Автор: Анна Смелова

Решение домашнего задания к уроку 3 “Описательная статистика. Качественные и количественные характеристики популяции. Графическое представление данных”

In [1]:
```
import numpy as np
from math import factorial
```

In [2]:
```
def combinations(n, k):
    return int(factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k)))
```

1. Задача

Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

Решение:

In [3]:
```
x = np.array([100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150])
n = len(x)
print(f'n={n}')
```

```
n=20
```

In [4]:
```
m = 0
for i in x:
    m += i
m = m / n
print(f'Среднее арифметическое:{m}')
```

```
Среднее арифметическое:65.3
```

In [5]:
```
s = 0
for i in x:
    s += (i - m)**2
s = (s / n)**(1 / 2)
print(f'Среднее квадратичное отклонение:{s}')
```

```
Среднее квадратичное отклонение:30.823854398825596
```

In [6]:
```
d = 0
for i in x:
    d += (i - m)**2
d1 = d / n
d2 = d / (n - 1)
print(f'Смещенная оценка дисперсии: {d1}')
print(f'Несмещенная оценка дисперсии: {d2}')
```

```
Смещенная оценка дисперсии: 950.11
Несмещенная оценка дисперсии: 1000.1157894736842
```

2. Задача

В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

Решение:

Ситуация 1: 2 белых из 1 ящика и 1 белый из 2 ящика: $P(2-1) = \frac{C_5^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^1 \cdot C_7^3}{C_{12}^4}$

Ситуация 2: 1 белый из 1 ящика и 2 белых из 2 ящика: $P(1-2) = \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_7^2}{C_{12}^4}$

Ситуация 3: 0 белых из 1 ящика и 3 белых из 2 ящика: $P(0-3) = \frac{C_3^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^3 \cdot C_7^1}{C_{12}^4}$

```
In [7]: p21 = (combinations(5, 2) * combinations(5, 1) * combinations(7, 3)) / (combinations(8, 2) * combinations(12, 4))
        p12 = (combinations(5, 1) * combinations(3, 1) * combinations(5, 2) * combinations(7, 2)) / (combinations(8, 2) * combinations(12, 4))
        p03 = (combinations(3, 2) * combinations(5, 3) * combinations(7, 1)) / (combinations(8, 2) * combinations(12, 4))
        print(f'p21={p21}')
        print(f'p12={p12}')
        print(f'p03={p03}')
```

```
p21=0.12626262626262627
p12=0.22727272727272727
p03=0.015151515151515152
```

$P(3white) = P(2-1) + P(1-2) + P(0-3)$

```
In [8]: p = p21 + p12 + p03
        print(f'P={p}')
```

```
P=0.3686868686868687
```

Ответ: вероятность того, что 3 мяча белые 0.3686868686868687**.**

3. Задача

На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен: а). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.

Решение:

Событие A-попали в мишень, событие B_1-попал первый спортсмен, B_2-попал второй спортсмен, B_3-попал третий спортсмен.

Априорная вероятность: $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$

$P(A|B_1) = 0.9$

$P(A|B_2) = 0.8$

$P(A|B_3) = 0.6$

Формула полной вероятности: $P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) + P(B_3) \cdot P(A|B_3) = \frac{1}{3} \cdot 0.9 + \frac{1}{3} \cdot 0.8 + \frac{1}{3} \cdot 0.6 = \frac{23}{30}$

Апостериорные вероятности:

выстрел произведен первым спортсменом: $P(B_1|A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.9}{\frac{23}{30}} = \frac{30 \cdot 9}{3 \cdot 10 \cdot 23} = \frac{9}{23} = 0.391304347826087$

выстрел произведен вторым спортсменом: $P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.8}{\frac{23}{30}} = \frac{30 \cdot 8}{3 \cdot 10 \cdot 23} = \frac{8}{23} = 0.34782608695652173$

выстрел произведен третьим спортсменом: $P(B_3|A) = \frac{P(B_3) \cdot P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.6}{\frac{23}{30}} = \frac{30 \cdot 6}{3 \cdot 10 \cdot 23} = \frac{6}{23} = 0.2608695652173913$

```
In [9]: print(f'P(B_1|A)={9 / 23}')
        print(f'P(B_2|A)={8 / 23}')
        print(f'P(B_3|A)={6 / 23}')
```

```
P(B_1|A)=0.391304347826087
P(B_2|A)=0.34782608695652173
P(B_3|A)=0.2608695652173913
```

Ответ: вероятность того, что выстрел произведен первым спортсменом 0.391304347826087**,**
выстрел произведен вторым спортсменом 0.34782608695652173**,**
выстрел произведен третьим спортсменом 0.2608695652173913**.**

4. Задача

В университет на факультеты A и B поступило равное количество студентов, а на факультет C студентов поступило столько же, сколько на A и B вместе. Вероятность того, что студент факультета A сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета B эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета C - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: а). на факультете A б). на факультете B в). на факультете C?

Решение:
Количество студентов $n_A = n_B = n, n_C = 2n$
Событие S-сдал сессию, событие A-студент факультета А, B-студент факультета В, C-студент факультета С.
Априорная вероятность: $P(A) = P(B) = \frac{n}{n+n+2n} = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{2n}{n+n+2n} = \frac{1}{2}$
$P(S|A) = 0.8$
$P(S|B) = 0.7$
$P(S|C) = 0.9$
Формула полной вероятности: $P(S) = P(A) \cdot P(S|A) + P(B) \cdot P(S|B) + P(C) \cdot P(S|C) = \frac{1}{4} \cdot 0.8 + \frac{1}{4} \cdot 0.7 + \frac{1}{2} \cdot 0.9 = \frac{8+7+18}{4 \cdot 10} = \frac{33}{40}$

Апостериорные вероятности:
сдал студент с факультета А: $P(A|S) = \frac{P(A) \cdot P(S|A)}{P(S)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0.8}{\frac{33}{40}} = \frac{40 \cdot 8}{4 \cdot 10 \cdot 33} = \frac{8}{33} = 0.24242424242424243$
сдал студент с факультета В: $P(B|S) = \frac{P(B) \cdot P(S|B)}{P(S)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0.7}{\frac{33}{40}} = \frac{40 \cdot 7}{4 \cdot 10 \cdot 33} = \frac{7}{33} = 0.21212121212121213$
сдал студент с факультета С: $P(C|S) = \frac{P(C) \cdot P(S|C)}{P(S)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0.9}{\frac{33}{40}} = \frac{40 \cdot 9}{2 \cdot 10 \cdot 33} = \frac{18}{33} = 0.5454545454545454$

In [10]:
```
print(f'P(A|S)={8 / 33}')
print(f'P(B|S)={7 / 33}')
print(f'P(C|S)={18 / 33}')
```

```
P(A|S)=0.24242424242424243
P(B|S)=0.21212121212121213
P(C|S)=0.5454545454545454
```

Ответ: вероятность того, что сдал студент с факультета А $0.(24)$,
вероятность того, что сдал студент с факультета В $0.(21)$,
вероятность того, что сдал студент с факультета С $0.(54)$.

5. Задача

Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя: а). все детали б). только две детали в). хотя бы одна деталь г). от одной до двух деталей?

Решение:
Событие B_1-вышла из строя первая деталь, $P(B_1) = 0.1$
Событие B_2-вышла из строя вторая деталь, $P(B_2) = 0.2$
Событие B_3-вышла из строя третья деталь, $P(B_3) = 0.25$

а) Вышли из строя все детали: $P(B_1 B_2 B_3) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) = 0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.25 = 0.005$.

б) Вышли из строя только две детали:
$$P(=2) = P(B_1 B_2 \overline{B_3}) + P(B_1 \overline{B_2} B_3) + P(\overline{B_1} B_2 B_3) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot (1 - P(B_3)) + P(B_1) \cdot (1 - P(B_2)) \cdot P(B_3) + (1 - P(B_1)) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3).$$
$$= 0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.75 + 0.1 \cdot 0.8 \cdot 0.25 + 0.9 \cdot 0.2 \cdot 0.25 = 0.015 + 0.02 + 0.045 = 0.08$$

в) Вышла из строя хотя бы одна деталь: $P(\geq 1) = 1 - P(\overline{B_1 B_2 B_3}) = (1 - P(B_1)) \cdot (1 - P(B_2)) \cdot (1 - P(B_3)) = 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.75 = 0.46$

г) Вышли из строя от одной до двух деталей:
$$P(1 \geq \leq 2) = P(B_1 \overline{B_2 B_3}) + P(\overline{B_1} B_2 \overline{B_3}) + P(\overline{B_1 B_2} B_3) + P(=2) = P(B_1) \cdot (1 - P(B_2)) \cdot (1 - P(B_3)) + (1 - P(B_1)) \cdot P(B_2) \cdot (1 - P(B_3))$$
$$+ (1 - P(B_1)) \cdot (1 - P(B_2)) \cdot P(B_3) + P(=2) = 0.1 \cdot 0.8 \cdot 0.75 + 0.9 \cdot 0.2 \cdot 0.75 + 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.25 + 0.08 = 0.06 + 0.135 + 0.18 + 0.08 = 0.455.$$

In [11]:
```
print(f'P(B1B2B3)={0.1*0.2*0.25}')
print(f'P(=2)={0.1*0.2*0.75+0.1*0.8*0.25+0.9*0.2*0.25}')
print(f'P(>=1)={1-0.9*0.8*0.75}')
print(f'P(1>==<2)={0.1*0.8*0.75+0.9*0.2*0.75+0.9*0.8*0.25+0.08}')
```

```
P(B1B2B3)=0.005000000000000001
P(=2)=0.08000000000000002
P(>=1)=0.45999999999999996
P(1>==<2)=0.455
```

Ответ: а) 0.005,
б) 0.08,
в) 0.46,
г) 0.455.