

Задание 1

Решение

а) $y = e^x \ln(3x + 1)$

Производная от e^x по x равна e^x .

Производная от $\ln(3x+1)$ по x с использованием цепного правила: $\frac{d}{dx} \ln(3x+1) = \frac{3}{3x+1}$.

Теперь применим правило произведения:

$$y' = e^x \cdot \ln(3x + 1) + e^x \cdot \frac{3}{3x + 1}.$$

Упростим:

$$y' = e^x \left(\ln(3x + 1) + \frac{3}{3x + 1} \right).$$

б) $y = e^{x^2} \sqrt{x^3 + 4x^2 - 7}$

Применяем правило произведения: $y' = e^{x^2} \cdot \frac{d}{dx} \left(\sqrt{x^3 + 4x^2 - 7} \right) + \sqrt{x^3 + 4x^2 - 7} \cdot \frac{d}{dx} \left(e^{x^2} \right).$

Производная от e^{x^2} по x с использованием цепного правила:

$$\frac{d}{dx} e^{x^2} = e^{x^2} \cdot 2x.$$

Производная от $\sqrt{x^3 + 4x^2 - 7}$ по x с использованием цепного правила:

$$\frac{d}{dx} \sqrt{x^3 + 4x^2 - 7} = \frac{3x^2 + 8x}{2\sqrt{x^3 + 4x^2 - 7}}.$$

Теперь применяем правило произведения:

$$y' = e^{x^2} \cdot \frac{3x^2 + 8x}{2\sqrt{x^3 + 4x^2 - 7}} + \sqrt{x^3 + 4x^2 - 7} \cdot 2xe^{x^2}.$$

в) $y = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x^2}$

Применяем правило частного: $y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$,

где $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, а $g(x) = 1+x^2$. Производная от $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ с применением правила произведения:

$$f'(x) = \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Производная от $g(x) = 1+x^2$:

$$g'(x) = 2x.$$

Теперь применяем правило частного:

$$y' = \frac{\left(\sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\right) \cdot (1+x^2) - x\sqrt{1-x^2} \cdot 2x}{(1+x^2)^2}.$$