

Lógica Proposicional

Regras de Equivalência

Disciplina: Lógica para Computação

Prof^a. Larissa A. de Freitas

larissa@inf.ufpel.edu.br

Regras de Equivalência

- Uma equivalência é um bicondicional que é um teorema.
- Se $\alpha \leftrightarrow \beta$ é uma equivalência, então α e β são interderiváveis.



$$(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

Exercícios

$$\neg(P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

- Prove a equivalência: $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$

1.	$P \rightarrow Q$	H(PC)
2.	$P \wedge \neg Q$	H(RAA)
3.	P	2 E \wedge
4.	Q	13 MP
5.	$\neg Q$	2 E \wedge
6.	\perp	4, 5 IA
7.	$\neg(P \wedge \neg Q)$	2-6 RAA
8.	$(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$	1-7 PC

9.	$\neg(P \wedge \neg Q)$	H(PC)
10.	$\neg Q$	H(RAA)
11.	$P \wedge \neg Q$	10, 11 IA
12.	\perp	9, 12 IA
13.	$\neg\neg Q$	11-13 RAA
14.	Q	14 E \neg
15.	$P \rightarrow Q$	10-15 PC
16.	$\neg(P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$	9-16 PC
17.	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$	8, 17
18.	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$	15


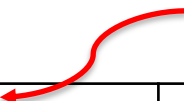
Regras de Equivalência

- Muitas equivalências tem nomes, como as regras básicas e derivadas.



Regras de Equivalência

- As proposições $P \wedge Q$ e $Q \wedge P$ possuem os mesmos valores-verdade.



P	Q	$P \wedge Q$	$Q \wedge P$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

$$P \wedge Q \leftrightarrow Q \wedge P$$



Regras de Equivalência

- As proposições $\sim(P \wedge Q)$ e $\sim P \vee \sim Q$ possuem os mesmos valores-verdade.

DE MORGAN

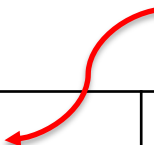
P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$(\sim P \vee \sim Q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

$$\sim(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$$



Regras de Equivalência

- As proposições $P \rightarrow Q$ e $\sim Q \rightarrow \sim P$ possuem os mesmos valores-verdade.



TRANSPOSIÇÃO

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \rightarrow Q$	$\sim Q \rightarrow \sim P$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

$$P \rightarrow Q \leftrightarrow \sim Q \rightarrow \sim P$$



Regras de Equivalência

Comutativa	$P \wedge Q \leftrightarrow Q \wedge P$	$P \vee Q \leftrightarrow Q \vee P$
Associativa	$(P \wedge Q) \wedge R \leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$	$(P \vee Q) \vee R \leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$
Distributiva	$P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	$P \vee (Q \wedge R) \leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
Dupla Negação	$\sim(\sim P) \leftrightarrow P$	
Idempotência	$(P \wedge P) \leftrightarrow P$	$(P \vee P) \leftrightarrow P$
De Morgan	$\sim(P \wedge Q) \leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$	$\sim(P \vee Q) \leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$
Limite Universal	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim Q \rightarrow \sim P)$	
Absorção	$P \vee (P \wedge Q) \leftrightarrow P$	$P \wedge (P \vee Q) \leftrightarrow P$
Transposição	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim Q \rightarrow \sim P)$	
Implicação Material	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\sim P \vee Q)$	
Exportação	$((P \wedge Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$	



Regras de Equivalência

P	Q	R	$P \vee Q$	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \vee Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

$$(P \vee Q) \rightarrow R \leftrightarrow (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R)$$

