

Вопросы к экзамену по дифференциальным уравнениям.

1. ЛОУ. Вронскиан. Общее решение. Построение вещественного общего решения.
2. ЛОУ с постоянными коэффициентами.
3. ЛНУ. Метод неопределённых коэффициентов. Метод вариации.
4. Однородная краевая задача.
5. Неоднородная краевая задача. Функция Грина.
6. Существования периодических решений ЛНУ с постоянными коэффициентами.
7. ЛОС. Фундаментальная система решений. Построение общего решения.
8. Матрица ЛОС. Фундаментальная матрица. Теорема Лиувилля-Остроградского.
9. Понижение порядка с помощью линейно независимых решений.
10. ЛОС с постоянными коэффициентами. Интегрирование с помощью жордановой матрицы коэффициентов. Метод Эйлера.
11. Узел, седло, фокус, центр.
12. Экспонента матрицы.
13. Структура фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными коэффициентами.
14. ЛНС. Решение методом вариации произвольной постоянной.
15. ЛНС. Существование периодических решений.
16. ЛОС с периодическими коэффициентами. Вид фундаментальной матрицы. Мультипликаторы и характеристические показатели.
17. Структура фундаментальной матрицы ЛОС с периодическими коэффициентами.
 $x'' + p(t)x = 0$
18. Краевая задача ЛНС.
19. Теорема о продолжении решения. Теорема об интегральной непрерывности (без доказательства)
20. Автономные системы. Виды траекторий. Основное тождество.
21. Теорема об инвариантности предельного множества автономной системы.
22. Устойчивость решения по Ляпунову. Сведение к устойчивости положения равновесия в начале координат. Устойчивость линейной однородной системы, в том числе с периодическими и постоянными коэффициентами.
23. Теорема о дифференцируемости решения по начальным данным и параметру. Система в вариациях.
24. Периодические решения квазилинейных систем. Пример.
25. Теорема о многократной дифференцируемости. Метод малого параметра. Пример.
26. Независимые интегралы. Понижение порядка системы с их помощью.
27. Интегралы автономных систем. Теорема о выпрямлении траектории.
28. Функция Ляпунова. Лемма об определённо положительных функциях Ляпунова, допускающих бесконечно малый высший предел.
29. Теорема Ляпунова об устойчивости. Пример.
30. Теоремы Ляпунова (2) об асимптотической устойчивости. Пример.
31. ЛДУ с частными производными.
32. Геометрическая интерпретация. Теорема об асимптотической устойчивости для системы двух уравнений. Пример.
33. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Пример.
34. Теорема об асимптотической устойчивости по первому приближению. Леммы.
35. Теорема о неустойчивости по первому приближению. Леммы.
36. Теорема Пуанкаре. Доказательство в случае фокуса.
37. Предельные циклы. Функция последовательности.
38. Предельные циклы. Условие устойчивости и неустойчивости.