

Решение домашнего задания к уроку 1 “Случайные события. Условная вероятность. Формула Байеса. Независимые испытания”

```
In [1]: from math import factorial

In [2]: def combinations(n, k):
         return int(factorial(n) / (factorial(k) * factorial(n - k)))
```

1. Задача

Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты.

- а) Найти вероятность того, что все карты – крести.
- б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется ХОТЯ БЫ один туз.

Решение:

Общее количество способов достать 4 карты из колоды в 52 карты:

$C_{52}^4 = \frac{52!}{4!(52-4)!} = \frac{52!}{4! \cdot 48!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 270725$

```
In [3]: combinations(52, 4)

Out[3]: 270725
```

а) 13 крестей в колоде. Вычислим количество способов извлечь 4 крести:

$C_{13}^4 = \frac{13!}{4!(13-4)!} = \frac{52!}{4! \cdot 9!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 715$

```
In [4]: combinations(13, 4)

Out[4]: 715
```

Вероятность достать 4 крести из колоды в 52 карты:

$P(4clubs) = \frac{C_{13}^4}{C_{52}^4} = \frac{715}{270725} = 0.0026410564225690276$

```
In [5]: 715 / 270725

Out[5]: 0.0026410564225690276
```

б) Вычислим вероятность извлечь 4 карты без тузов:

$C_{52-4}^4 = C_{48}^4 = \frac{48!}{4! \cdot 44!} = 194580$

```
In [6]: combinations(48, 4)

Out[6]: 194580
```

Вероятность: $P(withoutace) = \frac{C_{48}^4}{C_{52}^4} = \frac{194580}{270725}$

Вероятность извлечь 4 карты, среди которых есть хотя бы один туз: $P(\geq 1ace) = 1 - P(withoutace) = 1 - \frac{194580}{270725} = 0.2812632745405854$.

```
In [7]: 1 - 194580 / 270725

Out[7]: 0.2812632745405854
```

Ответ: а) вероятность того, что все карты – крести 0.0026410564225690276;
б) вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз 0.2812632745405854.

2. Задача

На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Решение:

Всего возможных комбинаций по 3 кнопки: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 120$

```
In [8]: combinations(10, 3)
Out[8]: 120
```

Вероятность угадать с первой попытки: $P(1try) = \frac{1}{C_{10}^3} = \frac{1}{120} = 0.008333333333333333$.

```
In [9]: 1 / 120
Out[9]: 0.008333333333333333
```

Ответ: вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки 0.008333333333333333.

3. Задача

В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

Решение:

Вероятность того, что первый шар окрашен: $P(first) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.
Вероятность того, что второй шар окрашен: $P(second) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.
Вероятность того, что третий шар окрашен: $P(third) = \frac{7}{13}$.
Вероятность того, что все три окрашены: $P(all) = P(first) \cdot P(second) \cdot P(third) = \frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 7 \cdot 13} = \frac{12}{65} = 0.18461538461538463$.

```
In [10]: 12 / 65
Out[10]: 0.18461538461538463
```

Ответ: вероятность того, что все извлеченные детали окрашены 0.18461538461538463.

4. Задача

В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

Вероятность того, что первый выигрышный: $P(1win) = \frac{2}{100}$.
Вероятность того, что второй тоже выигрышный: $P(2win|1win) = \frac{1}{99}$.
Вероятность того, что оба выигрышные: $P(both) = \frac{2 \cdot 1}{100 \cdot 99} = \frac{1}{99 \cdot 50} = 0.000202020202020202$.

```
In [11]: 1 / (99 * 50)
Out[11]: 0.000202020202020202
```

Ответ: вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными 0.000202020202020202.