Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная работа № 4

Живцова Анна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Создать модель гармонического осциллятора в различных условиях. Задать и численно решить уравнения. Визуализировать результат.

2 Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 6x = 0$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 5\dot{x} + 15x = 0$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 2\dot{x} + 4x = \cos(3.5t)$

На интервале $t \in [0, 45]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 1,\ y_0 = 0$

3 Теоретическое введение

Осцилля́тор (лат. oscillo — качаюсь) — система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени.
Фазовое пространство — это пространство, на котором представлено [1] множество всех состояний системы, т. е. каждая точка такого пространства задает состояние рассматриваемой физической системы.
Фазовая траектория - кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последовательные моменты времени в течение всего времени эволюции. [1]
Фазовый портрет системы – совокупность всех ее траекторий, изображенных в фазовом пространстве. [1]

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Математическая постановка задачи

Представим дифференциальные уравнения второго порядка к системе дифференциальных уравнений первого порядка.

1.

$$\ddot{x} + 6x = 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -6x \end{cases}$$

2.

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 15x = 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = 5y \\ \dot{y} = -\dot{x} - 3x \end{cases}$$

3.

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 4x = \cos(3.5t) \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = 2y \\ \dot{y} = -\dot{x} - 2x + \cos(3.5t) \end{cases}$$

4.2 Решение программными средствами

1.Решаем дифференциальное уравнение на языке Julia с использованием библиотеки DifferentialEquations.

```
using PyPlot;
using DifferentialEquations;
```

```
function lorenz!(du,u,p,t)
du[1] = u[2]
du[2] =  -6*u[1]
end

u0 = [1, 0]
tspan = (0.0,  45)
prob = ODEProblem(lorenz!,u0,tspan)
sol = solve(prob, reltol=1e-6,saveat=0.05);

plot([sol.u[j][\1] for j in collect(1:900)] , [sol.u[j][2] for j in collect(1:9
xlabel("x")
ylabel("y")
savefig("oscillator1.jpg")
```

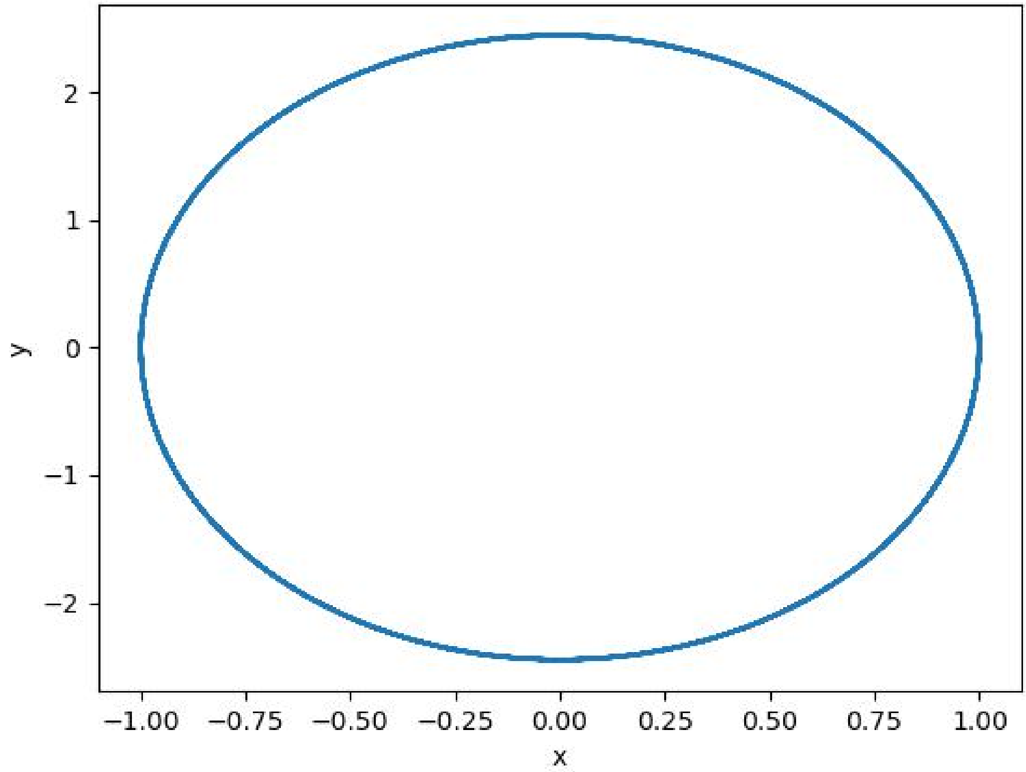

Рис. 4.1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
function lorenz!(du,u,p,t)
du[1] = 5*u[2]
du[2] =  -u[2] - 3*u[1]
end


u0 = [1, 0]
tspan = (0.0,  45)
prob = ODEProblem(lorenz!,u0,tspan)
sol = solve(prob, reltol=1e-6,saveat=0.05);
```

```
plot([sol.u[j][1] for j in collect(1:900)] , [sol.u[j][2] for j in collect(1:90
xlabel("x")
ylabel("y")
savefig("oscillator2.jpg")
```

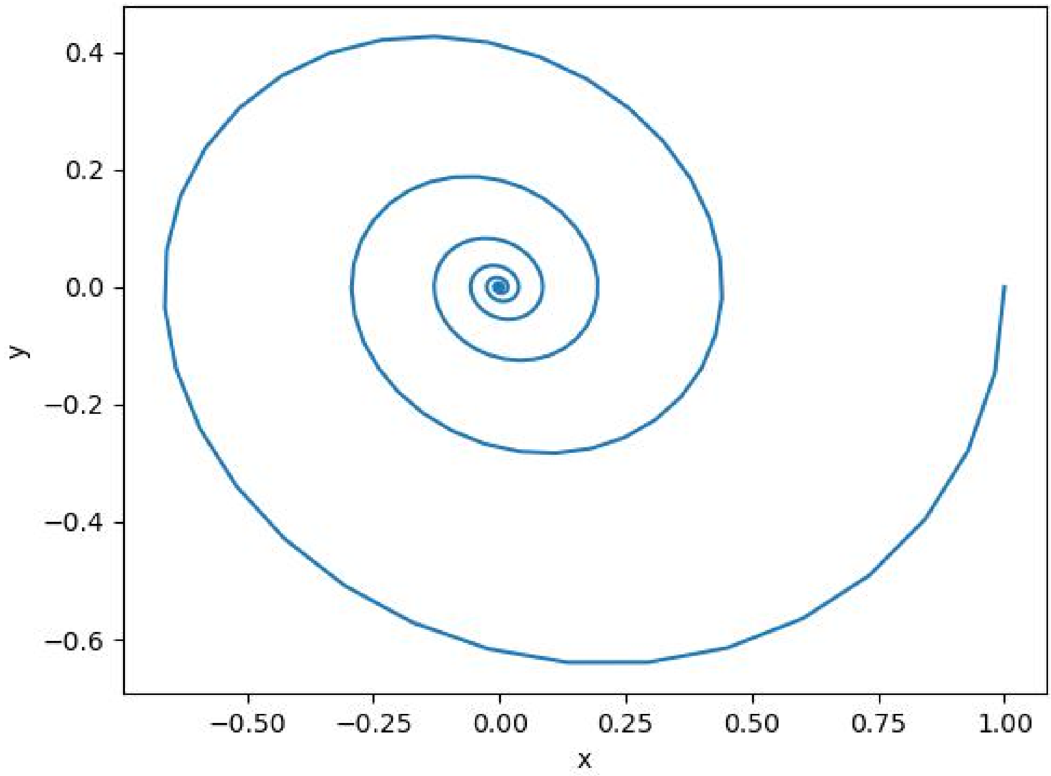

Рис. 4.2: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
function lorenz!(du,u,p,t)
  du[1] = 2*u[2]
  du[2] =  -u[2] - 2*u[1] + cos(3.5*t)
  end

  u0 = [1, 0]
```

```
tspan = (0.0,  45)
prob = ODEProblem(lorenz!,u0,tspan)
sol = solve(prob, reltol=1e-6,saveat=0.05);

plot([sol.u[j][1] for j in collect(1:900)] , [sol.u[j][2] for j in collect(1:90
xlabel("x")
ylabel("y")
savefig("oscillator3.jpg")
```

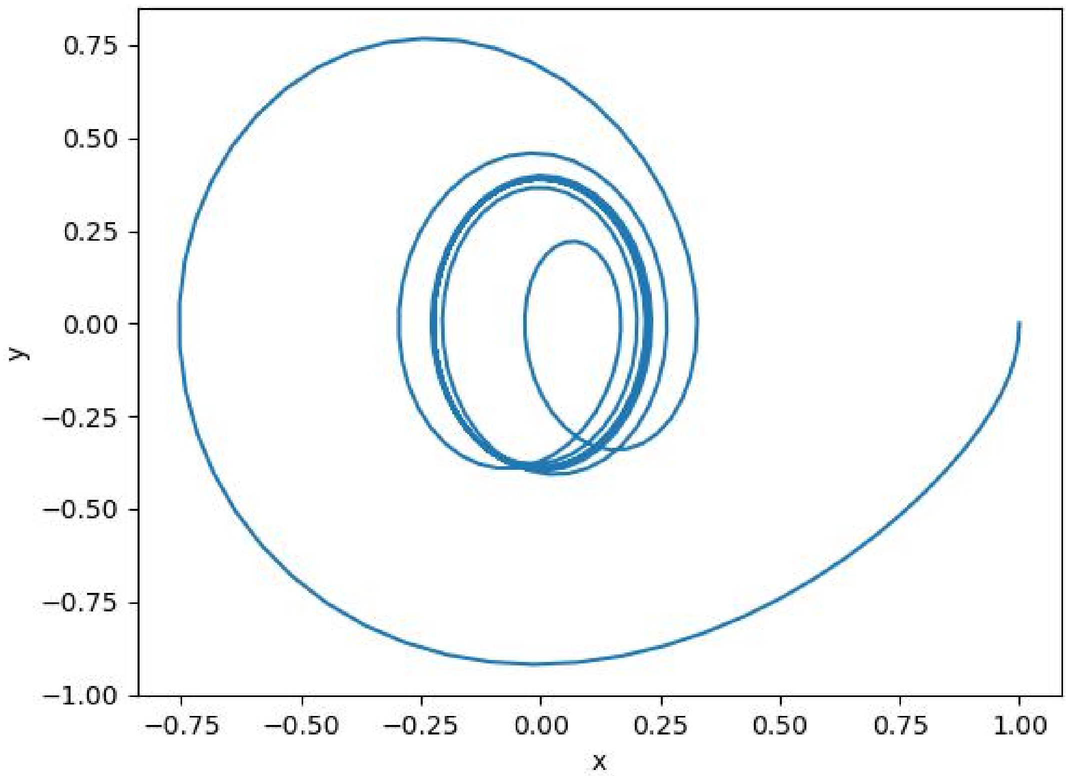

Рис. 4.3: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

2.Реализация задачи на языке OpenModelica

```
model oscillator1
  Real x;
  Real y;
initial equation
  x = 1;
  y = 0;
equation
  der(x) = y;
  der(y) =  -6*x;
end oscillator1;
```

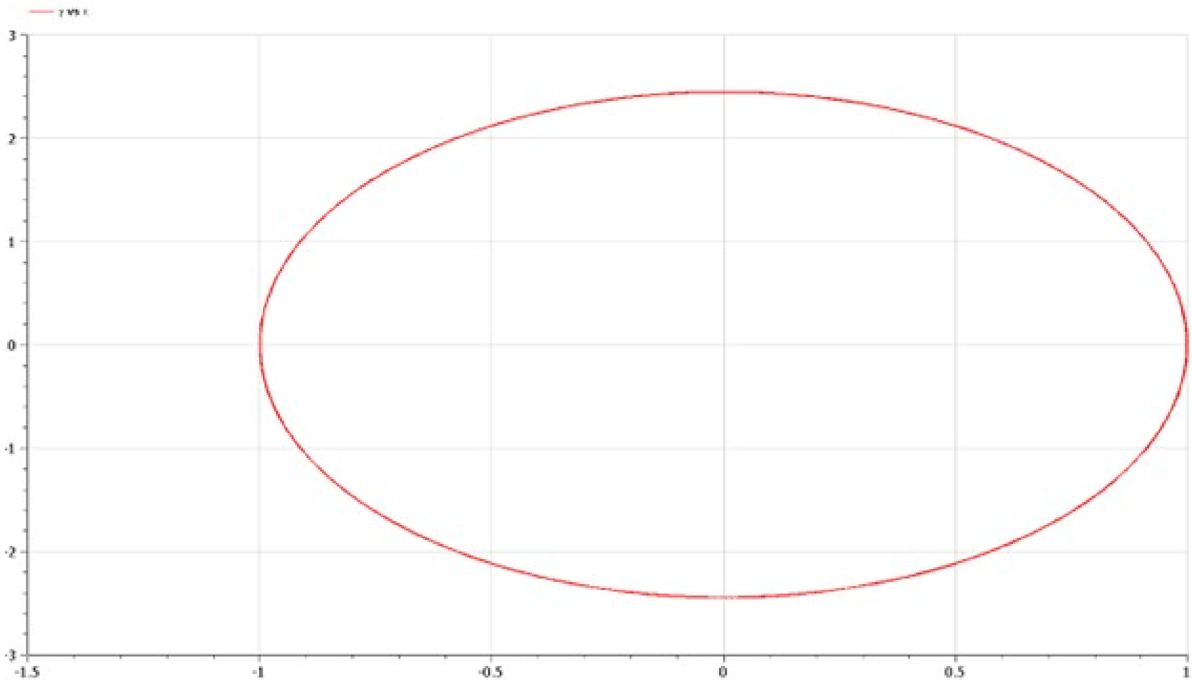

Рис. 4.4: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
model oscillator2
  Real x;
  Real y;
```

```
initial equation
  x = 1;
  y = 0;
equation
  der(x) = 5*y;
  der(y) =  -y -3*x;
end oscillator2;
```

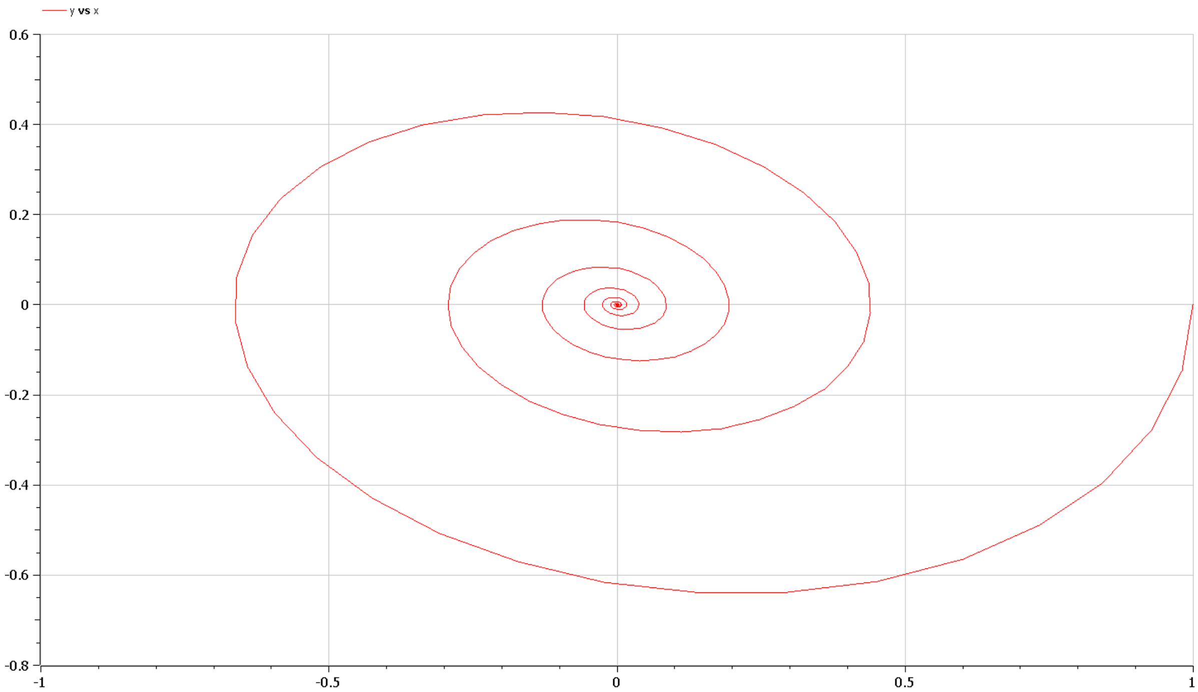

Рис. 4.5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
model oscillator3
  Real x;
  Real y;
  Real t;
initial equation
  t = 0;
```

```
  x = 1;
  y = 0;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = 2*y;
  der(y) =  -y -2*x + cos(3.5*t);
end oscillator3;
```

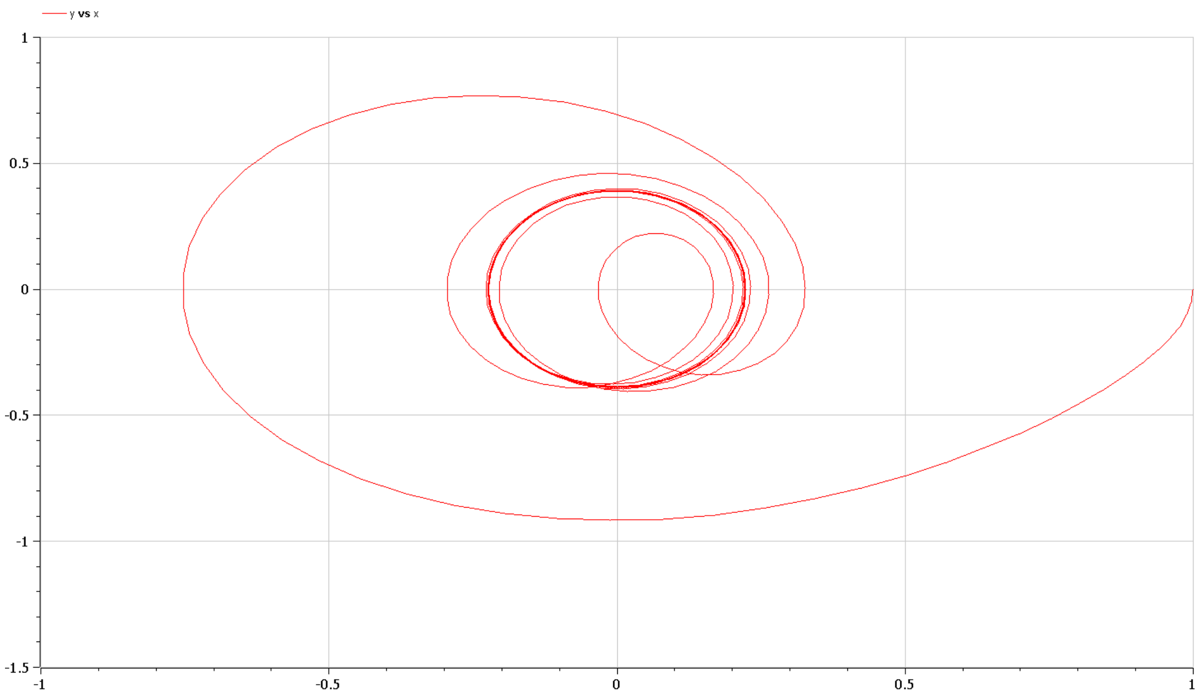

Рис. 4.6: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

5 Выводы

Получены фазовые портреты гармонического осцилятора в различных условиях 4.1 , 4.2 , 4.6 . Произведено сравнение поведения гармонического осцилятора в зависимости от наличия внешней силы и затуханий 4.4 , 4.5 , **??** .

Список литературы

1. А. В. Гавриков Н.А.В. Механические колебания. МФТИ, 2011.