Тестовое задание

Задание нацелено на оценку уровня владения языком программирования, математического анализа и механикой твердого тела.

Пожалуйста, внимательно прочтите все обязательные требования!

1. Реализовать класс (структуру) КВАТЕРНИОН

Перегрузить операции: умножения, деления, сложения, вычитания.

Реализовать методы: возвращения сопряженного кватерниона, нормализации кватерниона, вычисления длины кватерниона и обратного кватерниона.

Примерный прототип класса

```
class Quaternion
{
    double w; //вещественная часть

    //мнимые части
    double x;
    double y;
    double z; // or double quat[4];

public:
    Quaternion(double w, double x, double y, double z) : w(w), x(x), y(y), z(z)
    {

    }

    Quaternion conjugate(); //сопряженный кватернион
    void normalize();       //нормализация кватерниона
    double magnitude();     //модуль или длина кватерниона
    Quaternion inverse();   //обратный кватернион
};
Quaternion operator * (Quaternion&,Quaternion&);
Quaternion operator + (Quaternion&, Quaternion&);
Quaternion operator - (Quaternion&, Quaternion&);
Quaternion operator / (Quaternion&, Quaternion&);
```

2. Провести моделирование вращательного движения

Реализовать интегрирование кинематического уравнения Пуассона в кватернионной форме и организовать вывод углов Эйлера, получаемых из кватернионов.

Исходные данные

Начальный кватернион	$\Lambda_0 = [0.866 \quad 0 \quad 0.5 \quad 0]^T$
Начальная угловая скорость	$\overline{\omega} = [3 * 10^{-5} \quad 0 \quad 0]^T, [\text{рад/с}]$

Пояснительная записка:

Кватернионы

Кватернион характеризует орт оси пространственного поворота и угол, на который нужно вокруг этой оси повернуть КА, чтобы оси его связанной системы координат заняли определенное положение относительно осей инерциальной системы координат. Иными словами – это четырехмерный вектор с вещественной составляющей и тремя мнимыми.

Геометрический смысл кватерниона можно определить так:

$$\Lambda = \left[\cos\frac{\varphi}{2} \quad \mathrm{e_x} sin\frac{\varphi}{2} \quad e_y sin\frac{\varphi}{2} \quad e_z \sin\frac{\varphi}{2}\right]^T$$

Где φ – угол поворота вокруг орта $\bar{e} = [e_x \quad e_y \quad e_z]$.

Умножение кватернионов выполняется по формуле:

$$\Lambda \circ M = (a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k)(b_0 + b_1 i + b_2 j + b_3 k) = a_0 b_0 + a_0 b_1 i + a_0 b_2 j + a_0 b_3 k + +a_1 b_0 i - a_1 b_1 + a_1 b_2 k - a_1 b_3 j + a_2 b_0 j - a_2 b_1 k - a_2 b_2 + +a_2 b_3 i + a_3 b_0 k + a_3 b_1 j - a_3 b_2 i - a_3 b_3$$

Где $\Lambda, M -$ кватернионы.

При перемножении кватерниона на вектор ($\Lambda \circ \bar{\omega}$) применяется правило перемножения кватернионов, когда вектор $\bar{\omega} = [0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$.

Сопряженный кватернион

С кватернионом $\Lambda = (a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k)$,

есть кватернион $\bar{\Lambda} = (a_0 - a_1 i - a_2 j - a_3 k)$ называемый сопряженным.

Уравнение Пуассона

$$\Lambda_{k+1} = 0.5\Lambda_k \circ \overline{\omega}$$

Где Λ_k – кватернион ориентации КА в пространстве.

При интегрировании уравнения Пуассона, после каждого шага интегрирования осуществлять нормировку получаемого кватерниона, т.е. обеспечивать выполнение равенства:

$$\sqrt{\Lambda_0^2 + \Lambda_x^2 + \Lambda_y^2 + \Lambda_z^2} = 1$$