1 Uwarunkowanie

$\delta + 1 = \frac{1}{1-\delta}$ $\delta^2 = 0$
Błąd względny wyniku: $\left|\frac{f(\widetilde{x})-f(x)}{f(x)}\right| = \left|\frac{xf'(x)}{x}\right| |\delta|$
Uwarunkowanie zadania numerycznego:
$\frac{||f(\widetilde{d})-f(d)||}{||f(d)||} \leq cond(d)\frac{||d-\widetilde{d}||}{||d||}$

2 Normy

2.1 wektorowe

$$||x||_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \quad ||x||_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|^2$$

$$||x||_\infty = \max_{i\in\{1,\ldots,n\}} |x_k| \quad ||x||_p = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$$

2.2 macierzowe

$$||A||_1 = \max_{j=1,\ldots,n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| \quad ||A||_\infty = \max_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$$

$$||A||_2 = \sup_{x\neq 0,\ x\in\mathbb{C}^n} \frac{||Ax||_2}{||x||_2} = \sqrt{\rho\left(A^*A\right)} \quad A^* = \overline{A}^T$$

$$||A||_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} |a_{ij}|^2}$$

zgodność norm jeśli: $||Ax|| \leq ||A|| \cdot ||x||$
dla normy Frobeniusa: $||Ax||_F \leq ||A||_F ||x||_2$
dla dowolej zachodzi: $||AB|| \leq ||A|| \cdot ||B||$

3 Arytmetyka zmianno przecinkowa (fl)

Zbiór $M(2, t, k)$ nie jest zamknięty ze względu na działania arytmetyczne. $fl(x \diamond y) = rd(x \diamond y)$ zatem błąd arytmetyki jest taki sam jak błąd arytmetyki reprezentacji wyniku.
Zatem $fl(x \diamond y) = (x \diamond y)(1 + \delta)$
jeżeli $x = m_1 \cdot 2^{c_1}$ $y = m_2 \cdot 2^{c_2}$ oraz $c_1 - c_2 > t$ to
$fl(x + y) = x$

4 Nymerycza poprawność

Def. Algorytm A dla zadania φ nazywamy numerycznie poprawnym jeśli istnieje stała k niezależna od wskaźnika uwarunkowania i niezależna od arytmetyki tż dla dowolnej danej $d \in D$ istnieje dana $\widetilde{d}$ tż
$||d - \widetilde{d}|| \leq K \cdot 2^{-t}||d||$ oraz $fl(A(d)) = \varphi(\widetilde{d})$
Czyli, wynik algorytmu A dla danej d (dokładniej) w arytmetyce fl jest dokładnym wynikiem zadania φ dla nieco zaburzonej danej.
Oszacowanie błędu alg. num. poprawnego:
$||fl(A(d)) - \varphi(d)|| \leq cond(d)\frac{K\cdot 2^{-t}||d||}{||d||}||\varphi(d)||$