*Анна Журавлева*

**ИДЗ по курсу маголего «Современные методы анализа данных»**

Источник данных - <https://www.kaggle.com/steveahn/memory-test-on-drugged-islanders-data>

Описание гипотезы - <https://www.kaggle.com/steveahn/drug-memory-anova-tukey-hsd-experiment>

**Описание данных**

Известно, что предшествующие воспоминания могут оказывать влияние на формирование последующих, что определяется как эффект прайминга. Был проведен эксперимент о влиянии положительных и негативных воспоминаний на формирование памяти. Также в ходе эксперимента исследовалось влияние применения успокоительных препаратов Алпразолам и Триазолам по сравнению с пустой таблеткой плацебо, доза препарата варьировалась от 1 до 3 таблеток. В эксперименте принимали участие здоровые испытуемые старше 25 лет мужского и женского пола. Испытуемые выполняли задание на запоминание, измерялось время выполнения задания до применения препарата и после. Предполагалось, что применение Алпразолам увеличит время выполнения задания в случае прайминга с положительными воспоминаниями и уменьшит время выполнения задания в случае прайминга с негативными воспоминаниями.

Требуется проверить, отличается ли эффект от применения препаратов Алпразолам и Триазолам от эффекта применения плацебо. В исследовании были проанализированы данные как при «положительном», так и при «негативном» прайминге для двух препаратов. В рамках данной задачи проанализируем влияние одного препарата Алпразолам при «положительном» прайминге относительно контрольной группы[[1]](#footnote-1).

**Формирование выборки**

Для анализа в рамках текущей задачи были сформированы 2 выборки:

1. Контрольная группа, выполнявшая задание после прайминга с положительными воспоминаниями; дозировка плацебо-таблетки в количестве 2 шт. Анализируемые показатели – разница в скорости выполнения задания до применения препарата и после в секундах.

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

1. Экспериментальная группа, выполнявшая задание после прайминга с положительными воспоминаниями и применения препарата Алпразолам; дозировка плацебо-таблетки в количестве 2 шт. Анализируемые показатели – разница в скорости выполнения задания до применения препарата и после в секундах.

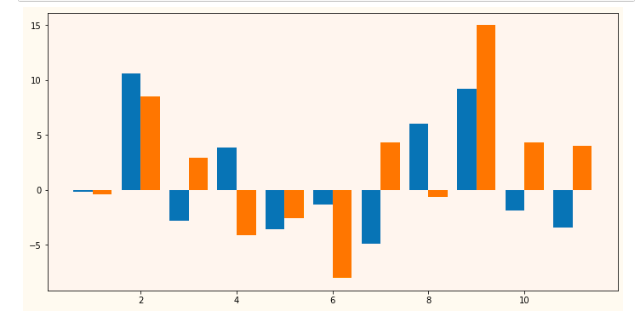
Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

В итоге получились две выборки объемом m = 11, n = 11.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Контрольная группа | -0.2 | 10.6 | -2.8 | 3.9 | -3.6 | -1.3 | -4.9 | 6.0 | 9.2 | -1.9 | -3.4 |
| Экспериментальная группа | -0.4 | 8.5 | 2.9 | -4.1 | -2.6 | -8.0 | 4.3 | -0.6 | 15.0 | 4.3 | 4.0 |

Ниже представлен график для визуализации данных.



**Решение**

Пусть результаты измерений по контрольной группе представляются выборкой Xm = [X1,...,Xm]T объема m = 11, соответствующей непрерывному распределению FX(t), а результаты измерений по экспериментальной группе с применением препарата Алпразолам — выборкой Yn = [Y1,...,Yn]T объема n = 11, соответствующей непрерывному распределению FY(t).

Критерий Колмогорова-Смирнова

Проверим гипотезу об однородности выборок Xm и Yn при помощи критерия Колмогорова–Смирнова. Так как у нас нет априорной информации о типе неоднородности, следует проверить гипотезу H0 вида: FX(t)=FY(t), ∀t∈R1 против альтернативной гипотезы HA общего вида H1: ∃t∈R1, такое что FX(t) ≠ FY(t).

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Полученное значение статистики равно 0.27. Согласно таблицам, K0,95 = 1,36. Критическая область имеет вид (1.36; +∞). Таким образом, значение статистики попадает в доверительную область, следовательно, принимаем гипотезу Н0 об однородности выборок на уровне значимости 0.05.

Критерий Вилкоксона

Гипотеза H0: θ = 0 означает, что изменение времени выполнения задания после применения 2 таблеток препарата Алпразолам и после применения 2 таблеток плацебо в среднем одинаково. Альтернативная гипотеза H1: θ>0 соответствует ситуации, когда среднее значение изменения времени выполнения задания после применения препарата больше, чем после плацебо (т.е. скорость выполнения задания изменилась сильнее, и испытуемые выполняли задание дольше). Проверим гипотезу H0: θ = 0 против альтернативы H1: θ>0, с помощью критерия Вилкоксона. Объединим выборки и проранжируем объединённую выборку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14,5 | 14,5 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| -0.2 | -0.4 | -0.6 | -1.3 | -1.9 | -2.6 | -2.8 | 2.9 | -3.4 | -3.6 | 3.9 | 4.0 | -4.1 | 4.3 | 4.3 | -4.9 | 6 | -8.0 | 8.5 | 9.2 | 10.6 | 15.0 |

Подчеркнутые значения соответствуют элементам экспериментальной выборки.

Вычислим реализацию статистики Вилкоксона по формуле

В таблице квантилей распределения Вилкоксона найдём квантиль распределения Wm,n для m=11 и n=11 уровня 0.95: W11,11;0.95 = 153.0. Таким образом, критическая область имеет вид (153.0; max W11,11], доверительная область имеет вид [min W11,11; 153.0). Значение статистики входит в доверительную область.

Так как число наблюдений n + m = 22 > 20, то можно аппроксимировать распределение статистики W гауссовским распределением.

Вычислим E и D

231.92

Так как W∗|H0 ∼ N (0,1) и Z1−α = Z0,95 = 1,65, то доверительной областью является (-∞; 1,65), критической областью является (1,65; +∞). Значение аппроксимированной статистики W = 0.36 входит в доверительную область. Следовательно, принимаем гипотезу Н0 на уровне значимости α = 0.05.

Критерий Фишера

Предположим, что наблюдаемые случайные величины соответствуют гауссовскому распределению. Тогда значения изменения времени выполнения задания по контрольной группе X1,...,Xm являются выборкой объема m = 11, соответствующей распределению N(mX;), а значения изменения времени выполнения задания по экспериментальной группе Y1,...,Yn являются выборкой объема n = 11, соответствующей распределению N(nX;). В рамках такой модели требуется проверить гипотезу H0: θ = *mY* − *mX* = 0 против альтернативной гипотезы H1: θ > 0.

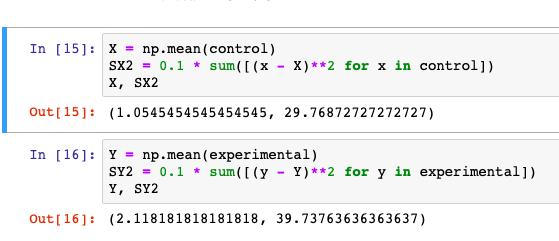
Так как дисперсии и неизвестны, то сначала следует проверить гипотезу

H0:

против альтернативы:

H1:

Применим критерий Фишера. Вычислим реализацию выборочных средних и выборочных несмещенных дисперсий:



Т.к. альтернативная гипотеза имеет вид H1: , а , то

* статистика Фишера будет иметь вид Fm,n = 1.33
* критическая область будет иметь вид (f1 - α/2(n-1; m-1); +∞) = (f0.975(10; 10); +∞), т.е. (3.72; +∞).

Следовательно, реализация статистики Fm,n попала в доверительную область, и гипотеза H0 принимается на уровне значимости α = 0,05.

Теперь предположения, требуемые для применения критерия Стьюдента со статистикой выполнены. Вычислим реализацию статистики критерия Стьюдента.

Критерий Стьюдента

Проверим гипотезу H0: θ = mY − mX = 0 против альтернативной гипотезы H1: θ >0. Выборочная дисперсия объединенной выборки равна

Тогда реализация статистики будет иметь вид

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

При справедливости H0: θ = mY − mX = 0 статистика критерия Стьюдента имеет распределение Стьюдента с r = m + n − 2 = 20 степенями свободы. Так как альтернативная гипотеза имеет вид H1: θ >0, то критическая область уровня значимости α имеет вид

(u1−α; +∞) = (2.09; + ∞)

Так как реализация статистики T = 0.42 попала в доверительную область, то принимается гипотеза H0 на уровне значимости α = 0,05, и можно считать, что изменение скорости выполнения задания после применения препарата Алпразолам и после применение таблеток плацебо в среднем одинаковы.

Критерий Ансари–Брэдли

Попробуем также применить критерий Ансари–Брэдли. Пусть показатели изменения скорости выполнения задания в контрольной группе являются выборкой Xm = [X1,...,Xm]T объема m = 11, порожденной непрерывной случайной величиной X, а показатели изменения скорости выполнения задания в экспериментальной группе - выборкой Yn = [Y1,...,Yn]T объема n = 11, порожденной непрерывной случайной величиной Y.

Тогда гипотеза H0: ∆ = 1 будет означать, что выборки Xm и Yn однородны, и применение препарата не повлияло на скорость выполнения задания. В качестве альтернативной гипотезы выберем HA: ∆>1, так как справедливость этой альтернативы означает, что скорость выполнения задания изменилась больше в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой.

Проранжировав реализацию объединённой выборки ZN, получим вектор искомых реализаций рангов

[r1,...,r11]T =[1, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 16, 17, 20, 21]T.

Реализация статистики

A11,11 = 65

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Так как объем выборки (m + n) = 22 > 20, то для построения критической области придется воспользоваться аппроксимацией.

Критическая область (u1-α; +∞) для уровня значимости α = 0,05 имеет вид (1,65; +∞). Значение статистики -0.13 входит в доверительную область, следовательно, принимаем гипотезу Н0 на уровне значимости 0.05. Применение препарата Алпразолам не повлияло на изменение скорости выполнения задания относительно контрольной группы.

Таким образом, все примененные критерии показали отсутствие значимой разницы между изменением скорости выполнения задания после применения препарата Алпразолам в дозировке 2 таблетки относительно контрольной группы, применявшей таблетку плацебо в дозировке 2 шт.

1. Возможно, для части испытуемых контрольной группы сработал «эффект плацебо», однако в источнике на это никаких указаний нет. Для аппроксимации будем считать, что таблетки-«пустышки» не оказывали влияния на результаты. Однако если «эффект плацебо» все же имел место быть, мы сравним, есть ли статистически значимая разница результатов при применении препарата и при эффекте плацебо. [↑](#footnote-ref-1)