

1. Formalize o seguinte argumento e use tabela verdade para mostrar a sua validade:

- a) Se o dia não estiver ensolarado eu vou fazer compras. O dia está ensolarado, dessa forma, não fui fazer compras

A: O dia está ensolarado

B: Eu vou fazer compras

Formalização: $\neg A \rightarrow B, A \vdash \neg B$

A	B	$\neg A$	$\neg A \rightarrow B$	$\neg B$
V	V	F	V	F
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

Argumento não é válido

2. Provar usando dedução natural:

- a) $Q \rightarrow R \vdash P \vee Q \rightarrow P \vee R$

1. $Q \rightarrow R$ Premissa
2. | $P \vee Q$ Hipótese - Introdução \rightarrow
3. || P Hipótese - Introdução \rightarrow
4. || $P \vee R$ 3, Introdução \vee
5. | $P \rightarrow P \vee R$ 3-4 Introdução \rightarrow
6. || Q Hipótese - Introdução \rightarrow
7. || R 6,1, Eliminação \rightarrow
8. || $P \vee R$ 7, Introdução \vee
9. | $Q \rightarrow P \vee R$ 6-8 Introdução \rightarrow
10. | $P \vee R$ 2, 5, 9, Eliminação \vee
11. $P \vee Q \rightarrow P \vee R$ 2-10, Introdução \rightarrow

b) $P \leftrightarrow \neg Q \vdash (R \wedge S) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. $P \leftrightarrow \neg Q$ | Premissa |
| 2. $ R \wedge S$ | Hipótese - Introdução \rightarrow |
| 3. $ P \wedge Q$ | Hipótese - Introdução \neg |
| 4. $ P \rightarrow \neg Q$ | 1, Eliminação \leftrightarrow |
| 5. $ P$ | 3, Eliminação \wedge |
| 6. $ \neg Q$ | 5,4, Eliminação \rightarrow |
| 7. $ Q$ | 3, Eliminação \wedge |
| 8. $ \perp$ | 7,6 Introdução \perp |
| 9. $ \neg(P \wedge Q)$ | 3-8, Introdução \neg |
| 10. $(R \wedge S) \rightarrow \neg(P \wedge Q)$ | 2 - 9, Introdução \rightarrow |

3. Explicitar as regras que foram usadas na seguinte prova de dedução natural:

a) $\neg R \rightarrow \neg Q, P \rightarrow S \vdash P \wedge Q \rightarrow R \wedge S$

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1 $\neg R \rightarrow \neg Q$ | Premissa |
| 2 $P \rightarrow S$ | Premissa |
| 3 $ P \wedge Q$ | Hipótese - Introdução \rightarrow |
| 4 $ \neg R$ | Hipótese - Introdução \neg |
| 5 $ \neg Q$ | 4,1, Eliminação \rightarrow |
| 6 $ Q$ | 3, Eliminação \wedge |
| 7 $ \perp$ | 6,5 Introdução \perp |
| 8 $ \neg \neg R$ | 4-7, Introdução \neg |
| 9 $ R$ | 8, Eliminação $\neg \neg$ |
| 10 $ P$ | 3, Eliminação \wedge |
| 11 $ S$ | 10,2 Eliminação \rightarrow |
| 12 $ R \wedge S$ | 9,11, Introdução \wedge |
| 13 $P \wedge Q \rightarrow R \wedge S$ | 3-12, Introdução \rightarrow |

4. Provar usando árvore de refutação

$$B \vee A, A \leftrightarrow B \vdash A \wedge B$$

1	$B \vee A$		Premissa
2	$A \leftrightarrow B$		Premissa
3	$\neg (A \wedge B)$		Hipótese
4	B	A	1, \vee
5	$A \rightarrow \neg A$	$A \rightarrow \neg A$	2, \leftrightarrow
6	$B \rightarrow \neg B$	$B \rightarrow \neg B$	2, \leftrightarrow
	$\times_{4,5}$	$\times_{4,5}$	
7	$\neg A \rightarrow \neg B$	$\neg A \rightarrow \neg B$	3, $\neg \wedge$
	$\times_{5,7} \times_{6,7}$	$\times_{5,7} \times_{6,7}$	

5. Mostrar usando regras de equivalência que

$$\neg(P \rightarrow Q) \vee Q \leftrightarrow P \vee Q$$

$\neg(P \rightarrow Q) \vee Q$	\leftrightarrow (implicação)
$(P \wedge \neg Q) \vee Q$	\leftrightarrow (distributiva)
$(P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee Q)$	\leftrightarrow (complemento)
$(P \vee Q) \wedge V$	\leftrightarrow (elemento neutro)
$P \vee Q$	