

# Lógica Proposicional

Disciplina: Lógica para Computação

Larissa Freitas, Renata Reiser e André Du Bois

{larissa, reiser, dubois}@inf.ufpel.edu.br



# Cálculo Proposicional

- 5 operadores ( $\sim$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ )
- **8 regras de inferência direta**
- 2 regras de inferência hipotética
- $\alpha, \beta, \gamma$  fórmulas



# Cálculo Proposicional

- Eliminação da Negação ( $E_{\sim}$ )

$\sim\sim \alpha$  ← Premissas

$\alpha$  ← Conclusão

De uma FBF da forma  $\sim\sim \alpha$  infere-se  $\alpha$



# Cálculo Proposicional

- Eliminação da Conjunção ( $E \wedge$ )

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \quad \text{ou} \quad \frac{\beta \wedge \alpha}{\beta}$$

**De uma conjunção infere-se cada um de seus conjuntos**



# Cálculo Proposicional

- Introdução da Conjunção ( $\wedge$ )

$$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$$

**De quaisquer FBFs  $\alpha$  e  $\beta$  infere-se a conjunção  $\alpha \wedge \beta$**



# Cálculo Proposicional

- Eliminação da Disjunção (**E**  $\vee$ )

$$\alpha \vee \beta$$

$$\alpha \rightarrow \gamma$$

$$\beta \rightarrow \gamma$$

---

$$\gamma$$

**De FBFs de formas  $\alpha \vee \beta$ ,  $\alpha \rightarrow \gamma$  e  $\beta \rightarrow \gamma$   
infere-se  $\gamma$**



# Cálculo Proposicional

- Introdução da Disjunção ( $\vee$ )

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} \quad \frac{\beta}{\alpha \vee \beta}$$

**De uma FBF  $\alpha$  infere-se a disjunção de  $\alpha$  com qualquer FBF**



# Cálculo Proposicional

- Eliminação do Condicional, *Modus Ponens* (**E**  $\rightarrow$ )

$$\alpha \rightarrow \beta$$

$$\frac{\alpha}{\beta}$$



**De um condicional e seu antecedente infere-se o seu consequente**



# Cálculo Proposicional

- Eliminação do Bicondicional ( $E \leftrightarrow$ )

$$\frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\alpha \rightarrow \beta} \quad \text{ou} \quad \frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\beta \rightarrow \alpha}$$

**De FBF da forma  $\alpha \leftrightarrow \beta$  infere-se  $\alpha \rightarrow \beta$  ou  $\beta \rightarrow \alpha$**



# Cálculo Proposicional

- Introdução do Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

$$\alpha \rightarrow \beta$$

$$\underline{\beta \rightarrow \alpha}$$

$$\alpha \leftrightarrow \beta$$

**De FBFs de formas  $\alpha \rightarrow \beta$  e  $\beta \rightarrow \alpha$  infere-se  $\alpha \leftrightarrow \beta$**



## Exercícios

- **Introdução do Condicional / Modus Ponens**

$$\sim P \rightarrow (Q \rightarrow R), \sim P, Q \vdash R$$

- **Eliminação da Negação**

$$\sim P \rightarrow \sim \sim Q, \sim \sim \sim P \vdash Q$$

- **Eliminação e Introdução da **Conjunção** (& equivale ^)**

$$P \rightarrow (Q \& R), P \vdash P \& Q$$

$$P \& Q \vdash Q \& P$$

$$(P \& Q) \rightarrow (R \& S), \sim \sim P, Q \vdash S$$



- **Introdução da Disjunção**

$$P \vdash (P \vee Q) \ \& \ (P \vee R)$$

$$P, \sim \sim(P \rightarrow Q) \vdash Q \vee \sim Q$$

$$P, \sim \sim(P \rightarrow Q) \vdash (R \ \& \ S) \vee Q$$

- **Eliminação da Disjunção**

$$P \vee P, P \rightarrow (Q \ \& \ R) \vdash R$$

- **Eliminação e Introdução do Bicondicional**

$$P \leftrightarrow Q \vdash Q \leftrightarrow P$$

$$P \rightarrow Q, (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P) \vdash P \leftrightarrow Q$$



## Lógica Proposicional

**Resolvam os exercícios!**

