Конечная формула для n_i , выведенная экспериментально:

$$n_i = 1 + y_i f_i + (y_i / M)(1 - f_i), \quad (4)$$

где $y_i + 1$ - количество игровых лет для игрока i ;

$M = \text{const} = 4$ - коэффициент;

$$f_i = \left| \frac{1 - \exp(hg_i / y_i)}{1 + \exp(hg_i / y_i)} \right| \quad (5) \quad - \text{ функция}$$

логического типа, где g_i - общее количество игр спортсмена. f_i лежит в диапазоне от 1 для спортсменов, которые никогда не играют, до 0 для спортсменов, которые играют часто и т.д.

n_i прогрессирует от 1 до 4 для спортсменов, которые играли мало матчей, к ежегодным узлам для тех, кто играл часто.

Коэффициент $h \approx 0,05$ был введен для минимизации информационного критерия (AIC).

Чтобы получить E_k (предполагаемый относительный отрыв по очкам), надо разность вероятностей поделить на их сумму, но так как события независимые, то $p_{ik} + p_{ki} = 1$. То есть формулу $E_k = \frac{p_{ik} - p_{ki}}{p_{ik} + p_{ki}}$ можно привести к виду $E_k = 2 * p_{ik} - 1$.

4.1.2.

После построение математической модели мы реализовали ее, написав программу. В качестве объекта исследования мы выбрали бадминтон.

4.1.2.1. Что делает программа?

Так как чтобы определить GOAT бадминтона, нам потребовалось бы много времени и данных, мы проверим наш алгоритм на летних Олимпийских Играх-2012. С помощью формулы (5) и (4) мы определим количество узлов для каждого игрока в зависимости от того, сколько игр и лет они играли.

Далее с помощью формулы (3) мы рекурсивно вычислим силу игрока непосредственно в момент перед олимпиадой. Далее по формуле (2) мы можем рассчитать вероятность победы одного игрока над другим в матче, умножив эту величину на 2 и затем уменьшив 1. Полученная величина будет

являться предполагаемым относительным отрывом по очкам в игре с соперником.

Далее мы предположим, что начальный рейтинг каждого игрока равен 100 (аналогично тому, что в начале карьеры каждого игрока у него есть какой-то начальный рейтинг). После этого мы в отдельном списке храним разницу по очкам в сетях, и кто победил в игре, и мы считаем по формуле (1) новый рейтинг игрока после победы в матче, приняв коэффициент $U=50$, для сохранения порядка рейтинга.

После проделывания этих действий для каждой игры мы получим рейтинг всех игроков турнира, то есть не только выясним MVP олимпиады, но и поймем, на каких местах оказались остальные участники и с каким рейтингом.

Можно ли узнать GOAT по такому алгоритму?

Да, мы можем. В начале карьеры каждый игрок будет иметь какой-то фиксированный рейтинг. Непосредственно перед каждым матчем (турниром) мы рассчитываем предполагаемый отрыв по очкам. После самой игры мы по формуле для рейтинга высчитываем его новый рейтинг. Так мы проделываем для всех игроков данного вида спорта и для всей их карьеры. У кого будет самый большой рейтинг, тот и будет GOAT бадминтона.

Фрагмент кода:

```
File Edit Format Run Options Window Help
import math as m
file=open("Data.txt")
text=open("Results.txt")
str=file.read().split()
result=text.read().split()
res=[]
g=[]
d=[]
power=[]
for i in range(16):
    res.append(int(result[i]))
for i in range(32):
    if i%2==0:
        d.append(int(str[i]))
    else:
        g.append(int(str[i]))
for i in range(16):
    f=abs((1-m.exp(0.05*g[i]/d[i]))/(1+m.exp(0.05*g[i]/d[i])))
    n=round(1+d[i]*f+(d[i]/4)*(1-f))
    a=[0,1,2]
    w=[0,-1]
    for k in range(3,n+1):
        if n<=5:
            w.append((-1)**k)
        else:
            w.append((-1)**k*2)
    summa1=0
    summa2=0
    for j in range(1,k):
        summa1=a[j]*w[j]/(k-j)+summa1
        summa2=w[j]/(k-j)+summa2
    a.append(round(summa1/summa2,3))
for u in range(len(a)):
    a[u]=int(a[u]*1000)
power.append(a[len(a)-1])
rating=[100,100,100,100,100,100,100,100,100,100,100,100,100,100,100]
for i in range(0,16,2):
    p=power[i]/(power[i]+power[i+1])
    rating[i]=round(rating[i]+50*(res[i//2]/42-(2*p-1)))
print(rating)
win=[2,4,6,10]
lose=[14,12,0,8]
```

Исходные данные:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Number	Name	Years	Games	1/8	1/4	1/2	
2	1	Kashyap PARUPALLI	6	126	13			1
3	2	Niluka KARUNARATNE	7	102				
4	3	Dan LIN	7	156	21	9	20	7
5	4	Taufik HIDAYAT	8	168				
6	5	Hyun Il LEE	9	161	12	11		
7	6	Jan Ostergaard JORGENSEN	7	142				
8	7	Chong Wei LEE	9	158	22	12	15	
9	8	Simon SANTOSO	6	109				
10	9	Peter GADE	11	180	17			
11	10	Wan Ho SON	6	138				
12	11	Long CHEN	6	126	8	13	9*	
13	12	Wing Ki WONG	4	90				
14	13	Jin CHEN	8	112	19			
15	14	Marc ZWIEBLER	10	172				
16	15	Sho SASAKI	8	148	13			
17	16	Kevin CORDON	9	105				

4.1.2.2.

На выходе получили рейтинг каждого спортсмена:

Kashyap PARUPALLI 115
 Niluka KARUNARATNE 100
 Dan LIN 169
 Taufik HIDAYAT 100
 Hyun Il LEE 128
 Jan Ostergaard JORGENSEN 100
 Chong Wei LEE 160
 Simon SANTOSO 100
 Peter GADE 121
 Wan Ho SON 100
 Long CHEN 133
 Wing Ki WONG 100
 Jin CHEN 122
 Marc ZWIEBLER 100
 Sho SASAKI 116
 Kevin CORDON 100

Таким образом, мы видим, что рейтинг наибольший у Dan Lin. По результатам олимпиады, соответственно, лучшим является он.

В качестве примера мы взяли одну олимпиаду, но наша модель работает и на больших временных промежутках, то есть мы можем рассмотреть карьеры спортсменов полностью и вычислить их окончательные рейтинги. Таким образом, мы можем определить лучшего игрока 21 века, 20 века, можем даже сравнивать спортсменов разных столетий, что, правда, не всегда имеет смысл, так как навыки, стратегии игр и тд со временем сильно меняются и улучшаются.

4.2. Пункт b

4.2.1.

Поговорим о том, как приспособить нашу модель для всех видов индивидуального спорта. Для случаев видов, где соревнования один на один, наша модель приспособлена, отрывом по очкам (S_k, E_k) у нас будет служить отрыв по соответствующему виду спорта параметру и формула остается такой же.

Теперь рассмотрим круговые виды, таких как бег, где у нас нет игр один на один, а каждый соревнуется против каждого.

Рассматривая круговые соревнования, мы сможем рассмотреть все пары участников, сводя этот случай к нашей построенной модели.

В данном случае отрывом по очкам (S_k, E_k) так же будет служить отрыв по соответствующему параметру (в случае бега, например, таким параметром будет время) от противника.

4.2.2.

Таким образом, конечная формула будет выглядеть так:

$$Pr'_i = Pr_i + \frac{\sum_k U(S_k - E_k)}{k},$$

где k - участники, соревнующиеся с i и все параметры задаются аналогично построенной модели, а коэффициент U подбирается так, чтобы порядок Pr_i менялся незначительно. Таким образом, несложно получить рейтинги спортсменов как и за определенные соревнования, так и за всю карьеру в целом, и по ним определить лучшего, достойного звания GOAT.

5. Задание 3

5.1.

Приспособим нашу модель под командные виды спорта. С ее помощью мы можем вместо рейтинга игрока найти аналогично рейтинг команды.

Осталось по рейтингу команды определить рейтинг игрока. Для этого мы введем еще один параметр - КПД игрока в некоторой конкретной игре - η . Тогда соответственно рейтинг спортсмена будет вычисляться следующим образом:

$$Pr_i' = Pr_i + \eta_i \times \Delta R,$$

где ΔR - изменение рейтинга команды игрока i за данную игру (может быть как положительным, так и отрицательным);

Pr_i' - рейтинг игрока i после данной игры;

Pr_i - рейтинг игрока i перед данной игрой;

η_i - КПД игрока i .

5.2.

Теперь разберемся, как вычислить этот КПД.

Заметим, что при выигрыше, чем лучше сыграл игрок (т.е. чем больше у него очков), тем больше его КПД. Однако при проигрыше команды изменение рейтинга ΔR отрицательно, соответственно, чем меньше очков получает игрок за игру, тем больше он "помогает" проигрышу, тем на больший коэффициент должен быть умножен ΔR для перерасчета его рейтинга.

Таким образом, КПД игрока за выигранную его командой игру мы считаем как:

$$\eta_i = \frac{q_{i+1}}{\sum_l q_l + n},$$

А КПД игрока из проигравшей команды как:

$$\eta_i = 1 - \frac{q_{i+1}}{\sum_l q_l + n},$$

где q_l - количество очков, набранное игроком l за игру;

l - игроки одной команды;

n - количество игроков в команде.

Таким образом КПД каждого игрока представляет собой некоторое положительное число, меньшее единицы.

5.3.

КПД по факту зависит от того, сколько очков набрала команда и конкретный игрок. Разберемся, как считать эти очки. Для каждого вида спорта их нужно определять по-разному, но концепция остается одинаковой: характеристика этих очков - работа спортсмена за игру, в большинстве видов командного спорта измеряется в виде количества взаимодействий с другими игроками. Например, для волейбола эти очки будем начислять по следующим правилам:

- если была осуществлена удачная передача между двумя игроками одной команды, каждому начисляется по 0,5 балла;
- если была осуществлена неудачная передача между двумя игроками одной команды, то баллов не прибавляется;
- если передача была между игроками разных команд и мяч не упал, то каждому по 0,5 баллов;
- если передача была между игроками разных команд и мяч упал, то игроку, для которого эта передача была удачной, начисляется 1 балл, а его сопернику - 0.

Таким образом, общее количество очков команды будет складываться из очков всех ее игроков.

5.4.

При переходе игрока из одной команд в другую рейтинг самого игрока сохраняется.

Правило "рейтинг команды равен сумме рейтингов ее игроков" сохраняется, т.е. при выходе игрока из определенной команды, его рейтинг вычитается из общего рейтинга команды, в которой он

был, и прибавляется к рейтингу команды, в которую он пришел.

Аналогично, такой рейтинг мы можем посчитать как за определенную игру, так и за всю карьеру игроков, а после сравнить по этим рейтингам нужных спортсменов и определить, кто достоин звания GOAT.

6. Итоги:

6.1.

Главные отличия и достоинства нашей модели:

- Отсутствие субъективных факторов, влияющих на рейтинг (такие факторы присутствуют при оценивании фигурного катания и т.д.);
- Наша модель учитывает силу игроков, конкурирующих друг с другом. Это позволяет честно распределить баллы среди игроков. Так как опытному и сильному спортсмену А не составит труда победить новичка В. За эту победу рейтинг спортсмена А не может сильно измениться в большую сторону. А рейтинг спортсмена В сильно не упадет;
- Учет всех игры, в которых участвовал игрок (в отличие, например, от системы подсчета очков в "ATP Rankings", где учитывается очки, набранные игроком, только за 18 лучших турниров в сезоне). Это позволяет оценить не только удачные игры спортсмена, но и учесть все допущенные им ошибки;
- Независимо от того, с каким счетом закончилась игра, рейтинг игроков меняется (в отличие от рейтинга ЛАБ (любительской ассоциации бадминтона), где при условии, что рейтинг выигравшего игрока больше рейтинга проигравшего более чем на 100 очков, то за победу более сильному игроку баллы не присваиваются, а у слабого не вычитаются) Это наиболее честно по отношению к

игрокам. Так как если более слабый спортсмен решил рискнуть и попробовать себя на ведущих соревнованиях, то он должен платить за свой выбор, в то же время сильный игрок не должен из-за этого страдать.

- Наша модель дает возможность оценить и сравнить спортсменов в разные периоды их карьер; спортсменов, которые никогда друг с другом не играли и даже тех, кто жил в разные столетия (хотя тоже нужно понимать, что в этом не всегда есть смысл, так как спорт и его элементы, стратегии, навыки меняются и развиваются, одна возможность путешествовать позволяет побывать на соревнованиях в разных уголках мира, что раньше было недоступно)
- Наша модель дает возможность не только сравнивать разных игроков, но и команды для групповых видах спорта

6.2.

Недостатки модели:

Главным недостатком нашей модели мы считаем то, что для каждого спорта нужно подбирать свои параметры U , Pr_0 и т.д. Причем подобрать эти параметры можно только опытным путем или путем сложного анализа.

7. Возможные пути улучшения:

Несложно заметить, что помимо итогового счета в различных видах спорта на рейтинг спортсмена влияют также и некоторые игровые моменты. Например в шахматах чем меньше ходов было сделано до мата, тем лучше сыграл спортсмен выигравший, тем хуже сыграл спортсмен проигравший и наоборот. В баскетболе же есть множество различных нарушений, таких как аут или пробежка. В таком случае игрокам должны лично засчитываться такие промахи.

Таким образом, требуется разработать систему надбавок и вычетов за различные проявления игрока. Она будет построена на принципах нормального распределения, так как вероятность выдать минимум и максимум по некоторым критериям очень низка. Например, для описанного примера с шахматами. Или на принципах асимметричного распределения для величин вроде количества фолов в баскетболе. За 0 фолов игрок не получит ничего, а за большое количество фолов, получит сильный вычет.

Таким образом, в личных дисциплинах мы сможем ввести систему поощрений за какие-то рекордные показатели и стимулировать спортсменов к более честной и красивой игре. В командных же дисциплинах, мы сможем еще сильнее отделить рейтинг игрока от рейтинга команды, так как выдающиеся игроки могут играть в слабых командах и наоборот.

8. Заключение

Были определены ключевые параметры, характеризующие мастерство спортсменов. На их основе была разработана и построена математическая модель для определения рейтинга спортсмена – показателя, определяющего навыки, умения, талант, опыт и тд, приспособленная под все виды спорта. По результатам этого рейтинга согласно модели и номинируется спортсмен, достойный звания GOAT. Работоспособность и эффективность модели была проверена с помощью написания программы на языке Python на примерах; результаты соответствовали как и субъективным оценкам экспертов, так и существующим рейтингам.

Были выявлены как сильные, так и слабые стороны модели, а также пути их устранения. Были предложены пути улучшения и развития модели, которые в будущем позволят учитывать как можно больше ключевых и не только факторов.

9. Литература

- [1] A dynamic paired comparisons model: Who is the Greatest Tennis Player?, Rose D.Bakerlan, G. McHale.
- [2] Deterministic Evolution of Strength in Multiple Comparisons Models: Who is the Greatest Golfer?, Rose D.Baker, Ian G. McHale.
- [3] Who was the greatest of all-time? A historical analysis by a complex network of professional boxing, Adam G. Tennant, Chase M. L. Smith, Jotam E. Chen C.
- [4] Who Is the Best Player Ever? A Complex Network Analysis of the History of Professional Tennis, Filippo Radicchi.
- [5] G.O.A.T. Metrics. Who's the Greatest Of All the Time?

-
- [\[6\]](#) Greatest Tennis Players of all time "GOATs"
 - [\[7\]](#) Who is the GOAT: Jordan, Bryant, or King James? An Inference Based on Data Crunching of the Surface Web, Ahmed Al-Imam, J Athl Enhanc 2017
 - [\[8\]](#), [\[9\]](#) Creating An NBA G.O.A.T. Pyramid, JxmyHighroller
 - [\[10\]](#) Elo rating system, Wikipedia The Free Encyclopedia
 - [\[11\]](#) PageRank, Wikipedia The Free Encyclopedia
 - [\[12\]](#) Информационный критерий, Википедия Свободная Энциклопедия