

# **Отчёт по лабораторной работе №8**

**Дисциплина: Научное программирование**

Живцова Анна, 1132249547

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Функция поиска собственных значений и векторов . . . . .	8
4.2	Распределение вероятностей пребывания в состояниях для цепи Маркова . . . . .	9
4.3	Стационарное распределение через собственный вектор . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

## Список иллюстраций

4.1	Использование функции <code>eig</code> . . . . .	8
4.2	Распределение вероятностей пребывания в состояниях для цепи Маркова . . . . .	10
4.3	Стационарное распределение через собственный вектор . . . . .	11

## **Список таблиц**

# 1 Цель работы

Изучить функцию нахождения собственных значений матрицы в Octave.

## 2 Задание

В заданной конечной цепи Маркова

- Найти распределение вероятностей пребывания в состояниях за  $n$  шагов
- Найти стационарное распределение с помощью собственных векторов матрицы переходных вероятностей

### 3 Теоретическое введение

Конечные цепи Маркова определяются матрицей переходных вероятностей  $P$  и начальным распределением  $a$ . Распределение вероятностей пребывания в состояниях за  $n$  шагов можно найти по формуле  $aP^n$ . Конечная цепь маркова имеет стационарное распределение вероятностей пребывания в состояниях, т.е. такое распределение  $x$  что  $x = xP$ . Так как это определение собственного вектора, соответствующего собственному значению 1, можем найти стационарное распределение через собственный вектор.

Оставе содержит функцию для нахождения собственных значений и собственных векторов [1].

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Функция поиска собственных значений и векторов

Встроенная функция `eig` выводит список собственных значений и собственных векторов матрицы (см рис. 4.1).

```
>> A=[1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1];
>> [v lambda] = eig(A)
v =

-0.2400 + 0i -0.7920 + 0i -0.7920 - 0i
-0.9139 + 0i 0.4523 + 0.1226i 0.4523 - 0.1226i
-0.3273 + 0i 0.2322 + 0.3152i 0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

4.5251 + 0i 0 0
0 0.7374 + 0.8844i 0
0 0 0.7374 - 0.8844i

>> C = A'*A;
>> [v l] = eig(C)
v =

0.876137 0.188733 -0.443581
-0.477715 0.216620 -0.851390
-0.064597 0.957839 0.279949

l =

Diagonal Matrix

0.1497 0 0
0 8.4751 0
0 0 28.3752
```

Рис. 4.1: Использование функции `eig`



## **4.2 Распределение вероятностей пребывания в состояниях для цепи Маркова**

Определим цепь Маркова и найдем распределение вероятностей пребывания в состояниях через  $n = 5$  шагов для различных начальных распределений (см рис. 4.2).

```

>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0
0 0.5 1];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0];
>> T^5*a
ans =

    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.450000

>> T^5*b
ans =

    0.5000
         0
         0
         0
    0.5000

>> T^5*c
ans =

    0.6875
         0
    0.1250
         0
    0.1875

>> T^5*d
ans =

    0.3750
    0.1250
         0
    0.1250
    0.3750

```

Рис. 4.2: Распределение вероятностей пребывания в состояниях для цепи Маркова

## 4.3 Стационарное распределение через собственный вектор

Найдем стационарное распределение через собственный вектор, соответствующий собственному значению 1, матрицы переходных вероятностей (см рис. 4.3).

```
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34];
>> [v 1] = eig(T)
v =

    -0.6484    -0.8011     0.4325
    -0.5046     0.2639    -0.8160
    -0.5700     0.5372     0.3835

1 =

Diagonal Matrix

    1.0000         0         0
         0    0.2181         0
         0         0   -0.3581

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T^10*x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T^50*x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308
```

Рис. 4.3: Стационарное распределение через собственный вектор

## 5 Выводы

В данной работе я изучила функцию поиска собственных значений и векторов матрицы, а также использовала эту функцию для нахождения стационарного распределения вероятностей пребывания в состояниях конечной цепи Маркова. Дополнительно, пользуясь определением, я нашла распределение вероятностей пребывания в состояниях за  $n$  шагов.

## 6 Список литературы

1. GNU Octave documentation. The Octave Project Developers, 2024.