Klasyczne algorytmy Gram-Schmidt (CGS) i zmodyfikowany GramSchmidt (MGS) dla dekompozycji A = QR: for i = 1 do n $q_i = a_i$ for j = 1 to i - 1

$$\begin{cases} r_{ji} = q_j^T * a_i (CGS) \\ r_{ji} = q_j^T * q_i (MGS) \end{cases}$$

end for

$$r_{ii} = \|q_i\|_2$$

if

$$r_{ii} = 0$$

quit end if

$$q_i = q_i / r_{ii}$$

end for

Niestety, CGS jest numerycznie niestabilny w arytmetyce zmiennoprzecinkowej, gdy kolumny A są prawie liniowo zależne. MGS jest bardziej stabilny, ale wciąż może powodować, że Q będzie daleko od ortogonalnego

$$\|Q^T Q - I\|$$

. Algorytm 3.2 w sekcji 3.4.1 jest stabilnym alternatywnym algorytmem dla dekompozycji $A = QR$.

Wyprowadzimy wzór na x, który minimalizuje

$$\|Ax - b\|_2$$

używając dekompozycji

$$A = QR$$

na trzy nieco inne sposoby. Po pierwsze, zawsze możemy wybrać m - n więcej ortonormalnych wektorów Q, tak że [Q, Q̃] jest kwadratową ortogonalną macierzą (na przykład możemy wybrać dowolne m - n więcej niezależnych wektorów X, które chcemy, a następnie zastosować Algorytm 3.1 do macierz nieosobliwej nxn [Q, X]). Wtedy

$$\|Ax - b\|_2^2 = \|[Q, \tilde{Q}]^T (Ax - b)\|_2^2 = \mathbf{X} = \begin{bmatrix} Q^T \\ \tilde{Q}^T \end{bmatrix}$$