MI-SPI Domácí úkol 1

May 8, 2019

Skupina:

```
- Anna Moudrá (moudrann, paralelka 102) - reprezentant
- Vojtěch Polcar (polcavoj, paralelka 108)
```

Nejprve určíme parametry pro výpočet hodnot, které určí soubory pro vypracování úkolů.

```
In [1]: import numpy as np
        from scipy import stats
        from scipy.optimize import minimize
        import pandas as pd
        import seaborn as sns
        import matplotlib.pyplot as plt
        %matplotlib inline
```

```
In [2]: k = 16
        l = 6
        x = ((k*l*23) % 20 ) +1
        y = ((x + ((k*5 + l*7) % 19) ) % 20 ) + 1
```

```
In [3]: str_X = (3 - len(str(x)))*'0'+ str(x) + '.txt'
        str_Y = (3 - len(str(y)))*'0'+ str(y) + '.txt'

        print("Text X:",str_X)
        print("Text Y:",str_Y)

        Text X: 009.txt
        Text Y: 018.txt
```

---

1. Z obou datových souborů načtěte texty k analýze. Pro každý text zvlášť odhadněte základní charakteristiky délek slov, tj. střední hodnotu a rozptyl. Graficky znázorněte rozdělení délek slov.

Oba texty nejprve načteme a poté rozdělíme na jednotlivá slova. Z délek těchto slov následně vypočítáme odhad střední hodnoty délky slova pomocí vzorce:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Pro výpočet bodového odhadu rozptylu jednotlivých délek slov použijeme vzorec:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

```
In [4]: f = open('./hw1-source/'+str_X, 'r')
        X_info = f.readline()
        data_X = f.read()
        f.close()

        f = open('./hw1-source/'+str_Y, 'r')
        Y_info = f.readline()
        data_Y = f.read()
        f.close()

        print("Název prvního textu:",X_info)
        print("Název druhého textu:",Y_info)
```

```
Název prvního textu: The Strange Case Of Dr. Jekyll And Mr. Hyde, by Robert Louis Stevenson
Název druhého textu: Dracula, by Bram Stoker
```

Dataset X

```
In [5]: words_x = data_X.split(" ") #rozdelime text na slova
        lengths_x = [len(x) for x in words_x] #spocteme delky jednotlivych slov

        pd_x = pd.DataFrame() #ulozime obe hodnoty do dataframu
        pd_x['len'] = lengths_x
        pd_x['words'] = words_x

        EX = 1/len(words_x)*sum(lengths_x)
        print("Odhad střední hodnoty EX:",EX)

        varX = (1/(len(words_x) -1))*sum([(x - EX)**2 for x in lengths_x])
        print("Bodový odhad rozptylu var(X):",varX)
```

```
Odhad střední hodnoty EX: 4.2622641509433965
Bodový odhad rozptylu var(X): 4.99064264970511
```

Dataset Y

```
In [6]: words_y = data_Y.split(" ")
        lengths_y = [len(x) for x in words_y]

        pd_y = pd.DataFrame()
        pd_y['len'] = lengths_y
        pd_y['words'] = words_y
```

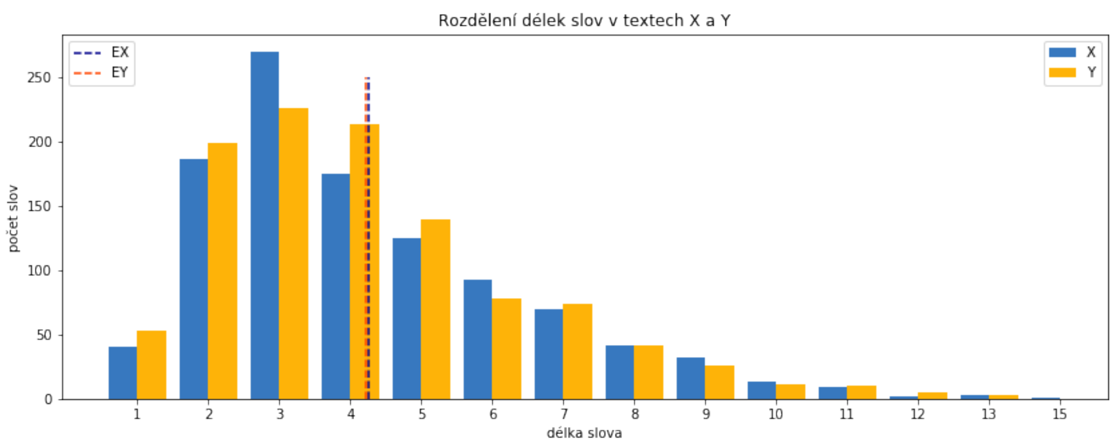
```
        EY = 1/len(words_y)*sum(lengths_y)
        print("Odhad střední hodnoty EY:",EY)

        varY = (1/(len(words_y) -1))*sum([(x - EY)**2 for x in lengths_y])
        print("Bodový odhad rozptylu var(Y):",varY)
```

```
Odhad střední hodnoty EY: 4.214814814814815
Bodový odhad rozptylu var(Y): 4.932495795146393
```

Grafické znázornění rozdělení délek slov v datasetech X a Y.

```
In [7]: colors = ["#3778bf","#feb308"]
```

```
In [8]: pd_xy = pd.DataFrame(pd_x)
        pd_xy['type'] = 'X'
        pd_xy = pd_xy.append(pd_y, sort=False)
        pd_xy['type'].fillna('Y', inplace=True)

        plt.figure(figsize=(14,5))
        cnt = sns.countplot(x ='len', hue='type', data=pd_xy, palette=colors, saturation=1)
        ey = plt.vlines(x=EY-1, ymin=0, ymax=250, linestyles='dashed', color="orangered")
        ex = plt.vlines(x=EX-1, ymin=0, ymax=250, linestyles='dashed', color="darkblue")
        plt.title("Rozdělení délek slov v~textech X a Y")
        plt.xlabel("délka slova"),plt.ylabel("počet slov")
        legend1 = plt.legend(loc='upper right')
        plt.legend([ex,ey],["EX", "EY"]),plt.gca().add_artist(legend1)
        plt.show()
```



Diskuze k výsledku Texty z obou vybraných knih jsou z konce 19. století od autorů z Britských ostrovů. Můžeme očekávat, že rozdělení slov a jejich použití bude podobné. Tuto skutečnost nám potvrzuje odhad střední hodnoty a rozptylu a následné grafické zobrazení délek slov. V něm vidíme, že jediný větší rozdíl nastává u slov délek 3 a 4.

2. Pro každý text zvlášť odhadněte pravděpodobnosti písmen (symbolů mimo mezery), které se v textech vyskytují. Výsledné pravděpodobnosti graficky znázorněte.

Pravděpodobnosti výskytu jednotlivých písmen získáme tak, že nejdříve z textů odstraníme všechny mezery a nasčítáme počet jednotlivých písmen v textech.

```
In [9]: x_nospaces = data_X.replace(" ", "")
        y_nospaces = data_Y.replace(" ", "")
```

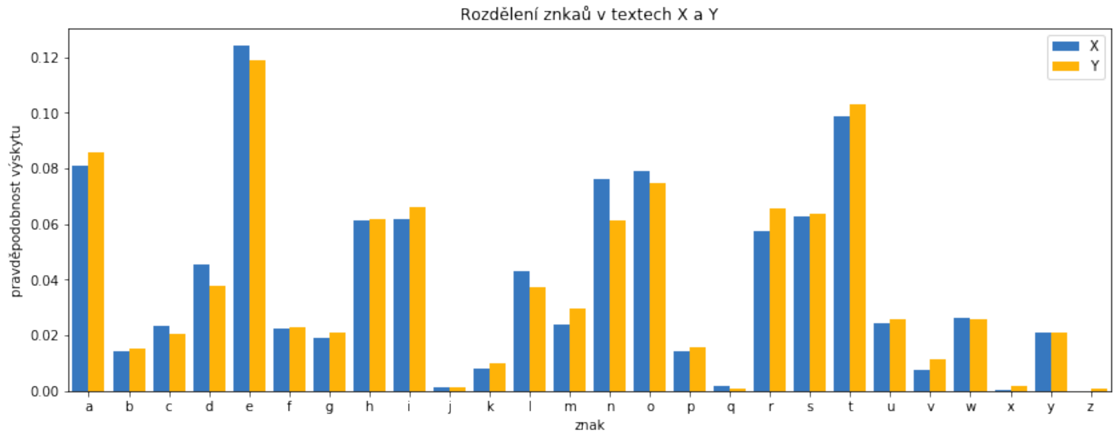
```
In [10]: x_uni = np.array(list(x_nospaces[:]))
         x_uni = np.unique(x_uni, return_counts=True)
         print(x_uni)

         y_uni = np.array(list(y_nospaces[:]))
         y_uni = np.unique(y_uni, return_counts=True)
         print(y_uni)
```

```
(array(['a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'h', 'i', 'j', 'k', 'l', 'm',
       'n', 'o', 'p', 'q', 'r', 's', 't', 'u', 'v', 'w', 'x', 'y'],
      dtype='<U1'), array([366,  65, 105, 205, 561, 102,  87, 276, 279,   7,  37,
      194, 109, 344, 357,  65,   8, 260, 284, 447, 111,  34, 118,   2,  95]))
(array(['a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'h', 'i', 'j', 'k', 'l', 'm',
       'n', 'o', 'p', 'q', 'r', 's', 't', 'u', 'v', 'w', 'x', 'y', 'z'],
      dtype='<U1'), array([391,  69,  94, 171, 542, 104,  96, 281, 300,   6,  45,
      169, 136, 278, 341,  72,   4, 299, 290, 468, 117,  52, 118,   8,  96,   5]))
```

Následně výsledné součty (x_uni a y_uni) vydělíme celkovým počtem všech písmen (pro každý text zvlášť).

```
In [11]: chars_xy = pd.DataFrame()
         chars_xy['char'] = x_uni[0]
         chars_xy['count'] = x_uni[1]
         chars_xy['prob'] = chars_xy['count']/(np.sum(x_uni[1]))
         chars_xy['type'] = 'X'
         chars_tmp = pd.DataFrame()
         chars_tmp['char'] = y_uni[0]
         chars_tmp['count'] = y_uni[1]
         chars_tmp['prob'] = chars_tmp['count']/(np.sum(y_uni[1]))
         chars_xy = chars_xy.append(chars_tmp, sort=False)
         chars_xy['type'].fillna('Y',  inplace=True)
```

```
In [12]: plt.figure(figsize=(14,5))
         sns.barplot(x='char', y='prob', hue='type', data=chars_xy,
                                 palette=colors, saturation=1)
         plt.title("Rozdělení znaků v~textech X a Y")
         plt.xlabel("znak"),plt.ylabel("pravděpodobnost výskytu")
         plt.legend(loc='upper right')
         plt.show()
```



Diskuze k výsledku V grafu můžeme vidět výskyt pravděpodobnost výskytu písmen v jednotlivých textech. Protože se jedná o anglické texty ze stejného období, je i pravděpodobnost výskytu písmen velmi podobná. Nejčastějšími znaky v anglickém jazyce jsou písmena e, t, a - tuto skutečnost graf také potvrzuje.

Hypotézy

3. Na hladině významnosti 5% otestujte hypotézu, že rozdělení délek slov nezávisí na tom, o který jde text. Určete také p-hodnotu testu.

V úloze si nejprve vytvoříme kontingenční tabulku z četností jednotlivých délek slov a poté provedeme χ^2 nezávislosti. Na hladině významnosti 5% budeme testovat hypotézu:

- Rozdělení se rovnají: H_0: $p_{i,j} = p_{i\bullet}p_{\bullet j}$
- Rozdělení jsou rozdílná: H_A: $p_{i,j} \neq p_{i\bullet}p_{\bullet j}$

```
In [13]: print("Maximální délka slova v~X:", pd_xy[pd_xy.type == "Y"].len.max())
         print("Maximální délká slova v~Y:", pd_xy[pd_xy.type == "X"].len.max())

         delky = range(1, max(pd_xy[pd_xy.type == "Y"].len.max(),
                              pd_xy[pd_xy.type == "X"].len.max())+1)

         textX = [pd_xy[(pd_xy.type == "X") & (pd_xy.len == i)].count()[0] for i in delky]
         textY = [pd_xy[(pd_xy.type == "Y") & (pd_xy.len == i)].count()[0] for i in delky]

         N = np.matrix([textX,textY])
         print("Tabulka četností slov různých délek:\n",N)
```

```
Maximální délka slova v X: 13
Maximální délká slova v Y: 15
Tabulka četností slov různých délek:
 [[ 40 186 270 175 125  93  70  41  32  13   9   2   3   0   1]
 [ 53 199 226 214 140  78  74  41  26  11  10   5   3   0   0]]
```

```
In [14]: def getNpp(M, n):
             print('Celková suma: n = ',n)

             # Odhady marginálních pravděpodobností (parametrů)
             pbj = np.sum(M, axis = 0)/n
             pbi = np.sum(M, axis = 1)/n
             #print('(X a Y) p_ib = ', pbi.reshape((-1,)))
             #print('(cetnosti delek) p_bj = ', pbj)

             # Výpočet teoretických četností
             tab_p = pbi@pbj
             npp = tab_p*n
             print('\nTeoretické četnosti n*tab_p:\n', npp)
             return npp
```

```
In [15]: s = pd_xy['words'].count()
         npp = getNpp(N, s)
```

```
Celková suma: n =  2140

Teoretické četnosti n*tab_p:
 [[ 46.06542056 190.70093458 245.68224299 192.68224299 131.26168224
   84.70093458  71.3271028   40.61682243  28.72897196  11.88785047
    9.41121495   3.46728972   2.97196262   0.           0.4953271 ]
 [ 46.93457944 194.29906542 250.31775701 196.31775701 133.73831776
   86.29906542  72.6728972   41.38317757  29.27102804  12.11214953
    9.58878505   3.53271028   3.02803738   0.           0.5046729 ]]
```

Z tabulky teoretických četností je vidět, že některá pole nesplňují doporučenou podmínku:

$$\forall i,j : \frac{N_i \bullet N_{\bullet j}}{n} \geq 5.$$

Proto jsme se rozhodli zmenšovat počet binů k, dokud tato podmínka nebude platit.

```
In [16]: def getMergeCols(M):
             columns = set()
             for i in range(M.shape[0]):
                 for j in range(M.shape[1]):
                     if(M[i, j] < 5.0):
```

```
                #print(M[i, j])
                columns.add(j)
        print("Sloupce nesplňující podmínku:",columns)
        return columns


    def checkMatrixCondition(oldN, oldnpp, n):
        merge_cols = getMergeCols(oldnpp)
        if(len(merge_cols) == 1):
            merge_cols.add(min(merge_cols)-1)
        min_col = min(merge_cols)
        merge_cols.remove(min_col)
        ## shlukneme sloupce co nesplnuji podminku do toho s~nejmensim indexem
        for j in range(oldN.shape[1]):
            if(j in merge_cols):
                oldN[:,min_col] += oldN[:, j]

        cols = [ x for x in range(0,oldN.shape[1]) if x not in merge_cols]
        newN = oldN[:, cols]
        newnpp = getNpp(newN, n)

        merge_cols = getMergeCols(newnpp)
        if(len(merge_cols) > 0):
            newN, newnpp = checkMatrixCondition(newN, newnpp, n)
        return newN, newnpp
```

In [17]:
```
oldN = N.copy()
oldnpp = npp.copy()
N, npp = checkMatrixCondition(N,npp, s)

print("\nStará tabulka četností\n",oldN)
print("\nNová tabulka četností\n",N)
```

```
Sloupce nesplňující podmínku: {11, 12, 13, 14}
Celková suma: n =  2140

Teoretické četnosti n*tab_p:
 [[ 46.06542056 190.70093458 245.68224299 192.68224299 131.26168224
   84.70093458  71.3271028   40.61682243  28.72897196  11.88785047
    9.41121495   6.93457944]
 [ 46.93457944 194.29906542 250.31775701 196.31775701 133.73831776
   86.29906542  72.6728972   41.38317757  29.27102804  12.11214953
    9.58878505   7.06542056]]
Sloupce nesplňující podmínku: set()

Stará tabulka četností
 [[ 40 186 270 175 125  93  70  41  32  13   9   2   3   0   1]
 [ 53 199 226 214 140  78  74  41  26  11  10   5   3   0   0]]
```

```
Nová tabulka četností
 [[ 40 186 270 175 125  93  70  41  32  13   9   6]
 [ 53 199 226 214 140  78  74  41  26  11  10   8]]
```

Testová statistika

Z dat jsme vytvořili novou tabulku četností nad kterou provedeme test nezávislosti dle vzorce:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} \frac{(N_{ij} - \frac{N_{i\bullet}N_{\bullet j}}{n})}{\frac{N_{i\bullet}N_{\bullet j}}{n}}$$

Počet stupňů volnosti počítáme jako: (#řádků-1) $*$ (#sloupců-1).
Výpočet kritické hodnoty: $\chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$
Podmínka, dle které zamítáme H_0 zní: $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$.
Spočteme si tedy potřebné hodnoty a provedeme test:

```
In [18]: # Statistika
         chi = np.sum(np.square(N - npp)/(npp))
         print('\nTestová statistika: Chi^2 = ', chi)

         df = ((N.shape[0] - 1 )*(N.shape[1] - 1) )
         print("Stupně volnosti:", df)
         print('Kritická hodnota:', stats.chi2.isf(0.05, df))
```

```
Testová statistika: Chi^2 =  13.285320732012462
Stupně volnosti: 11
Kritická hodnota: 19.67513757268249
```

```
In [19]: # výsledek testu
         print("\nVýsledek podmínky zamítnutí:",chi >= stats.chi2.isf(0.05, df))

         # Pomocí funkce
         s, p, d, e = stats.chi2_contingency(N, correction = False)
         print("\nHodnota testové statistiky: ", s)
         print("p-hodnota:", p)
```

```
Výsledek podmínky zamítnutí: False

Hodnota testové statistiky:  13.285320732012455
p-hodnota: 0.2750867825892949
```

Diskuze k výsledku Výsledek podmínky zamítnutí je negativní, protože **neplatí** $\chi^2 \geq \chi^2_{0.05,12}$ a můžeme si myslet, že jsou délky slov nezávislé na tom, ze kterého textu pochází (nezamítáme H_0), potvrzené to však nemáme. Výsledek testu jsme mohli předpokládat kvůli faktu, že jsou oba texty ze stejného období (1886 a 1897).

```
In [20]: ## vysledky na neupravene matici oldN
         # dropneme 14. sloupec s~nulama
         testN = oldN[:, [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,14]]
         testnpp = oldnpp[:, [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,14]]
         print("Neupravená tabulka bez nulových sloupců:
         ",testN)

         chi = np.sum(np.square(testN - testnpp)/(testnpp))
         print('\nTestová statistika (old): Chi^2 = ', chi)

         df = ((testN.shape[0] - 1 )*(testN.shape[1] - 1) )
         print("Stupně volnosti:", df)
         print('Kritická hodnota:', stats.chi2.isf(0.05, df))
         # výsledek testu
         print("\nVýsledek podmínky zamítnutí (oldN):",chi >= stats.chi2.isf(0.05, df))

         # Pomocí funkce
         s, p, d, e = stats.chi2_contingency(testN, correction = False)
         print("\nHodnota testové statistiky: ", s)
         print("p-hodnota:", p)
```

```
Neupravená tabulka bez nulových sloupců:
 [[ 40 186 270 175 125  93  70  41  32  13   9   2   3   1]
  [ 53 199 226 214 140  78  74  41  26  11  10   5   3   0]]

Testová statistika (old): Chi^2 =  15.285495435017353
Stupně volnosti: 13
Kritická hodnota: 22.362032494826945

Výsledek podmínky zamítnutí (oldN): False

Hodnota testové statistiky:  15.285495435017346
p-hodnota: 0.28987054391678296
```

Výsledek testu na původních datech dopadl stejně, tedy příliš malé hodnoty některých očekávaných hodnot zde neměly vliv na konečný výsledek testu.

---

4. Na hladině významnosti 5% otestujte hypotézu, že se střední délky slov v obou textech rovnají. Určete také p-hodnotu testu.

Na hladině významnosti 5% budeme testovat hypotézu H_0, že se střední délky slov v obou textech rovnají. Jedná se o dva nezávislé texty (skupiny), takže provedeme dvou-výběrový test. Nejprve provedeme F-Test na rovnost rozptylů obou textů, podle kterého následně provedeme dvou-výběrový test podle stejných nebo různých rozptylů.
Chceme otestovat hypotézu H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, proti alternativě H_A: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.
K tomu využijeme testovou statistiku $T = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$, případně i Bartlettův a Levenův test.

```
In [21]: # Test shodnosti rozptylů
         n = len(words_x) ,m = len(words_y)

         T = varX / varY
         print("Testová statistika (F-test):", T)
         p_cdf = stats.f.cdf(T, n-1, m-1)
         #funkce preziti
         p_value = 2*stats.f.sf(T, n-1, m-1)
         print("F-test p-hodnota:", p_value)

         #pro ne-Normalni rozdeleni X a Y
         import scipy.stats
         x_samples = lengths_x[:]
         y_samples = lengths_y[:]
         B,p = scipy.stats.bartlett(x_samples, y_samples)
         print("Bartlett stat:",B, "Bartlett p_val: ",p)
         L,p = scipy.stats.levene(x_samples, y_samples)
         print("Levene stat:",L, "Levene p_val: ",p)
```

```
Testová statistika (F-test): 1.0117885259255435
F-test p-hodnota: 0.8479539146201472
Bartlett stat: 0.03668717501416687 Bartlett p_val:  0.8481033561510454
Levene stat: 0.30298631365647144 Levene p_val:  0.5820738029669725
```

Rozptyly budeme předpokládat stejné, protože p-hodnota pro zamítnutí je ve všech testech vysoká, tedy H_0 nezamítáme. V Levenově testu nám vyšel odhad p hodnoty na 58%, což už se blíží k pravděpodobnosti 50:50, že se rozptyly liší. Proto můžeme čistě pro kontrolu provést i "slabší" test pro různé rozptyly a podívat se, jestli náhodou nevyjde jinak (nevyjde).

```
In [22]: # T-test se ruznymi rozptyly
         sd = np.sqrt( varX/n + varY/m )
         T = ((pd_x['len'].mean() - pd_y['len'].mean())/sd)
         print("Hodnota testové statistiky: T = ", T)

         nd = sd**4 / ( (1/(n-1))*((varX/n)**2) + (1/(m-1))*((varY/m)**2) )
         krit = stats.t.isf(0.05/2, df = nd)
         print("Kritická hodnota: t = ", krit)
```

```
    #Výsledek testu
    print('Zamítáme: ', np.abs(T) >= krit)

    #p-hodnota
    p_value=2*stats.t.sf(np.abs(T), df = nd)
    print("p-hodnota: ", p_value)
```

```
Hodnota testové statistiky: T =  0.49268194278264094
Kritická hodnota: t =  1.961074847269533
Zamítáme:  False
p-hodnota:  0.6222879604666979
```

Protože uvažujeme stejnou hodnotu rozptylů, budeme na hladině významnosti 5% testovat hypotézu: - H_0: $\mu_1 = \mu_2$, že se střední délky slov v obou textech rovnají, proti alternativě H_A: $\mu 1 \neq \mu 2$, že se střední délky slov v obou textech nerovnají.
Využijeme testovou statistiku T:

$$T = \frac{\overline{X}_n - \overline{Y}_m}{s_{12}} \sqrt{\frac{nm}{n+m}},$$

kde $s_{12} = \sqrt{\frac{(n-1)s_X^2 + (m-1)s_Y^2}{n+m-2}}$ s kritickým oborem $|T| \geq t_{\alpha/2, n+m-2}$.

```
In [23]: # T-test se stejnými rozptyly
         s12 = np.sqrt(((n-1)*varX + (m-1)*varY)/(n+m-2))
         T = (EX - EY)/s12*np.sqrt(n*m/(n+m))
         print("Hodnota testové statistiky: T = ", T)

         krit = stats.t.isf(0.05/2, df = n+m-2)
         print("Kritická hodnota: t = ", krit)

         # výsledek testu
         print("Zamítáme: ",np.abs(T) >= krit)

         # p-hodnota
         p_value = 2*stats.t.sf(np.abs(T), df = n + m -2)
         print("p-hodnota:", p_value)
```

```
Hodnota testové statistiky: T =  0.492708937267016
Kritická hodnota: t =  1.9610741772191844
Zamítáme:  False
p-hodnota: 0.6222688564504562
```

Diskuze k výsledku Dle podmínky zamítnutí $|T| \geq t_{0.025,2138}$ je výsledkem nezamítnutí H_0. Opět si můžeme myslet, že je střední délka slov se v obou textech rovná. Výsledek testu opět potvrzuje velkou podobnost ve vybraných textech, stejně jako v ostatních úlohách.

5. Na hladině významnosti 5% otestujte hypotézu, že rozdělení písmen nezávisí na tom, o který jde text. Určete také p-hodnotu testu.

Stejně jako v úloze 3. si nejprve vytvoříme kontingenční tabulku. Vytvoříme ji z četností jednotlivých písmen a poté provedeme χ^2 nezávislosti. Na hladině významnosti 5% budeme testovat hypotézy:

- Rozdělení jsou stejná: H_0 - $p_{i,j} = p_{i\bullet}p_{\bullet j}$
- Rozdělení se liší: H_A - $p_{i,j} \neq p_{i\bullet}p_{\bullet j}$

```
In [24]: abeceda = list(map(chr, range(97, 123)))

         textX = [ x_nospaces.count(a) for a in abeceda ]
         textY = [ y_nospaces.count(a) for a in abeceda ]

         Nchar = np.matrix([textX,textY])
         print("Tabulka četností znaků:\n",Nchar)
```

```
Tabulka četností znaků:
 [[366  65 105 205 561 102  87 276 279   7  37 194 109 344 357  65   8 260
  284 447 111  34 118   2  95   0]
 [391  69  94 171 542 104  96 281 300   6  45 169 136 278 341  72   4 299
  290 468 117  52 118   8  96   5]]
```

```
In [25]: s = chars_xy['count'].sum()
         nppchar = getNpp(Nchar, s)
```

```
Celková suma: n =  9070

Teoretické četnosti n*tab_p:
 [[377.08114664  66.74884234  99.12701213 187.2952591  549.43263506
  102.61389195  91.1570011  277.45600882 288.41477398   6.47563396
   40.8463065  180.81962514 122.04079383 309.83417861 347.69173098
   68.2432194    5.97750827 278.4522602  285.92414553 455.78500551
  113.57265711  42.83880926 117.55766262   4.98125689  95.14200662
    2.49062845]
 [379.91885336  67.25115766  99.87298787 188.7047409  553.56736494
  103.38610805  91.8429989  279.54399118 290.58522602   6.52436604
   41.1536935  182.18037486 122.95920617 312.16582139 350.30826902
   68.7567806    6.02249173 280.5477398  288.07585447 459.21499449
  114.42734289  43.16119074 118.44233738   5.01874311  95.85799338
    2.50937155]]
```

Opět provedeme sloučení sloupců, které nesplňují doporučenou podmínku:

$$\forall i, j : \frac{N_i \bullet N_{\bullet j}}{n} \geq 5.$$

abychom splnili doporučené očekávané hodnoty

```
In [26]: oldNchar = Nchar.copy()
         oldnppchar = nppchar.copy()
         Nchar, nppchar = checkMatrixCondition(Nchar,nppchar,s)

         print("\nStará tabulka četností\n",oldNchar)
         print("\nNová tabulka četností\n",Nchar)
```

```
Sloupce nesplňující podmínku: {25, 23}
Celková suma: n =  9070

Teoretické četnosti n*tab_p:
 [[377.08114664  66.74884234  99.12701213 187.2952591  549.43263506
   102.61389195  91.1570011  277.45600882 288.41477398   6.47563396
    40.8463065  180.81962514 122.04079383 309.83417861 347.69173098
    68.2432194    5.97750827 278.4522602  285.92414553 455.78500551
   113.57265711  42.83880926 117.55766262   7.47188534  95.14200662]
 [379.91885336  67.25115766  99.87298787 188.7047409  553.56736494
   103.38610805  91.8429989  279.54399118 290.58522602   6.52436604
    41.1536935  182.18037486 122.95920617 312.16582139 350.30826902
    68.7567806    6.02249173 280.5477398  288.07585447 459.21499449
   114.42734289  43.16119074 118.44233738   7.52811466  95.85799338]]
Sloupce nesplňující podmínku: set()

Stará tabulka četností
 [[366  65 105 205 561 102  87 276 279   7  37 194 109 344 357  65   8 260
   284 447 111  34 118   2  95   0]
 [391  69  94 171 542 104  96 281 300   6  45 169 136 278 341  72   4 299
   290 468 117  52 118   8  96   5]]

Nová tabulka četností
 [[366  65 105 205 561 102  87 276 279   7  37 194 109 344 357  65   8 260
   284 447 111  34 118   2  95]
 [391  69  94 171 542 104  96 281 300   6  45 169 136 278 341  72   4 299
   290 468 117  52 118  13  96]]
```

Testová statistika

Z dat jsme vytvořili novou tabulku četností nad kterou provedeme test nezávislosti dle vzorce:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} \frac{(N_{ij} - \frac{N_{i\bullet}N_{\bullet j}}{n})}{\frac{N_{i\bullet}N_{\bullet j}}{n}}$$

Počet stupňů volnosti počítáme jako: (# řádků -1) $*$ (# sloupců -1).
Výpočet kritické hodnoty: $\chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$
Podmínka dle které zamítáme H_0: $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$
Spočteme hodnoty a provedeme test hypotézy.

```
In [27]: # Statistika
         chi = np.sum(np.square(Nchar - nppchar)/(nppchar))
         print('\nTestová statistika: Chi^2 = ', chi)

         df = ((Nchar.shape[0] - 1 )*(Nchar.shape[1] - 1) )
         print("Stupně volnosti:", df)
         print('Kritická hodnota:', stats.chi2.isf(0.05, df))
```

```
Testová statistika: Chi^2 =  35.97497553614714
Stupně volnosti: 24
Kritická hodnota: 36.415028501807306
```

```
In [28]: # výsledek testu
         print("\nVýsledek podmínky zamítnutí:",chi >= stats.chi2.isf(0.05, df))

         # Pomocí funkce
         s, p, d, e = stats.chi2_contingency(Nchar, correction = False)
         print("\nHodnota testové statistiky: ", s)
         print("p-hodnota:", p)
```

```
Výsledek podmínky zamítnutí: False
Hodnota testové statistiky:  35.97497553614716
p-hodnota: 0.055194986435978484
```

Diskuze k výsledku Výsledek podmínky zamítnutí je negativní, protože **neplatí** $\chi^2 \geq \chi^2_{0.05,24}$ a můžeme si opět myslet, že výskyty jednotlivých znaků jsou nezávislé na tom, ze kterého textu pochází. Výsledek testu jsme mohli předpokládat z grafu v úloze 2. a faktu, že jsou oba texty původem z Britských ostrovů, nicméně p hodnota je pouze 5.5% – od zamítnutí tedy H_0 nejsme daleko.

```
In [29]: ## vysledky na neupravene matici oldNchar
         print("Neupravená tabulka bez nulových sloupců:",oldNchar)
         chi = np.sum(np.square(oldNchar - oldnppchar)/(oldnppchar))
         print('\nTestová statistika (old): Chi^2 = ', chi)

         df = ((oldNchar.shape[0] - 1 )*(oldNchar.shape[1] - 1) )
         print("Stupně volnosti:", df)
         print('Kritická hodnota:', stats.chi2.isf(0.05, df))
         print("\nVýsledek podmínky zamítnutí (oldNchar):",chi >= stats.chi2.isf(0.05, df))
         s, p, d, e = stats.chi2_contingency(oldNchar, correction = False)
         print("\nHodnota testové statistiky: ", s)
         print("p-hodnota:", p)
```

```
Neupravená tabulka bez nulových sloupců:
 [[366 65 105 205 561 102 87 276 279 7 37 194 109 344 357 65 8 260 284 447
```

```
 111 34 118 2 95 0]
  [391 69  94 171 542 104 96 281 300 6 45 169 136 278 341 72 4 299 290 468
 117 52 118 8 96 5]]

Testová statistika (old): Chi^2 =  36.508316364074126
Stupně volnosti: 25
Kritická hodnota: 37.65248413348277

Výsledek podmínky zamítnutí (oldNchar): False

Hodnota testové statistiky:  36.50831636407414
p-hodnota: 0.0642331236670156
```

Závěr

K analýze jsme si načetli dva velmi podobné texty - ze stejného období a na podobná témata, tudíž jsme ani v jedné úloze nezamítali nulovou hypotézu. Pro kontrolu správnosti jsme si také nagenerovali jiná data - konkrétně pro k = 20, tedy texty 001.txt a 011.txt (texty Americké literatury z let 1915 a 1876), kde nám výsledky testů vycházely právě opačně, ve všech úlohách jsme nulovou hypotézu zamítali ve prospěch alternativní a p-hodnoty vycházely blízko nule.