

# Решение домашнего задания к уроку 5 “Проверка статистических гипотез. Р-значения. Доверительные интервалы. А/В-тестирование”

```
In [1]: import numpy as np
```

## 1. Задача

Известно, что генеральная совокупность распределена нормально со средним квадратическим отклонением, равным 16. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания  $\mu$  с надежностью 0.95, если выборочная средняя  $M = 80$ , а объем выборки  $n = 256$ .

Решение:

**Теория:**  
 $T_{1,2} = \bar{X} \pm \frac{s_0}{\sqrt{n}} \cdot c_\gamma$   
где  $T_1, T_2$  — нижняя и верхняя границы доверительного интервала,  
 $\bar{X}$  — выборочное среднее арифметическое,  
 $s_0$  — среднее квадратичное отклонение по выборке (несмещенное),  
 $n$  — размер выборки,  
 $\gamma$  — доверительная вероятность.  
 $c_\gamma = \Phi^{-1} \frac{(1+\gamma)}{2}$  — обратное значение функции стандартного нормального распределения. То есть это количество стандартных ошибок от среднего арифметического до нижней или верхней границы.

**В задаче:**  
 $\bar{X} = M = 80$   
 $s_0 = \sigma = 16$   
 $n = 256$   
 $\gamma = 0.95$   
95% всех выборочных средних лежат в диапазоне  $\mu \pm 1.96\sigma \Rightarrow c_\gamma = 1.96$

$$T_1 = 80 - 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}} = 80 - 1.96 = 78.04$$
$$T_2 = 80 + 1.96 \cdot \frac{16}{\sqrt{256}} = 80 + 1.96 = 81.96$$

Ответ: (78.04, 81.96).

## 2. Задача

В результате 10 независимых измерений некоторой величины  $X$ , выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные: 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины  $X$  при помощи доверительного интервала, покрывающего это значение с доверительной вероятностью 0,95.

Решение:

Выборочное среднее  $\bar{X} = \frac{6.9+6.1+6.2+6.8+7.5+6.3+6.4+6.9+6.7+6.1}{10} = 6.59$

```
In [2]: a = [6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1]
print(f'X={np.mean(a)}')

x=6.5900000000000001
```

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ :

```
In [3]: print(f'sigma={np.std(a, ddof=1)}')

sigma=0.4508017549014448
```

$T_1 = 6.59 - 1.96 \cdot \frac{0.4508}{\sqrt{10}} = 6.3106$   
 $T_2 = 6.59 + 1.96 \cdot \frac{0.4508}{\sqrt{10}} = 6.8694$

```
In [4]: T1 = 6.59 - 1.96*0.4508 / (10)**0.5
T2 = 6.59 + 1.96*0.4508 / (10)**0.5
print(f'T1={T1}')
print(f'T2={T2}')
```

T1=6.3105912652360345  
T2=6.869408734763965

Ответ: истинное значение величины  $X$  с вероятностью 95% лежит в диапазоне (6.3106, 6.8694).

3. Задача (решать через тестирование гипотезы)

Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 17 мм.

Используя односторонний критерий с  $\alpha=0,05$ , проверить эту гипотезу, если в выборке из  $n=100$  шариков средний диаметр оказался равным 17.5 мм, а дисперсия известна и равна 4 кв.мм.

Решение:

$H_0 : \mu = 17$   
 $H_1 : \mu > 17$

$k_p = \frac{17.5-17}{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{100} = \frac{5}{2} = 2.5$   
 $k_t = 1.645$  для  $\alpha = 0.05$

Так как  $k_p > k_t$ , то можем отклонить нулевую гипотезу.

Ответ: исходная гипотеза неверна.

4. Задача (решать через тестирование гипотезы)

Продавец утверждает, что средний вес пачки печенья составляет 200 г. Из партии извлечена выборка из 10 пачек. Вес каждой пачки составляет: 202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190. Известно, что их веса распределены нормально. Верно ли утверждение продавца, если учитывать, что доверительная вероятность равна 99%?

Решение:

```
In [5]: a = [202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190]
print(f'Выборочное среднее: {np.mean(a)}')
```

Выборочное среднее: 198.5

```
print(f'Несмещенное среднее квадратическое отклонение: {np.std(a, ddof=1)}')
```

Несмещенное среднее квадратическое отклонение: 4.453463071962462

$H_0 : \mu = 200$   
 $H_1 : \mu \neq 200$

$k_p = \frac{198.5-200}{4.45} \cdot \sqrt{10} = -1.0659$

По таблице критических точек распределения Стьюдента найдем критическую точку по уровню значимости  $\alpha = 0,01$  и числу степеней свободы 9 , откуда  $k_t = 3,25$ .

Так как  $|k_p| < k_t$ , то нулевую гипотезу можно принять.

```
In [6]: print(f'k_p={({198.5-200})/(4.45*(10)**0.5)}')
```

k\_p=-1.0659362899443976

Ответ: утверждение продавца верно.