Отчёт по лабораторной работе

Лабораторная работа № 2

Живцова Анна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить основы языков программирования Julia и OpenModelica. Освоить основные библиотеки вышеприведенных языков для решения дифференциальных уравнений и построения графиков. Закрепить на практике полученный знания. Решить физическую задачу с использованием программных средств.

2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 7,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретическое введение

Julia — высокоуровневый высокопроизводительный свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для математических вычислений. Эффективен также и для написания программ общего назначения. Синтаксис языка схож с синтаксисом других математических языков (например, MATLAB и Octave), однако имеет некоторые существенные отличия. Julia написан на Си, C++ и Scheme. Имеет встроенную поддержку многопоточности и распределённых вычислений, реализованные в том числе в стандартных конструкциях.

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. Активно развивается Open Source Modelica Consortium, некоммерческой неправительственной организацией. Open Source Modelica Consortium является совместным проектом RISE SICS East AB и Линчёпингского университета. По своим возможностям приближается к таким вычислительным средам как Matlab Simulink, Scilab xCos, имея при этом значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Математическая постановка задачи

1. Примем за момент отсчета времени момент первого рассеивания тумана.

2. Введем полярные координаты с центром в точке нахождения браконьеров и осью, проходящей через катер береговой охраны. Тогда начальные координаты катера (7.5; 0). Обозначим скорость лодки v

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса. Только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить следующие уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер 7.5 + x (или 7.5 - x, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $7.5 - x/3.1v(7.5 + x/3.1v)$. Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное

расстояние x можно найти из следующих уравнений:

$$\frac{x}{v} = \frac{7.5 + x}{3.1v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{7.5 - x}{3.1v}$$

Отсюда имеем $x_1 = \frac{75}{21}, x_2 = \frac{75}{41}$. Задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: $v_r = \frac{dr}{dt} = v$ - радиальная скорость и $v_\tau = r\frac{d\theta}{dt}$ - тангенциальная скорость.

$$v_\tau = \sqrt{8.61}v$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{8.61}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{8.61}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим

траекторию движения катера в полярных координатах.

4.2 Решение программными средствами

1.Решаем дифференциальное уравнение на языке Julia с использованием библиотеки DifferentialEquations.

```
using PyPlot;
using DifferentialEquations;

function F(u, p, T)
return u/√(8.61)
end

const r_1 = 75/41
const r_2 = 75/21
const T = (0, 3π)

prob1 = ODEProblem(F, r_1, T)
prob2 = ODEProblem(F, r_2, T)

sol1 = solve(prob1, abstol=1e-8, reltol=1e-8)
sol2 = solve(prob2, abstol=1e-8, reltol=1e-8);

polar(sol1.t, sol1.u)
polar(fill(-1.5, 6), collect(0: 10: 50))
xlabel("θ")
title("Вторая траектория")
savefig("kater2.jpg")
```

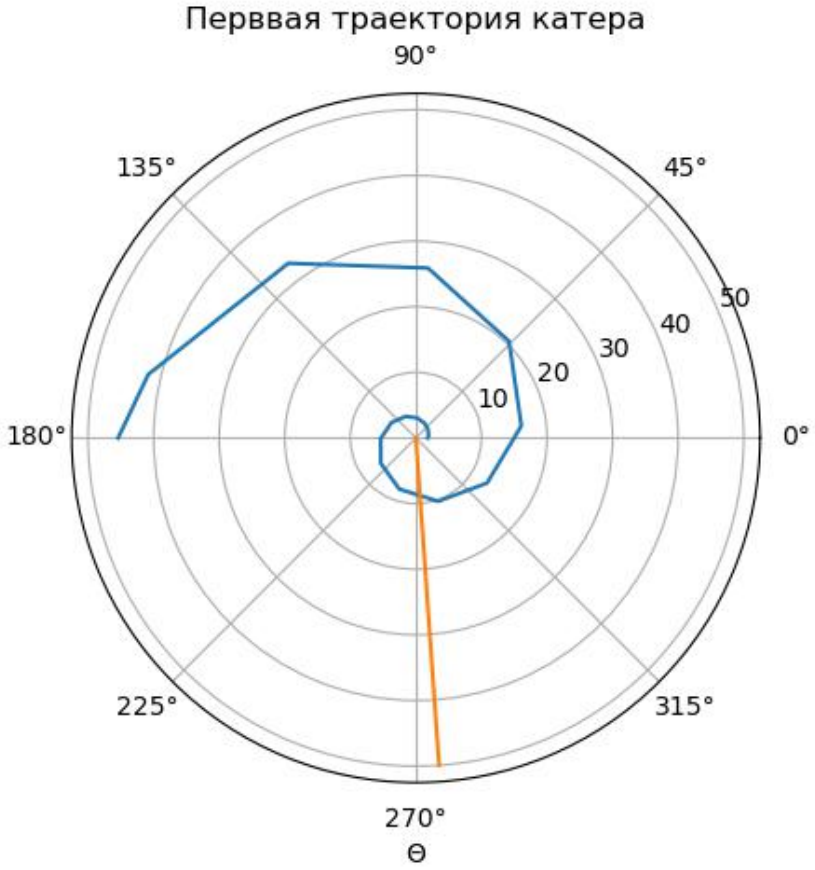
polar(sol2.t, sol2.u)

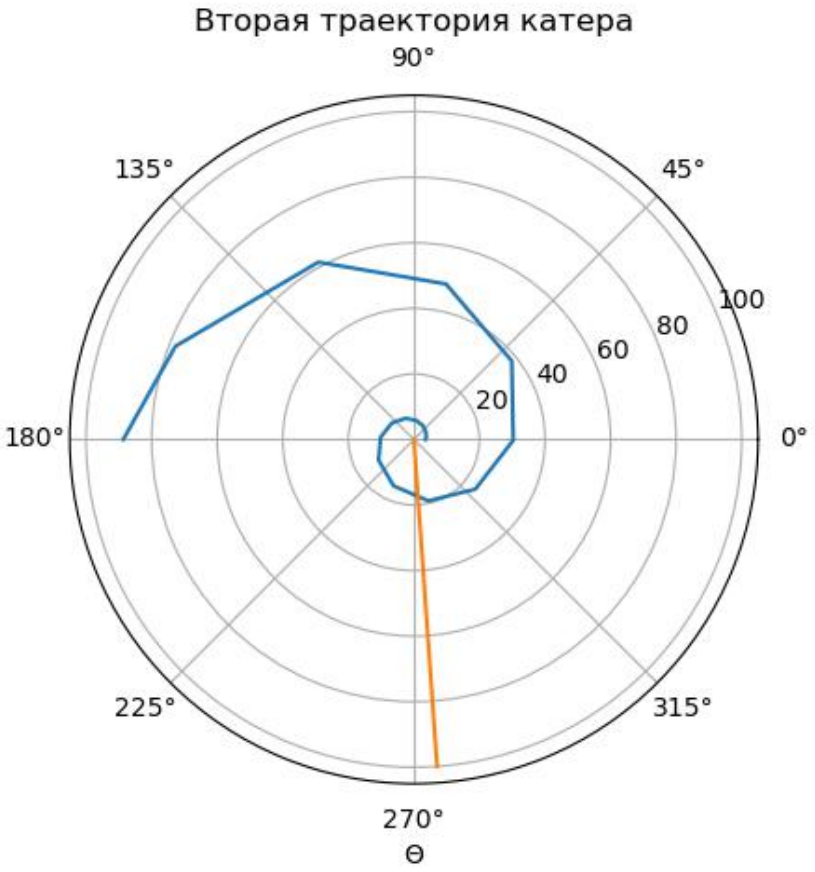
polar(fill(-1.5, 11), collect(0: 10: 100))

xlabel(“θ”)

title(“Вторая траектория”)

savefig(“kater2.jpg”)




Вторая траектория катера
90°
135°
45°
180°
0°
225°
315°
270°
Θ
20
40
60
80
100

5 Выводы

Произведен вывод дифференциальных уравнений для решения поставленной задачи. На примере решения задачи о погоне отработано использование инструментов языков Julia. Результат визуализирован с помощью средств библиотеки PyPlot.

Список литературы

1. Wikipedia Julia

2. Wikipedia OpenModelica

3. Julia tutorial

4. OpenModelica tutorial