

Lógica Proposicional

Teoremas

Disciplina: Lógica para Computação

Prof^a. Larissa A. de Freitas

larissa@inf.ufpel.edu.br

Teoremas

- Algumas FBF são prováveis sem quaisquer suposições não-hipotéticas.
- São os teoremas ou leis do cálculo proposicional.
- Para indicar que uma FBF é teorema, escrevemos o símbolo ' \vdash ' diante da FBF.



Teoremas

- A prova de um teorema se inicia com uma ou mais hipóteses que serão descartadas por PC ou RAA.



Exercícios

- **Prove os teoremas:**

A. $\vdash \sim(P \wedge \sim P)$

B. $\vdash P \rightarrow (P \vee Q)$

C. $\vdash P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$

D. $\vdash P \leftrightarrow \sim\sim P$

E. $\vdash P \vee \sim P$



Exercícios

A. $\vdash \sim(P \wedge \sim P)$

1. $\{ P \wedge \sim P \} \vdash (RAA)$

2. $\sim(P \wedge \sim P) \vdash \neg 1RAA$

\perp

$P \wedge \sim P$



Exercícios

B. $\vdash P \rightarrow (P \vee Q)$

1. $\left| \begin{array}{l} P \quad H(PC) \\ P \vee Q \quad \perp IV \end{array} \right.$

3. $P \rightarrow (P \vee Q) \perp -2 PC$



Exercícios

C. $\vdash P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$

1. P $H(PC)$
 2. $P \rightarrow Q$ $H(PC)$
 3. Q $1,2 MP$
 4. $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$ $2-3 PC$
 5. $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$ $1-4 PC$



Exercícios

D. $\vdash P \leftrightarrow \neg\neg P$

$$\begin{array}{l}
 P \rightarrow \neg\neg P \quad * \\
 \neg\neg P \rightarrow P \quad * \\
 \hline
 P \leftrightarrow \neg\neg P
 \end{array}$$

1. P
2. $\neg P$
3. $P \wedge \neg P$
4. $\neg\neg P$
5. $P \rightarrow \neg\neg P$
6. $\neg\neg P$
7. P
8. $\neg\neg P \rightarrow P$
9. $P \leftrightarrow \neg\neg P$

$H(PC)$

$H(RAA)$

$1-2 \text{ I } \wedge$

$2-3 \text{ RAA}$

$1-4 \text{ PC}$

$H(PC)$

$6 \text{ E } \neg$



Exercícios

E. $\vdash \textcircled{P \vee \sim P}$

$(P \vee \sim P)$
 \wedge
 $\sim(P \vee \sim P)$

1.	$\sim(P \vee \sim P)$	$H(RAA)$
2.	P	$H(RAA)$
3.	$P \vee \sim P$	2 Iv
4.	\perp	1,3 IA
5.	$\sim P$	2-4 RAA
6.	$P \vee \sim P$	5 Iv
7.	\perp	1,6 IA
8.	$\sim \sim(P \vee \sim P)$	1-7 RAA
9.	$P \vee \sim P$	8 EN



Teoremas

- Podemos introduzir um teorema ou quaisquer de suas instâncias substitutivas como uma premissa adicional em qualquer linha de prova.
- A regra derivada que nos permite fazer isso chama-se introdução de teorema (IT).



Exercícios

- Prove o teorema: $\vdash (P \vee Q) \vee (\sim P \vee \sim Q)$

1. $P \vee \sim P$ ITE

2. $P \rightarrow (P \vee Q)$ ITB

3. $\sim P \rightarrow (\sim P \vee \sim Q)$ ITB

4.
$$\begin{array}{c} (P \vee Q) \\ \vee \\ (\sim P \vee \sim Q) \end{array}$$
 1,2,3 (DC)

