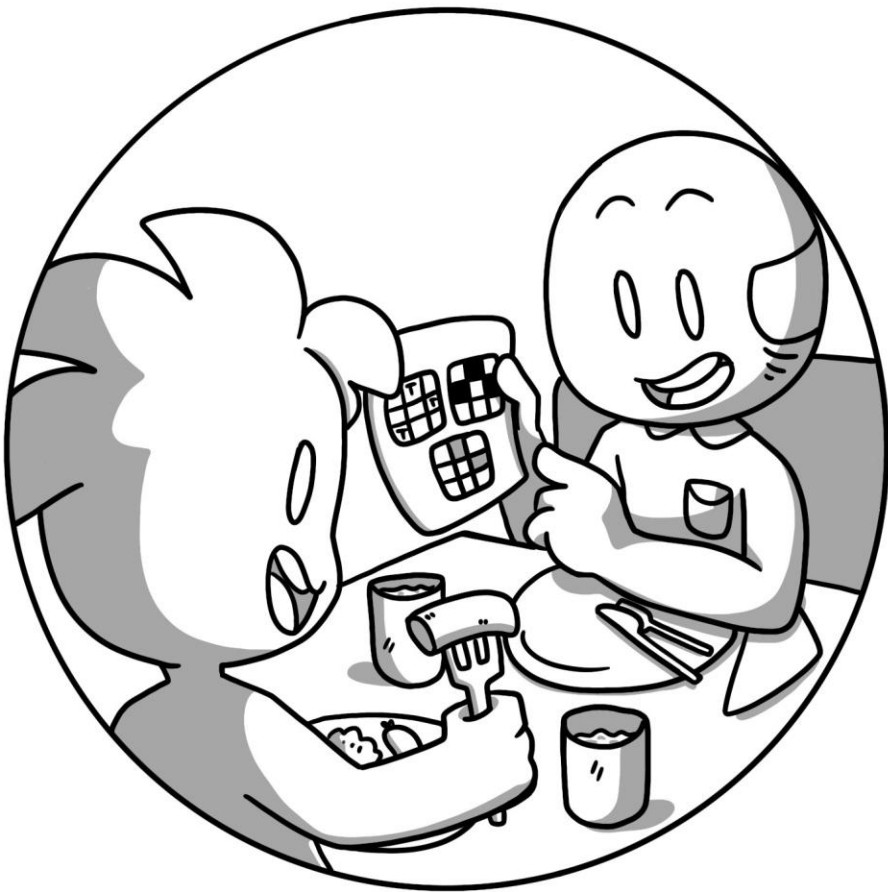


Mathematisches Denken



COMIXPLAIN

Dieser Comic wurde im Zuge des Forschungsprojekts Comixplain, gefördert von der Fachhochschule St. Pölten im Rahmen des Innovation Call 2022, erstellt.

Projektteam:

Victor-Adriel De-Jesus-Oliveira
Hsiang-Yun Wu
Christina Stoiber
Magdalena Boucher
Alena Ertl

Kontakt:

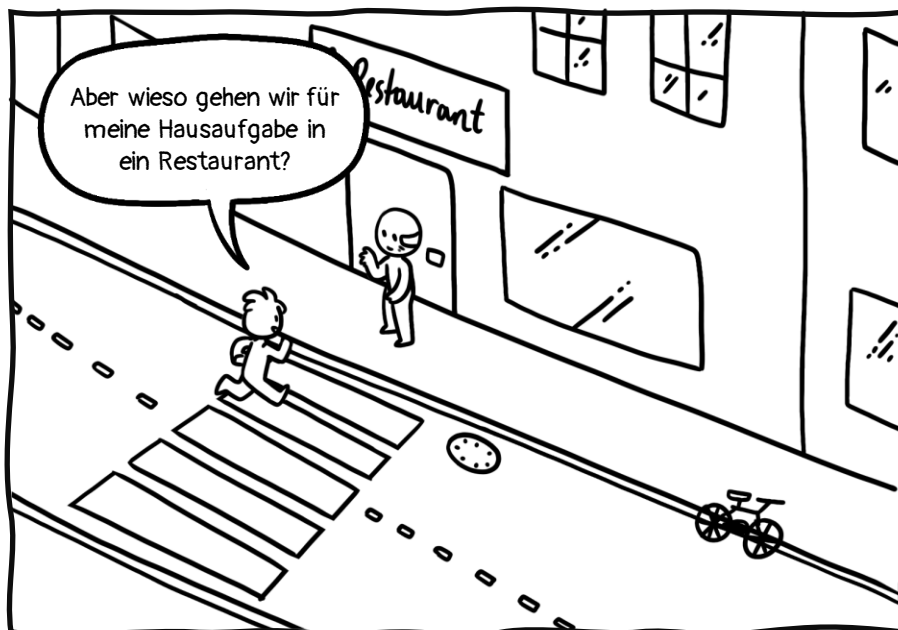
victor.oliveira@fhstp.ac.at

Illustrationen:

Magdalena Boucher & Alena Ertl



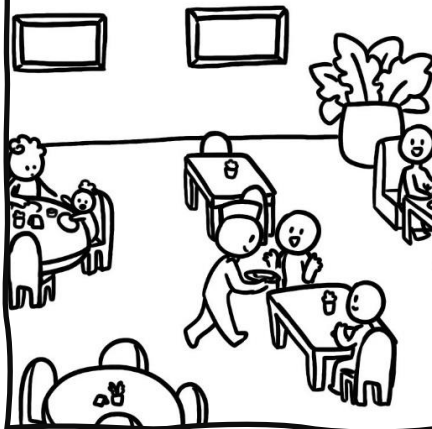
<https://fhstp.github.io/comixplain>



Der Kellner schreibt die Bestellung der Gäste auf...



...und kümmert sich um weitere Tische bis...



Essen für Tisch Eins ist fertig!



Jetzt muss der Kellner jeden Gast das richtige Essen geben. Meistens fragt er wem was gehört.



Für Sie, Madame.

Wer bekommt den Fisch?

Der ist für mich!



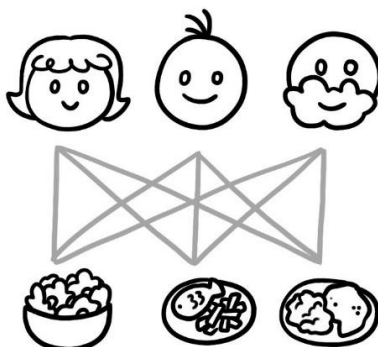
Für das letzte Essen muss er nicht mehr fragen, da nur noch ein Gericht und ein Gast da ist.



Nun könnten wir dieses Szenario, das richtige Essen zum richtigen Kunden zu bringen, nehmen und versuchen, einen mathematischen Ansatz für dieses "Problem" zu finden.

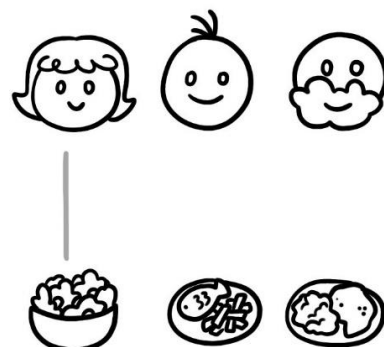


Wir haben drei Gäste und drei Gerichte.



Das heißt wir haben neun verschiedene möglich Kombinationen.

Was passiert wenn wir eine Verbindung gefunden haben?



Wie viele Möglichkeiten bleiben dann übrig?

MOM KID DAD

Sobald also eine Kombination feststeht, wird das Problem einfacher - es gibt somit nur noch vier Möglichkeiten.

Wir können dieses "Essen-zum-Kunden"-Problem auch mit mathematischen Begriffen beschreiben. Dieser Transformationsprozess wird "Abstraktion" genannt.

Durch die Abstraktion wird das Problem so beschrieben, dass es leicht - mathematisch - auf andere Fälle übertragen werden kann. Zum Beispiel kann die Mutter, die den Salat bekommt, auf folgende Weise abstrahiert werden:

MOM will ihr Essen

Das Essen, das die Mutter bekommt, steht in den Klammern. Da sie einen Salat bekommt, kürzen wir diesen mit einem "s" ab.

Essen kommt hier hin

M(s) ist unsere mathematische Notation für den Satz "Den Salat bekommt die Mutter".

Dasselbe wird für die anderen "Essen-zum-Kunden"-Probleme angewendet.

M(s) heißt "Den Salat bekommt die Mutter".

K(f) heißt "Den Fisch bekommt das Kind".

D(ws) heißt "Das Schnitzel bekommt der Vater".

Falls der Salat das richtige Essen für die Mutter ist, schreiben wir das so:

$M(s) = \text{true}$

Dies beschreibt eine *Fakt*.

Mathematiker wollen so wenig wie möglich schreiben und lieben Abkürzungen, also anstatt

$M(s) = \text{true}$

zu schreiben, können wir auch stattdessen das schreiben:

$m = \text{true}$

Oder $x = \text{true}$. Oder $a = \text{true}$. Im Grunde ist alles möglich, man könnte auch ein Emoji benutzen. Es ist schließlich nur eine Variable, die den Wert beschreibt.

Wir können alles, was der Kellner weiß, zunächst auf mathematische Weise beschreiben.

Wenn jedem Kunde ein Essen gehört, dann könnte die Mutter folgende bekommen:

Salat Fisch Schnitzel

Für eine mathematische Notation würden wir das so anschreiben:

$s \vee f \vee ws$

Das ist das "Mathe Symbol" für OR

Nachdem der Kellner zwei richtige Gerichte geliefert hat, weiß er, dass der Vater weder den Salat noch den Fisch bekommen kann, da diese bereits auf dem Tisch stehen.

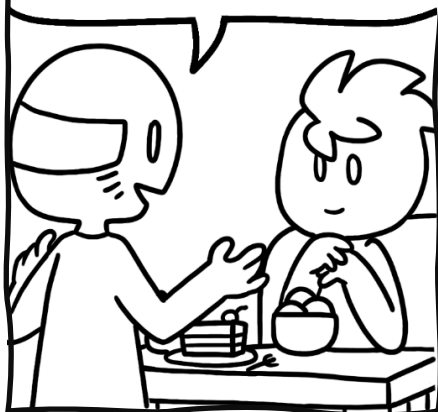
Das heißt, der Vater bekommt weder den Salat noch den Fisch, also bleibt nur das Schnitzel übrig.

Das ist das "Mathe Symbol" für NOT

$\neg s \wedge \neg f \Leftrightarrow ws$

Und das heißt AND

Als Kellner könnte ich meine Leistung auch mathematisch bewerten. Im Grunde möchte ich überprüfen, wie viele Leute ihr Essen korrekt geliefert bekommen haben.



Wir können dies mit einer Art "Zuordnungsspiel" tun. Diese Tabelle zeigt alle möglichen Kombinationen von Kunde und Essen:

| | M | K | D |
|----|---|---|---|
| s | | | |
| f | | | |
| vs | | | |

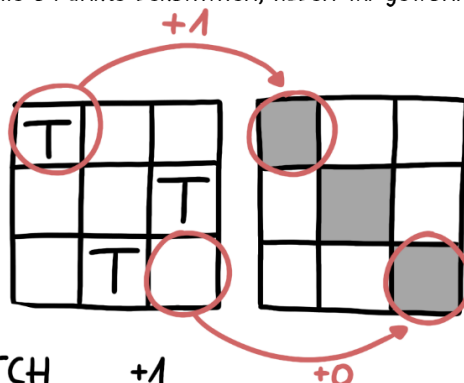
...und wir haben drei Quadrate $\begin{bmatrix} T \\ \end{bmatrix}$, die wir in ein Feld einfügen können. Aber jedes $\begin{bmatrix} T \\ \end{bmatrix}$ kann nur in einem Feld oder Spalte erscheinen, da jeder Kunde nur eines der drei Gerichte bekommen kann.



In verschiedenen Fällen kann es sogar einige Einschränkungen geben - so genannte Constraints. Zum Beispiel darf ein Kind keinen Alkohol bekommen. In diesem Fall würde eines der Felder "blockiert" sein.



Für jedes Essen und jeden Kunden prüfen wir, ob die Platzierung unseres $\begin{bmatrix} T \\ \end{bmatrix}$ der Vorbedingung entspricht. Wenn ja, bekommen wir einen Punkt, wenn nicht, bekommen wir keinen. Und wenn wir alle 3 Punkte bekommen, haben wir gewonnen!



💡 IF MATCH +1
IF NO MATCH +0

Es könnte viele Lösungen für unser "Problem" geben, aber nur eine ist richtig. Die richtige Lösung wäre die Vorbedingung, und wir müssen bewerten, wie unsere Vermutung zu dieser Vorbedingung passt.

| Tags | $\begin{bmatrix} T & & \\ & T & \\ & & T \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} T & & \\ & & T \\ & T & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & T & \\ T & & \\ & & T \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & T & \\ & & T \\ T & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & T \\ & T & \\ T & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & T \\ T & & \\ & T & \end{bmatrix}$ |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| | + | + | + | + | + | + |
| pre-condition | $\begin{bmatrix} X & & \\ & X & \\ & & X \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} X & & \\ & & X \\ & X & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & X & \\ X & & \\ & & X \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & X & \\ & & X \\ X & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & X \\ & X & \\ X & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & X \\ X & & \\ & X & \end{bmatrix}$ |
| | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| Evaluation | $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & & 1 \\ & 1 & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & 1 & \\ 1 & & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & 1 & \\ & & 1 \\ 1 & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & 1 \\ & 1 & \\ 1 & & \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} & & 1 \\ 1 & & \\ & 1 & \end{bmatrix}$ |
| | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Oof, jetzt bin ich satt... aber hey, Ich habe jetzt meine Hausaufgabe verstanden und fertig.

Also, heißt das jetzt, (Aufgabe) = true?



Quellen:

Ben-Ari, M. (2012). Mathematical logic for computer science. Springer Science & Business Media.

Devlin, K. J. (2012). Introduction to mathematical thinking (Vol. 331). Palo Alto, CA: Keith Devlin.