Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная работа № 6

Живцова Анна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Создать модель распространения эпидемии в условиях ограниченного количества людей. Исследовать динамику протекания эпидемии для заданных начальных числовых параметров.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=19500) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=88, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=25. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$

2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Для моделирования эпидемии [1] разделим людей на три категории:

- это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи S(t)
- инфицированные особи I(t)
- здоровые особи с иммунитетом к болезни R(t) [2]

Обозначим через $\alpha,\ \beta$ - коэффициенты заражения и выздоровления

До того, как число заболевших не превышает критического значения I*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Иначе больные способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, приходим к уравнениям:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha * S,\ I(t) > I^* \\ 0, I(t) \le I^* \end{cases} \tag{3.1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha * S - \beta * I,\ I(t) > I^* \\ -\beta * I, I(t) \le I^* \end{cases} \tag{3.2}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta * I \tag{3.3}$$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Математическая постановка задачи

Примем за критическое значение 10% всех особей.
Также введем коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно равными 1 и 2.

4.2 Решение программными средствами

1.Решаем дифференциальное уравнение на языке Julia с использованием библиотеки DifferentialEquations.

```
using PyPlot;
using DifferentialEquations;


function lorenz!(du,u,p,t)
    if u[1] > 2000
        du[3] = -u[3]
        du[1] = u[3] - 2*u[1]
    else
         du[1] =  - 2*u[1]
         du[3] = 0
    end
    du[2] = 2*u[1]
```

```
end

u0 = [88, 25, 19500-88-25]
tspan = (0.0,  5.0)
prob = ODEProblem(lorenz!,u0,tspan)
sol = solve(prob, reltol=1e-6,saveat=0.05);

plot(sol.t , [sol.u[j][1] for j in collect(1:101)] , label = "больные")
plot(sol.t, [sol.u[j][2] for j in collect(1:101)] , label =  "выздоровевшие")
legend()
xlabel("время")
ylabel("численность")
savefig("covid.jpg")

u0 = [2088, 25, 19500-2088-25]
tspan = (0.0,  10.0)
prob = ODEProblem(lorenz!,u0,tspan)
sol = solve(prob, reltol=1e-6,saveat=0.05);

plot(sol.t, sol.u, label = ["больные", "выздоровевшие", "не болевшие"])
legend()
xlabel("время")
ylabel("численность")
savefig("covid2.jpg")
```

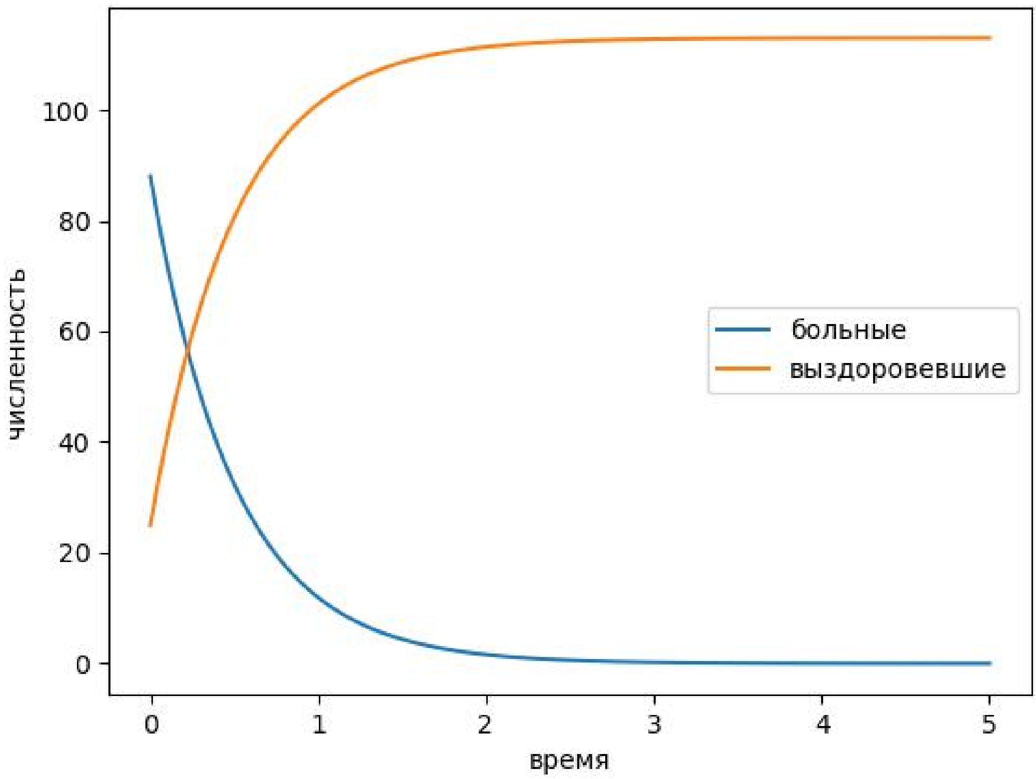

Рис. 4.1: Изменения численности больных и выздоровевших при малом начальном числе больных

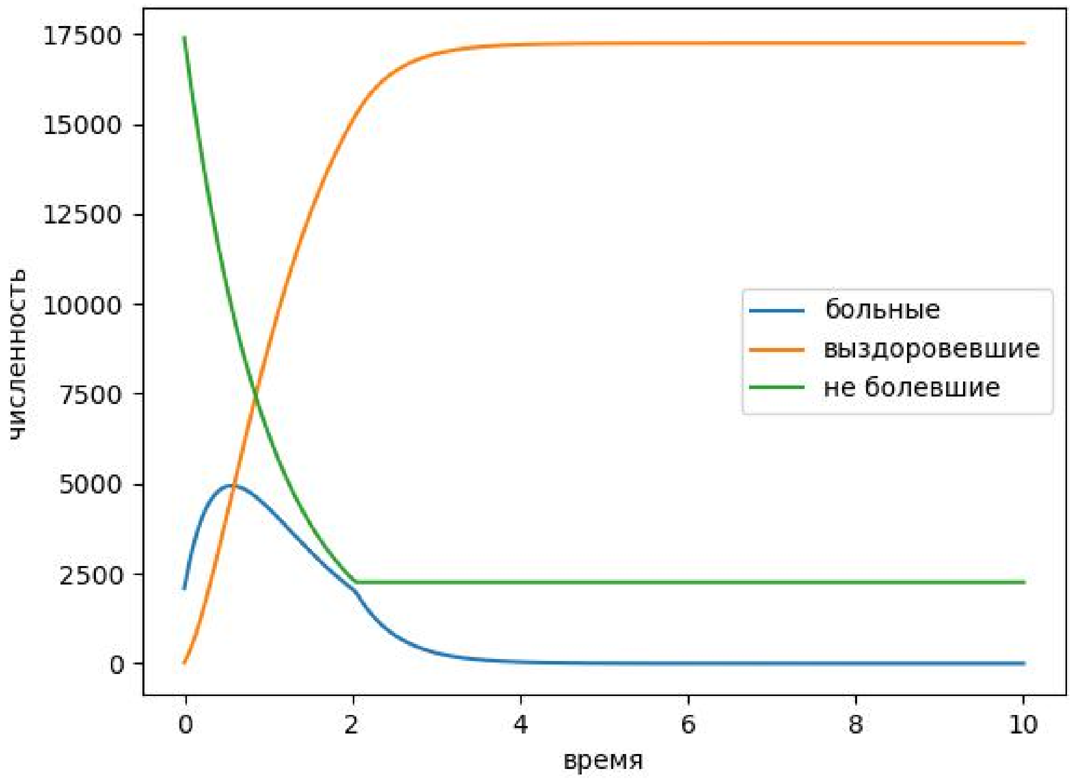

Рис. 4.2: Изменения численности больных и выздоровевших при начальном числе больных больше критического

2.Реализация задачи на языке OpenModelica

```
model covid
  parameter Real Num = 19500;
  parameter Real alpha = 1;
  parameter Real betta = 2;
  parameter Real crit = 2000;
  Real I;
  Real R;
  Real S;
initial equation
```

```
  I = 88; // случай 1
  //I = 2088; случай 2
  R = 25;
  S = Num - I - R;
equation
  if I > crit then
    der(S) = -alpha*S;
    der(I) = alpha*S - betta*I;
  else
    der(S) = 0;
    der(I) = -betta*I;
  end if;
  der(R) = betta*I;
end covid;
```

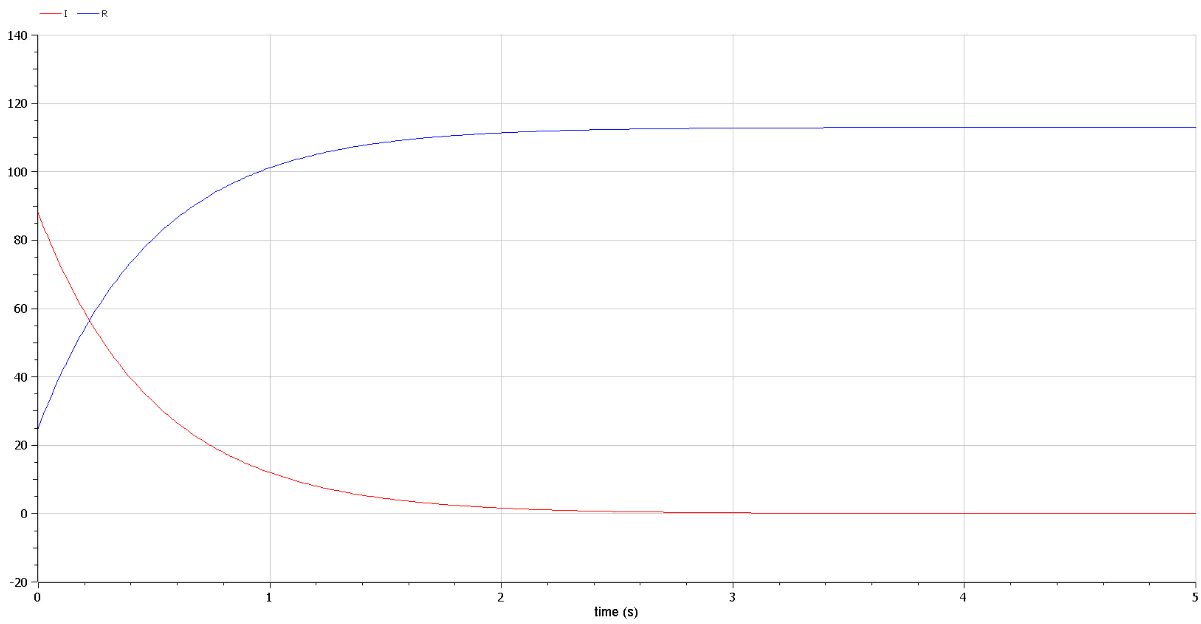

Рис. 4.3: Изменения численности больных и выздоровевших при малом начальном числе больных (openmodelica)

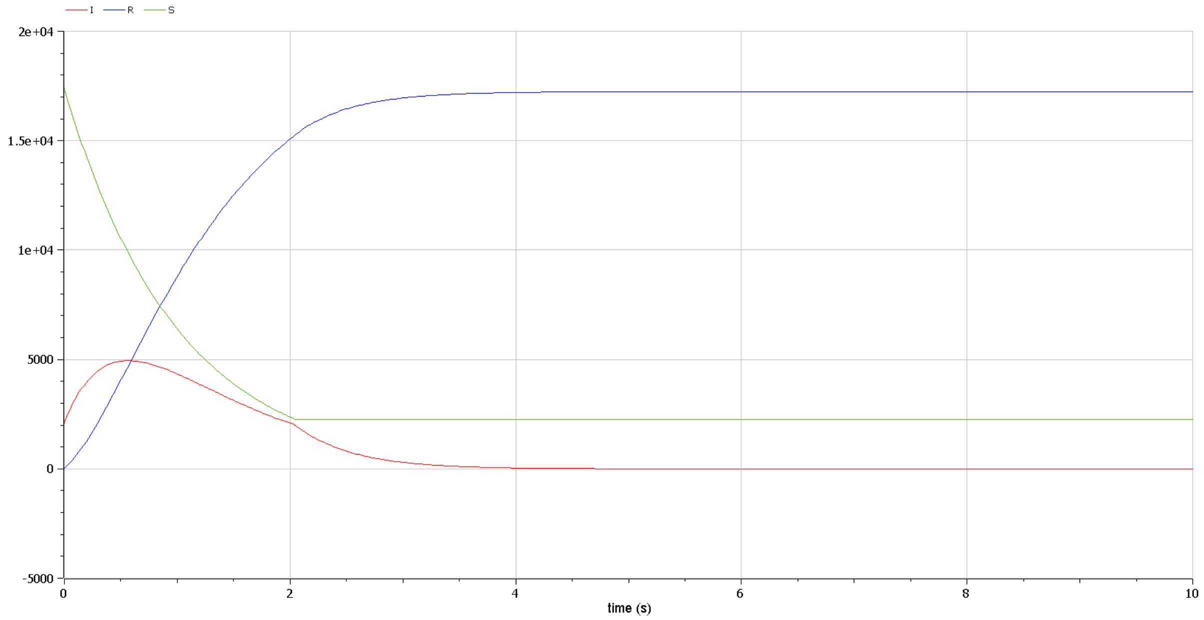

Рис. 4.4: Изменения численности больных и выздоровевших при начальном числе больных больше критического (openmodelica)

5 Выводы

Построена модель распространения эпидемии. Получено наглядное 4.3 4.4 представление о динамике численности зараженных, здоровых и выздоровевших групп населения при различных условиях начала пандемии 4.1 4.2.

Список литературы

1. Математические модели эпидемий и пандемий как источников чрезвычайных ситуаций биологосоциального характера // Технологии гражданской безопасности. 2022. № 3.
2. Разработка программного комплекса для численного решения задач оптимального управления с приложением к эпидемиологии. СпбГУ, 2020.