# Введение

Стеганография. История. Применение

# Вейвлет-преобразования

## Общая теория

Традиционно для анализа временных рядов используется преобразование Фурье, дающее разложение исследуемого временного процесса *f(t)* в ряд по тригонометрическим функциям, или в более общей форме записи

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Коэффициенты  являются амплитудами гармонических колебаний соответствующей частоты и определяются формулой

|  |  |
| --- | --- |
| . | (2) |

Множество функций  образует ортонормированный базис пространства ), которое является пространством определенных на ) функций, действительных, ограниченных на ) и непрерывных всюду за исключением конечного числа точек.

Аппарат Фурье-преобразований дает достаточно простые для расчетов формулы и прозрачную интерпретацию результатов, но имеет некоторые недостатки. Преобразование, например, не отличает сигнал, являющийся суммой двух синусоид, от ситуации последовательного включения синусоид, не дает информации о преимущественном распределении частот во времени, может дать неверные результаты для сигналов с участками резкого изменения. Исрследуемые ряды также далеко не всегда удовлетворяют требованию пеиодичности и более того, как правило, заданы на ограниченном отрезке времени.

Основы вейвлет-анализа были разработаны в середине 80-х годов Гроссманом и Морле как альтернатива преобразованию Фурье для исследования временных (пространственных) рядов с выраженной неоднородностью. В отличие от преобразования Фурье, локализующего частоты, но не дающего временного разрешения процесса, вейвлет-преобразование, обладающее самонастраивающимся подвижным частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет как низко-частотные, так и высокочастотные характеристики сигнала на разных временных масштабах. По этой причине вейвлет-анализ часто сравнивают с "математическим микроскопом", вскрывающим внутреннюю структуру существенно неоднородных объектов.

Указанная универсальность обеспечила вейвлет-анализу широкое использование в самых различных областях знаний. Семейства анализирующих функций, называемых вейвлетами, применяются при анализе изображений различной природы, для изучения структуры турбулентных полей, для сжатия больших объемов информации, в задачах распознавания образов, при обработке и синтезе сигналов, например, речевых, для определения характеристик фрактальных объектов.

Подобно тому, как в основе аппарата преобразований Фурье лежит единственная функция , порождающая ортонормированный базис пространства ) путем масштабного преобразования, так и вейвлет-преобразование строится на основе единственной базисной функции , принадлежащей пространству ) , т.е. всей числовой оси.

В западной литературе за этой функцией закрепилось название "вейвлет", что означает "маленькая волна", в отечественной иногда ее называют "всплеском", отражая в этом названии и локализацию, и осцилляционный характер поведения.

При конструировании базисной анализирующей функции  должны выполняться следующие необходимые условия.

1. Локализация - вейвлет должен быть локализован вблизи нуля аргумента как во временном, так и в частотном пространстве.
2. Нулевое среднее:
3. Как следствие, вейвлет должен быть знакопеременной функцией.
4. Ограниченность:
5. Вейвлет должен быть достаточно быстро убывающей функцией временной (пространственной) переменной.

Базис одномерного дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) строится на основе вейвлета   посредством операций сдвигов и растяжений вдоль оси . Вводя аналог синусоидальной частоты и принимая для простоты в качестве ее значений степени двойки, получаем для функций базиса yjk(t)= 2j/2y(2jt-k)

Базис нормирован, если вейвлет имеет единичную норму.

Вейвлет называется ортогональным, если семейство {yjk} представляет ортонормированный базис функционального пространства L2(R), т.е. <yjk,ylm>=djl dkm. В этом случае любая функция fО L2(R) может быть представлена в виде ряда

https://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/frl/a15_f05.gif  
где  
https://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/frl/a15_f06.gif

Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) строится аналогичным образом с помощью непрерывных масштабных преобразований и переносов вейвлета *(t)* с произвольными значениями масштабного коэффициента ***a*** и параметра сдвига ***b***:

https://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/frl/a15_f07.gif

где символ \* обозначает операцию комплексного сопряжения.

Вейвлет-преобразование обратимо для функций *f* из *L2(R)*

https://www.krsu.edu.kg/vestnik/2002/v2/frl/a15_f08.gif

Таким образом, любая функция из *L2(R)* может быть представлена суперпозицией масштабных преобразований и сдвигов базисного вейвлета с коэффициентами, зависящими от масштаба (частоты) и параметра сдвига (времени).

Двухпараметрическая функция *W(a,b)* дает информацию об изменении относительного вклада компонент разного масштаба во времени и называется спектром коэффициентов вейвлет-преобразования.

## Применение вейвлет-преобразования

В заключение нашей статьи перечислим некоторые области, где использование вейвлетов может оказаться (или уже является) весьма перспективным.

1. **Обработка экспериментальных данных.**Поскольку вейвлеты появились именно как механизм обработки экспериментальных данных, их применение для решения подобных задач представляется весьма привлекательным до сих пор. Вейвлет-преобразование дает наиболее наглядную и информативную картину результатов эксперимента, позволяет очистить исходные данные от шумов и случайных искажений, и даже "на глаз" подметить некоторые особенности данных и направление их дальнейшей обработки и анализа. Кроме того, вейвлеты хорошо подходят для анализа нестационарных сигналов, возникающих в медицине, анализе фондовых рынков и других областях.
2. **Обработка изображений.**Наше зрение устроено так, что мы сосредотачиваем свое внимание на существенных деталях изображения, отсекая ненужное. Используя вейвлет-преобразование, мы можем сгладить или выделить некоторые детали изображения, увеличить или уменьшить его, выделить важные детали и даже повысить его качество!
3. **Сжатие данных.** Особенностью ортогонального многомасштабного анализа является то, что для достаточно гладких данных полученные в результате преобразования детали в основном близки по величине к нулю и, следовательно, очень хорошо сжимаются обычными статистическими методами. Огромным достоинством вейвлет-преобразования является то, что оно не вносит дополнительной избыточности в исходные данные, и сигнал может быть полностью восстановлен с использованием тех же самых фильтров. Кроме того, отделение в результате преобразования деталей от основного сигнала позволяет очень просто реализовать сжатие с потерями – достаточно просто отбросить детали на тех масштабах, где они несущественны! Достаточно сказать, что изображение, обработанное вейвлетами, можно сжать в 3-10 раз без существенных потерь информации (а с допустимыми потерями – до 300 раз!). В качестве примера отметим, что вейвлет-преобразование положено в основу стандарта сжатия данных MPEG4.
4. **Нейросети и другие механизмы анализа данных.** Большие трудности при обучении нейросетей (или настройке других механизмов анализа данных) создает сильная зашумленность данных или наличие большого числа "особых случаев" (случайные выбросы, пропуски, нелинейные искажения и т.п.). Такие помехи способны скрывать характерные особенности данных или выдавать себя за них и могут сильно ухудшить результаты обучения. Поэтому рекомендуется очистить данные, прежде чем анализировать их. По уже приведенным выше соображениям, а также благодаря наличию быстрых и эффективных алгоритмов реализации, вейвлеты представляются весьма удобным и перспективным механизмом очистки и предварительной обработки данных для использования их в статистических и бизнес-приложениях, системах искусственного интеллекта и т.п.
5. **Системы передачи данных и цифровой обработки сигналов.** Благодаря высокой эффективности алгоритмов и устойчивости к воздействию помех, вейвлет-преобразование является мощным инструментом в тех областях, где традиционно использовались другие методы анализа данных, например, преобразование Фурье. Возможность применения уже существующих методов обработки результатов преобразования, а также характерные особенности поведения вейвлет-преобразования в частотно-временной области позволяют существенно расширить и дополнить возможности подобных систем.

**Достоинства:**

* Вейвлетные преобразования обладают всеми достоинствами преобразований Фурье.
* Вейвлетные базисы могут быть хорошо локализованными как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах хорошо локализованных разномасштабных процессов можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес.
* Базисные вейвлеты могут реализоваться функциями различной гладкости.

**Недостатки:**

* Можно выделить один недостаток, это относительная сложность преобразования.

## Вейвлет-преобразования в методах внедрения ЦВЗ в изображения.

### Что это такое

### Разновидности

### Возможные уязвимости

# Алгоритм внедрения цифрового водяного знака в изображение с помощью вейвлет-преобразований

Краткая сводка: алгоритм является неслепым, бла-бла-бла…

В реализованном мною алгоритме И.Р. Кима используется трехуровневое разложение с использованием вейвлет-преобразования Хаара. ЦВЗ встраивается в коэффициенты всех уровней разложения последовательно, начиная с третьего и заканчивая первым. Для встраивания выбираются коэффициенты, превышающие значение определенного порога.

Для встраивания используется аддитивный алгоритм

|  |  |
| --- | --- |
| , | (1) |

где – измененный коэффициент, – выбранный для внедрения коэффициент, – бит ЦВЗ, коэффициент масштабирования, который регулируется для каждого уровня разложения. Для получения изображения, содержащего ЦВЗ, используется обратное 2D-ДВП.

Для извлечения ЦВЗ необходимо исходное изображение. Применяется инверсия формулы внедрения, учитывая адаптивно-уровневый коэффициент масштабирования ,

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Количество встраиваемой информации относительно невелико. В среднем оно составляет примерно 1/120 от размера исходного изображения, однако при расчете возможного количества встраиваемой информации следует учитывать не только размер изображения, но и насыщенность цвета определенных составляющих.

## Описание алгоритма И.Р. Ким и его программной реализации

### Встраивание ЦВЗ

Обобщенная блок-схема встраиваемых данных водяного знака с помощью 2D-ДВП изображена на рис. 1.



Рис. 1 Обобщенная блок-схема внедрения ЦВЗ

**Шаг 1.** Импортированиеисходного изображение и извлечение его синей составляющей, изменения в которой наименее заметны человеческому глазу.

**Шаг 2.** Импортирование ЦВЗ и преобразование его в одномерный массив бит.

**Шаг 3.** Разложение синей составляющей исходного изображения с помощью вейвлет-преобразования Хаара на 3 уровня и формирование коэффициентов аппроксимации и детализации.

**Шаг 4.** Вычисление порогов, в зависимости от которых будут выбраны пригодные для встраивания коэффициенты.

Пороги вычисляются отдельно для каждого уровня. На каждом уровне разложения находится абсолютный максимум для каждого набора коэффициентов, аппроксимации и детализации – горизонтальных , вертикальных и диагональных . Затем из них берется максимум . Порог вычисляется по следующей формуле:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

**Шаг 5.** Процесс встраивания ЦВЗ. Начиная с 3-го уровня разложения, перебираются коэффициенты аппроксимации и детализации. Каждый коэффициент сравнивается со значением порога, соответствующего данному уровню. Коэффициенты, превышающие значение порога, изменяются в соответствии с формулой 1. Аналогичные операции производятся на 2 и на 1 уровне. В процессе выполнения этого шага функция периодически проверяет, сколько символов ЦВЗ осталось встроить. Если ЦВЗ встроено полностью, процесс останавливается. Соответственно, ЦВЗ не всегда встраивается во все коэффициенты.

**Шаг 6.** Восстановление синей составляющей изображения, в которое был встроен ЦВЗ, из измененных коэффициентов с помощью обратного вейвлет-преобразования. Изображение визуально ничем не должно отличаться от исходного.

### Извлечение ЦВЗ

**Шаг 1.** Выполнение шага 1 и шага 3 алгоритма встраивания к изображению со встроенным ЦВЗ. В результате чего получаем коэффициенты аппроксимации и детализации 3 уровней разложения Хаара.

**Шаг 2.** Выполнение шага 1 и шага 3 алгоритма встраивания к исходному изображению. Это действие необходимо в связи с тем, что алгоритм И.Р. Ким является неслепым, а это значит, что для извлечения ЦВЗ необходимо исходное изображение.

**Шаг 3.** Вычисление порогов для коэффициентов. Вычисление производится с помощью исходного изображения аналогично шагу 4 предыдущего алгоритма.

**Шаг 4.** Извлечение ЦВЗ. Для извлечения ЦВЗ производится перебор коэффициентов синей составляющей исходного изображения, начиная с 3 уровня. Если коэффициент больше порога , то находим соответствующий коэффициент в изображении со встроенным ЦВЗ и извлекаем бит ЦВЗ в соответствии с формулой 2.

**Шаг 5.** Перевод одномерного извлеченного массива бит ЦВЗ к двумерному виду и сохранение его в формате изображения. Для выполнения этого шага необходимо указать размеры исходного ЦВЗ.

## Программная реализация алгоритма И.Р. Ким

Программа, реализующая алгоритм И.Р., описанный в пункте 2.1, написана на языке C# на платформе .NET Framework. Реализовано 7 классов, код которых приведен в приложениях А-Д. Далее следует описание основной функциональности каждого класса.

### Хранение и обработка изображений

Для реализации хранения и обработки изображений было написано два класса. Вспомогательный класс DoublePixel (Приложение А) дает возможность оперировать значениями пикселей. Он содержит функции для быстрого доступа к конкретному пикселю, замены его значения и приведения пикселя к формату RGB.

Класс DoubleImage (Приложение Б) был реализован с целью замены стандартного класса для обработки изображений Bitmap. Он дает более быстрый доступ к отдельным пикселям в отличие от класса Bitmap за счет использования класса DoublePixel. Класс DoubleImage позволяет извлекать отдельные цветовые компоненты по выбору и обновлять их. Этот класс также содержит функцию для преобразования изображения в стандартный формат Bitmap для последующего сохранения.

Для работы ЦВЗ оказалось недостаточно реализованных классов для работы с изображением, поэтому потребовалось реализовать класс Watermark (Приложение В). Он позволяет преобразовывать изображение в двумерный массив бит и обратно.

### Вейвлет-преобразование

Для осуществления вейвлет-преобразования Хаара были реализованы два класса, HaarTransfrom (Приложение Г) и Wavelet (Приложение Д).

Класс HaarTransfrom содержит функцию Transform, принимающую на вход матрицу вещественных чисел, а также заданную ширину и высоту для преобразования отдельной части матрицы. Функция Transform сначала осуществляет преобразования по строкам матрицы, затем аналогично по столбцам. Для этого создается пустая матрица такого же размера для сохранения промежуточных результатов. В ходе преобразований по строкам для каждой строки *k* берется пара соседних чисел пробегает от 0 до *width/*2, где *width* – это ширина матрицы, с шагом 2, и преобразуется следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |
|  | (4) |

Затем полученные значения аппроксимации *approx* и детализации *detal* сохраняются в промежуточную матрицу в строку *k* по индексам *i* и *width/2*, соответственно.

Преобразования по столбцам производятся на промежуточной матрице, полученной в результате преобразований по строкам. Преобразования производятся аналогично описанным выше преобразованиям по строкам. Результат сохраняется в конечную матрицу, которую возвращает функция Transform. Если преобразования производятся только на отдельной части матрицы, остальную часть марицы, полученной в результате преобразований, необходимо заполнить значениями из исходной матрицы. Для этого в классе HaarTransfrom используется вспомогательная функция FillRestMatrix.

Класс HaarTransfrom также содержит функцию Untransform, которая производит обратные преобразования для восстановления исходной матрицы.

Класс Wavelet содержит функцию Transform, которая принимает на вход матрицу вещественных чисел и необходимый уровень разложения. После проверки возможности разложения до указанного уровня запускается функция Transform класса HaarTransfrom. Размеры изменяемой части матрицы зависят от уровня разложения. Для первого уровня разложения требуется вся матрица, для последующих уровней размеры изменяемой части определяются следующим образом:

*variableWidth = width / i,*

*variableHeight = height / i,*

где *width и height –* исходные размеры изображения, а *i –* текущий уровень разложения.

Класс Wavelet содержит функцию Untransform, которая производит обратное вейвлет-преобразование.

Также класс Wavelet содержит функцию GetCoefficient, которая возвращает матрицу коэффициентов (аппроксимации и детализации – горизонтальных, вертикальных и диагональных) в зависимости от требуемого уровня разложения.

### Алгоритмы встраивания и извлечения ЦВЗ

Алгоритмы по встраиванию извлечению ЦВЗ реализованы в классе JRKimAlgorithm (Приложение Е). Также реализован вспомогательный класс Threshold (Приложение Ж) для подсчета порогов.

Функция KIMembed осуществляет встраивание ЦВЗ в изображение. Она получает на вход исходное изображение и ЦВЗ. Далее извлекается синяя составляющая исходного изображения с помощью функции GetColorComponent класса DoubleImage. Затем вызывается функция Transform класса Wavelet с синей составляющей и значением 3 уровня разложения в виде параметров. Затем все коэффициенты разложения извлекаются из полученной в результате разложения матрицы с помощью функции GetCoefficient класса Wavelet и сохраняются в отдельные двумерные массивы.

Затем необходимо получить значения порогов. Для этого используется функция GetTreshold класса Treshold. Функция GetTreshold перегружена и может принимать на вход 3 или 4 матрицы в зависимости от уровня разложения, поскольку на 1 и 2 уровнях разложения используются только коэффициенты детализации, а на 3 уровне еще и коэффициенты аппрокисмации.

После получения порогов ЦВЗ преобразуется с помощью функции TransformWatermark. Ее назначение поменять все нулевые биты ЦВЗ на значение -1 для осуществления дальнейших арифметических операций.

Затем происходит последовательное встраивание ЦВЗ в коэффициенты, начиная с коэффициентов аппроксимации с 3 уровня разложения и заканчивая коэффициентами детализации 1 уровня разложения.

После чего собирается новая матрица с измененными коэффициентами с помощью функции SetCoefficient класса Wavelet. К ней применяется обратное вейвлет-преобразования Хаара с помощью функции Untransfrom класса Wavelet. В результате получается измененная синяя составляющая, которая несет в себе код ЦВЗ. Далее синяя составляющая исходного изображение заменяется на измененную с помощью функции UpdateColorComponent класса DoubleImage.

Функция KIMextract класса JRKimAlgorithm осуществляет извлечение ЦВЗ с помощью исходного изображения. Ее алгоритм описан в пункте 2.1.2. Данная функция использует аналогичные вспомогательные функции как в функции KIMembed.

### Пользовательская часть программы

Здесь возможно стоит, а возможно и не стоит описать, что происходит со стороны пользователя и какими средствами оно реализовано.

## Анализ алгоритма

Анализ на быстродействие. На робастность (сжатие, обрезка, поворот, масштабирование)

## Оптимизация алгоритма

### Встраивание ЦВЗ в несколько цветовых компонент

### Предварительный расчет максимально возможного и оптимального размера ЦВЗ

### Вывод предупреждения о невозможности встроить ЦВЗ целиком

### Алгоритм определения схожести восстановленного ЦВЗ в случае потери данных

# Заключение

# Список литературы

Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения //УФН. - 1996. - Т.166. - № 11. - С. 1145-1170.



[Роби Поликар Введение в Вейвлет-преобразование](http://www.autex.spb.su/cgi-bin/download.cgi?wvlt_tutorial)

Книжка по стеганографии

Никольский С.М. Курс математического анализа: Учебник для вузов.— 5-е изд., перераб.— М.: Физико-математическая литература, 2000. — 592 с.

Алгоритм Ким статья