

# **Отчёт по лабораторной работе**

**Лабораторная работа № 7**

Живцова Анна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Математическая постановка задачи . . . . .	8
4.2	Решение программными средствами . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

## Список иллюстраций

4.1	Эффективность рекламы в первой модели . . . . .	10
4.2	Эффективность рекламы во второй модели . . . . .	11
4.3	Эффективность рекламы в третьей модели . . . . .	12
4.4	Эффективность рекламы в первой модели (openmodelica) . . . . .	13
4.5	Эффективность рекламы во второй модели (openmodelica) . . . . .	14
4.6	Эффективность рекламы в третьей модели (openmodelica) . . . . .	15
4.7	Скорость роста количества знающих о товаре людей . . . . .	16

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Задать и исследовать различные математические модели распространения рекламы.

## 2 Задание

Объем аудитории  $N = 648$ , в начальный момент о товаре знает 12 человек.

1.

$$\frac{dn}{dt} = (0.125 + 0.00002n(t))(N - n(t))$$

2.

$$\frac{dn}{dt} = (0.000095 + 0.92n(t))(N - n(t))$$

3.

$$\frac{dn}{dt} = (\sin(10t) + 0.9tn(t))(N - n(t))$$

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

### 3 Теоретическое введение

Математическая модель распространения рекламы, в которой конечное фиксированное число людей  $N$  делится на тех, кто не знает о продукте и тех, кто слышал о нем, задает два способа перехода в последний класс так, что количество людей, услышавших о продукте на временном шаге пропорционально: 1) количеству не знающих о продукте с коэффициентом  $\alpha_1$  (эти люди узнают о продукте непосредственно рекламу) 2) числу людей, которые уже знают о продукте с коэффициентом  $\alpha_2$  (эти люди узнают о продукте через “сарафанное радио”) Общее уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1 \gg \alpha_2$  получается модель типа популяционной модели Мальтуса [1]

При  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  получаем уравнение логистической кривой [2]

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Математическая постановка задачи

Считаем, что  $dn/dt$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов,  $N$  - число потенциальных покупателей фиксировано. Уравнения заданы.

1.

$$\frac{dn}{dt} = (0.125 + 0.00002n(t))(N - n(t))$$

2.

$$\frac{dn}{dt} = (0.000095 + 0.92n(t))(N - n(t))$$

3.

$$\frac{dn}{dt} = (\sin(10t) + 0.9tn(t))(N - n(t))$$

### 4.2 Решение программными средствами

1. Решаем дифференциальное уравнение на языке Julia с использованием библиотеки DifferentialEquations.

```
using Plots;
```

```
using DifferentialEquations;
```



```

function F(u, p, T)
    return (0.125 + 0.00002*u)*(628 - u)
end
const u_0 = 12
const T = (0, 30)

prob = ODEProblem(F, u_0, T)
sol = solve(prob, abstol=1e-8, reltol=1e-8);

plot(sol.t, sol.u)
xlabel("время")
ylabel("число жителей")
savefig("advert1.jpg")

```

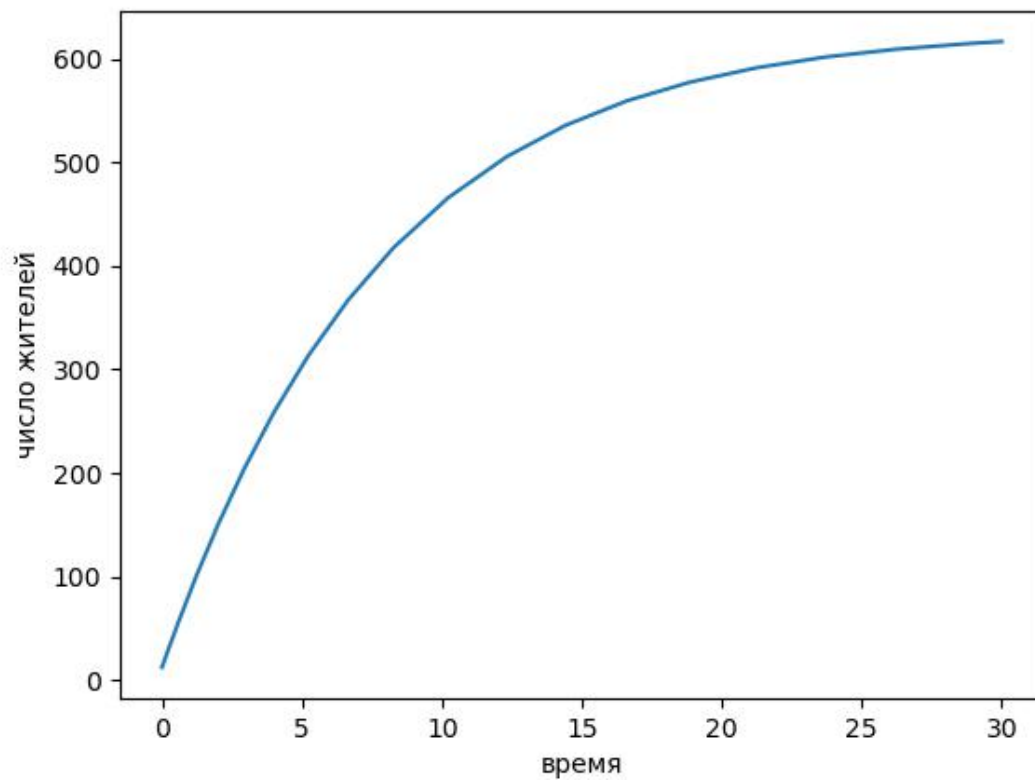


Рис. 4.1: Эффективность рекламы в первой модели

```

using PyPlot;
using DifferentialEquations;

function F(u, p, T)
    return (0.000095 + 0.92*u)*(628 - u)
end

const T2 = (0.0, 0.5)

prob = ODEProblem(F, u_0, T2)
sol = solve(prob, abstol=1e-8, reltol=1e-8);

```

```

plot(sol.t, sol.u)
xlabel("время")
ylabel("число жителей")
savefig("advert2.jpg")

```

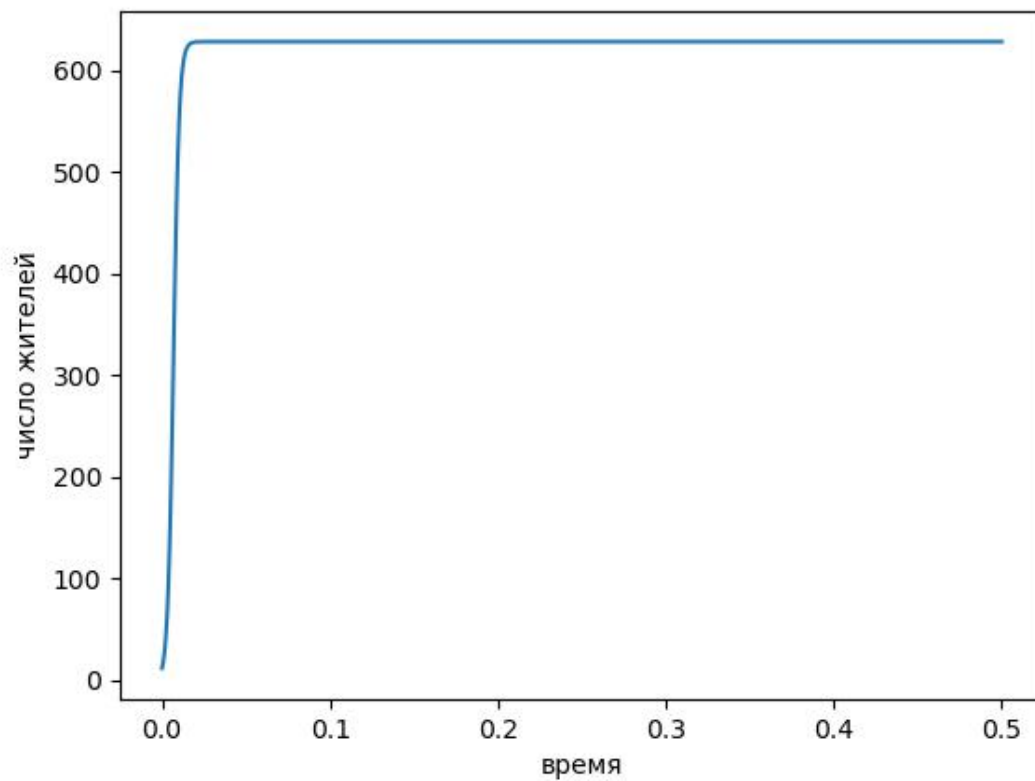


Рис. 4.2: Эффективность рекламы во второй модели

```

using PyPlot;
using DifferentialEquations;

function F(u, p, T)
    return (sin(10*T) + 0.9*T*u)*(628 - u)
end

```

```

prob = ODEProblem(F, u_0, T2)
sol = solve(prob, abstol=1e-8, reltol=1e-8);

plot(sol.t, sol.u)
xlabel("время")
ylabel("число жителей")
savefig("advert3.jpg")

```

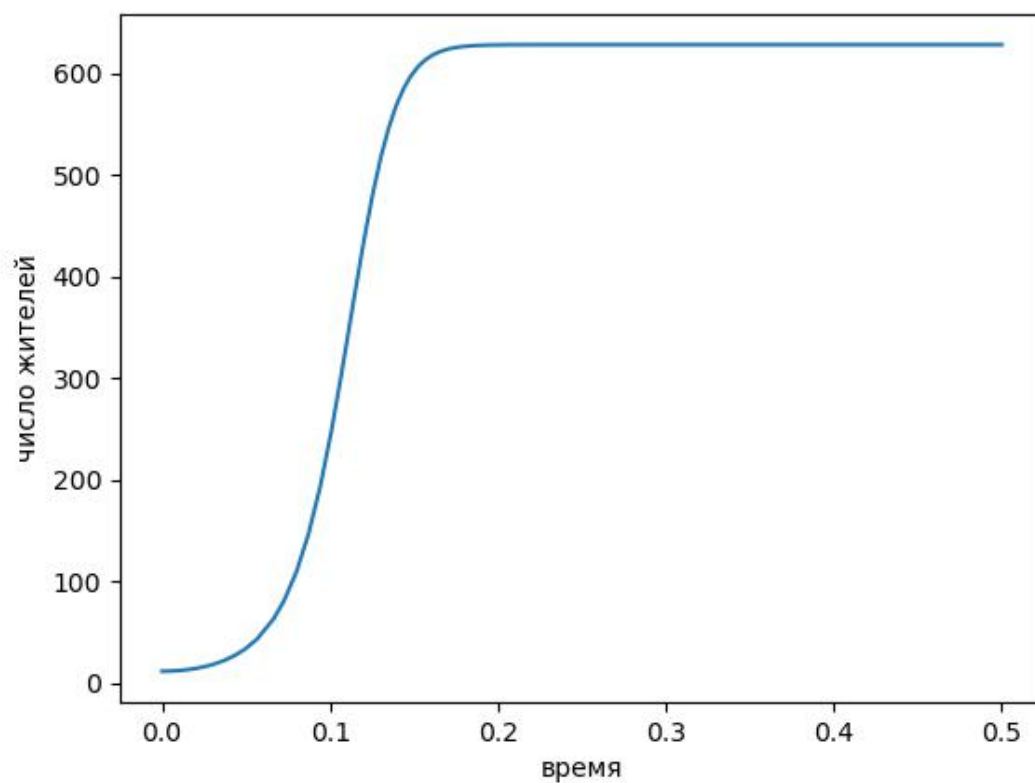


Рис. 4.3: Эффективность рекламы в третьей модели

## 2. Реализация задачи на языке OpenModelica

```
model advert1
```

```

Real n;
parameter Real N = 628;
initial equation
  n = 12;
equation
  der(n) = (0.125+0.00002*n)*(N-n);
end advert1;

```

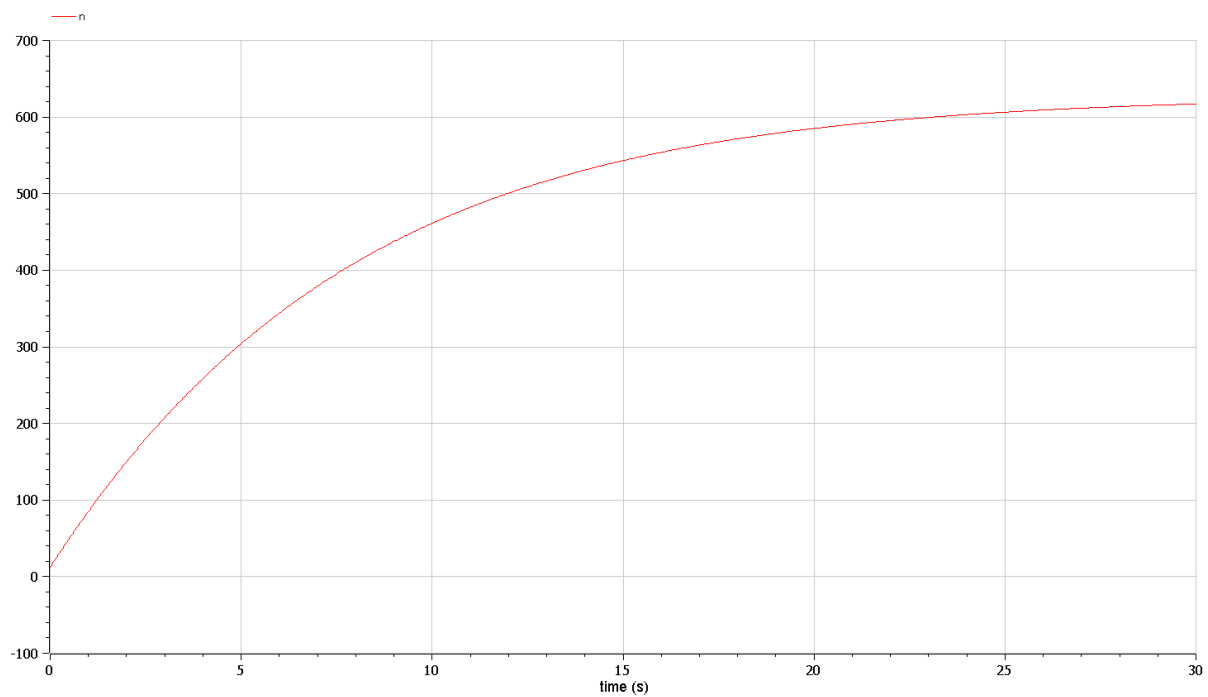


Рис. 4.4: Эффективность рекламы в первой модели (openmodelica)

```

model advert2
  Real n;
  parameter Real N = 628;
initial equation
  n = 12;
equation
  der(n) = (0.000095+0.92*n)*(N-n);

```

```
end advert2;
```

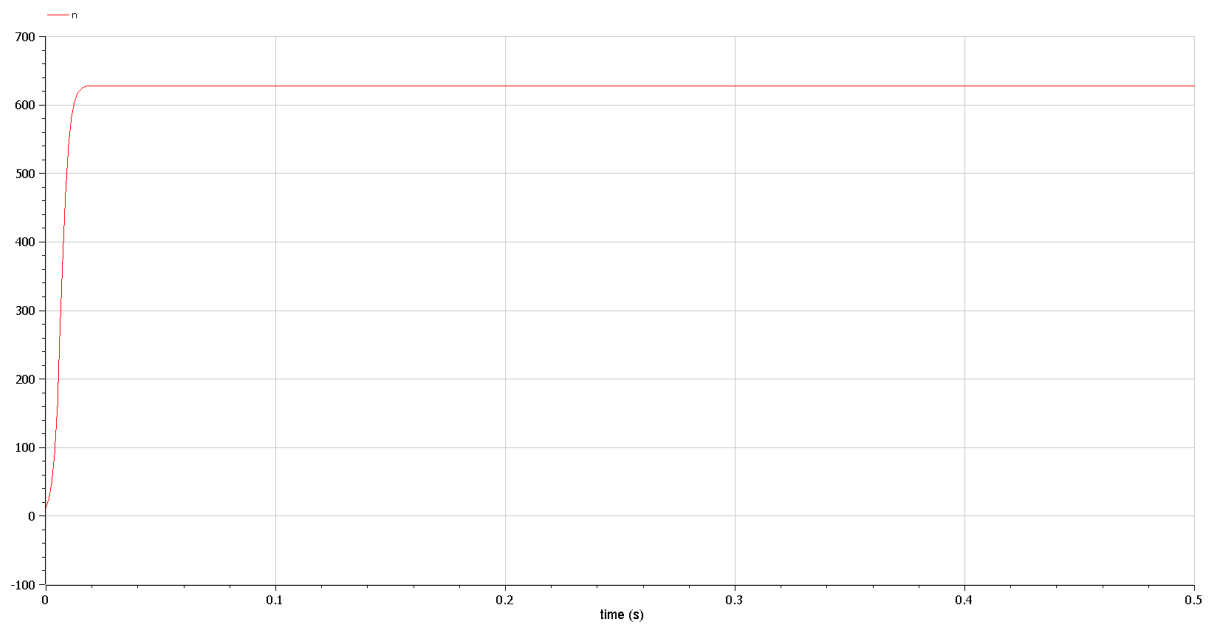


Рис. 4.5: Эффективность рекламы во второй модели (openmodelica)

```
model advert3
  Real n;
  Real t;
  parameter Real N = 628;
initial equation
  n = 12;
  t = 0;
equation
  der(t) = 1;
  der(n) = (sin(10*t) + 0.9*t*n)*(N-n);
end advert3;
```

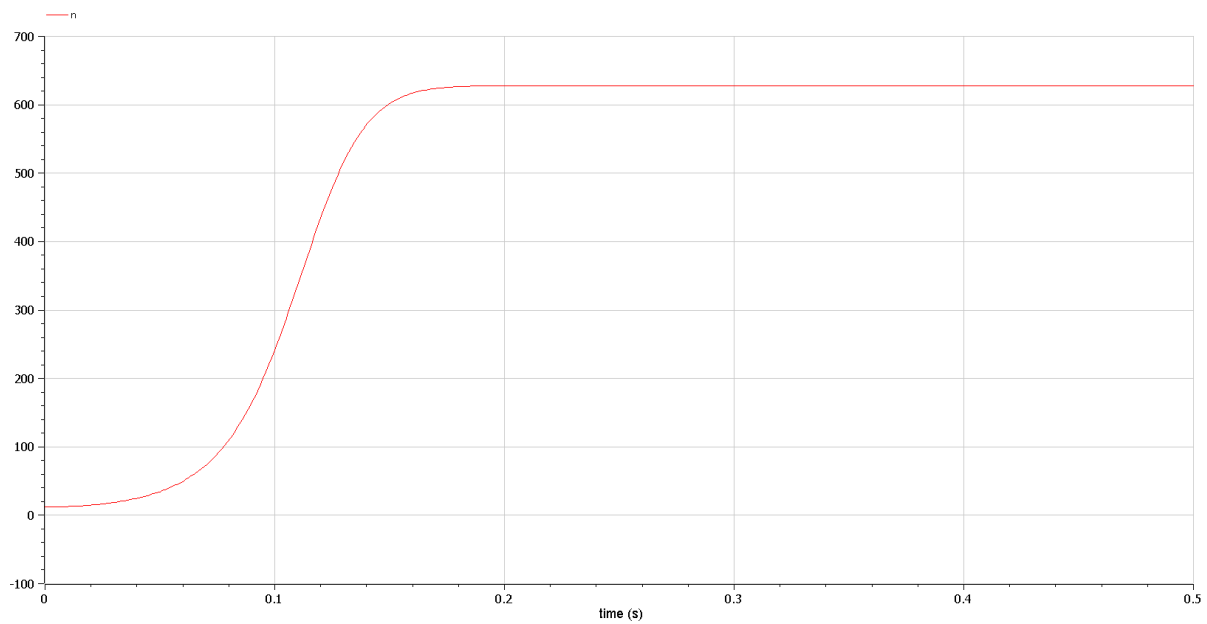


Рис. 4.6: Эффективность рекламы в третьей модели (openmodelica)

При  $\alpha_1 \gg \alpha_2$  (см. рис. 4.1) число людей, знающих о товаре возрастает до предельного значения довольно гораздо дольше, чем при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ . (см. рис. 4.2)

Для второго случая посмотрим, на график скорости роста числа знающих о товаре людей (см рисю 4.7)

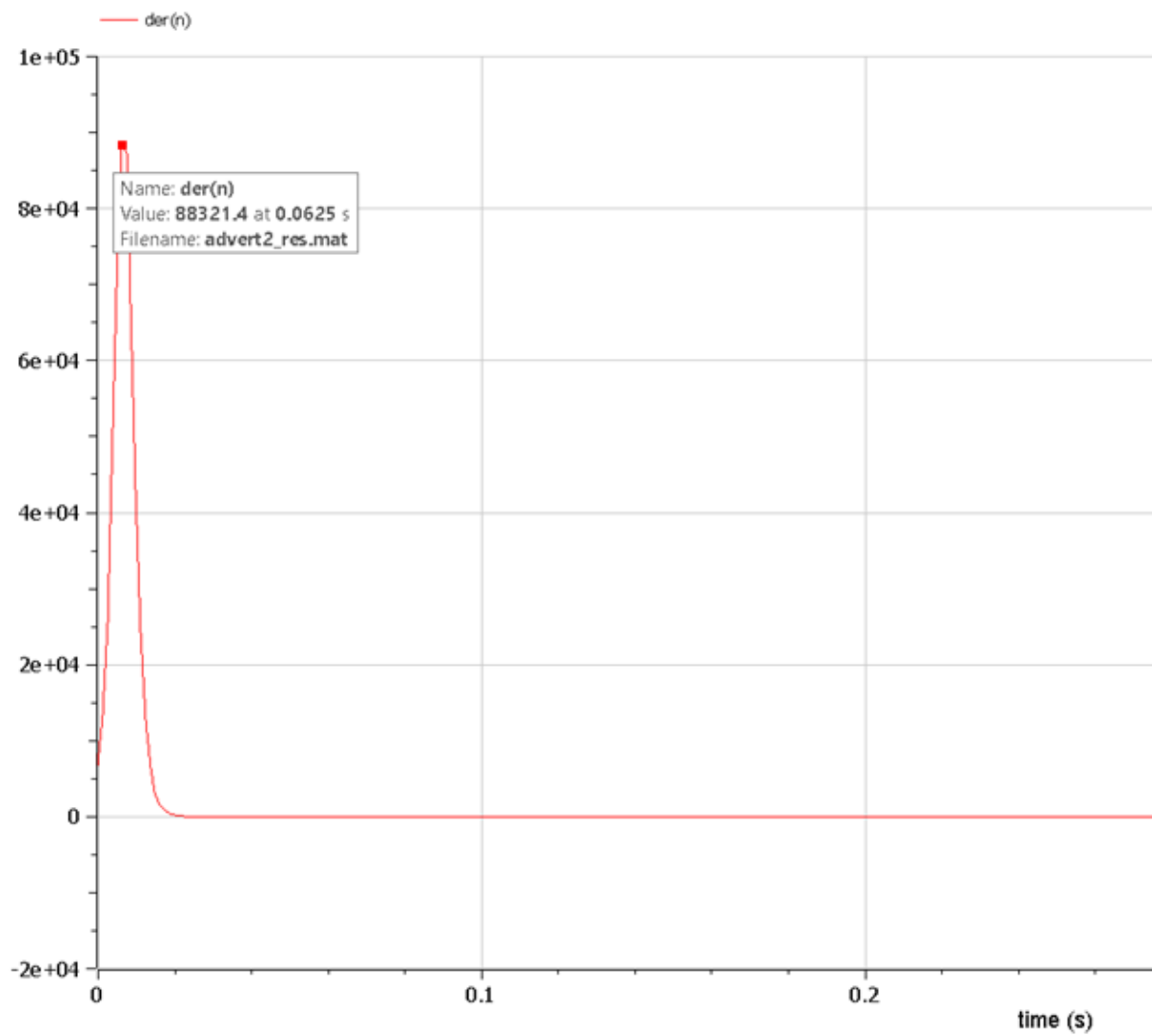


Рис. 4.7: Скорость роста количества знающих о товаре людей

Видим, что скорость распространения рекламы максимальна в момент 0.0625с.



## 5 Выводы

Построена модель распространения рекламы. Изучено поведение целевого показателя в зависимости от первоначально заданных коэффициентов. Для отдельного случая найдена точка максимальной скорости роста распространения рекламы.

## Список литературы

1. Ф. М. Лосанова Р.О.К. Об одной обобщенной математической модели Мальтуса // Вестник КРАУНЦ. 2019. № 2. С. 38–46.
2. Постан М.Я. Обобщенная логистическая кривая: ее свойства и оценка параметров // Экономика и математические методы. 1993. № 2. С. 305–310.