

**Universidade Federal de Pelotas**  
**Cursos de Ciência e Engenharia de Computação**  
**Disciplina: Sistemas Discretos**

**Lista de Exercícios – Relações e Propriedades das Endorrelações**

1. Seja  $R$  a relação dos números  $\mathbb{N}^*$  definida pela sentença aberta  $2x + y = 10$ , isto é, seja  $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \mid 2x + y = 10\}$
- Determine o domínio, contradomínio, domínio de definição\* e a imagem de  $R$ .
  - Determine  $R^{-1}$  e o domínio, contradomínio, domínio de definição\* e imagem de  $R^{-1}$ .

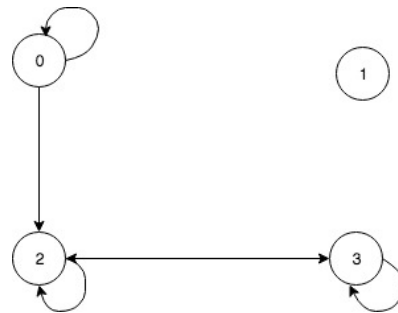
\* Domínio de definição: conjunto de todos os elementos do domínio (conjunto origem) para os quais a relação está definida.

2. Enumere os elementos das relações em  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  abaixo, representadas por grafos. Que propriedades estas relações apresentam (neste exercício uma aresta com duas direções está representando duas arestas, uma para cada direção)?

a)  $R_1$ :



b)  $R_2$ :



3. Exemplifique cada um dos casos abaixo:
- Relação que não é simétrica nem anti-simétrica.
  - Relação que é simultaneamente simétrica e anti-simétrica.

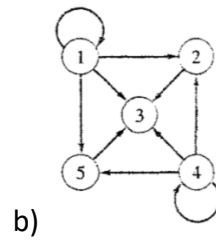
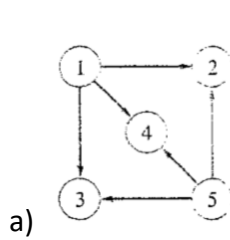
4. Seja  $A = \{a, b, c, d\}$ . Defina endorrelações em  $A$  tais que:

- $R_1$ : só tem a propriedade reflexiva;
- $R_2$ : só tem a propriedade simétrica;
- $R_3$ : só tem a propriedade transitiva;
- $R_4$ : só tem a propriedade antissimétrica;
- $R_5$ : reflexiva e transitiva, mas não simétrica;
- $R_6$ : reflexiva e simétrica, mas não transitiva;
- $R_7$ : simétrica e transitiva, mas não reflexiva.

5. Determinar quais das seguintes relações em  $A = \{1, 2, 3\}$  são reflexivas:

- $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
- $R_2 = \{(1, 2), (3, 2), (2, 2), (2, 3)\}$
- $R_3 = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$
- $R_4 = \{(1, 2)\}$
- $R_5 = A \times A$

6. Determinar quais das seguintes relações em  $A = \{1,2,3\}$  são simétricas:
- a)  $R_1 = \{(1,1),(2,1),(2,2),(3,2),(2,3)\}$
  - b)  $R_2 = \{(1,1)\}$
  - c)  $R_3 = \{(1,2)\}$
  - d)  $R_4 = A \times A$
  - e)  $R_5 = \{(1,1),(3,2),(2,3)\}$
7. Determinar quais das seguintes relações em  $A = \{1,2,3\}$  são anti-simétricas:
- a)  $R_1 = \{(1,1),(2,1),(2,2),(3,2),(2,3)\}$
  - b)  $R_2 = \{(3,3)\}$
  - c)  $R_3 = \{(1,2)\}$
  - d)  $R_4 = \{(1,1),(2,3),(3,2)\}$
  - e)  $R_5 = A \times A$
8. Determinar quais das seguintes relações em  $A = \{1,2,3\}$  são transitivas:
- a)  $R_1 = \{(1,2),(2,3),(1,3),(2,1),(1,1)\}$
  - b)  $R_2 = \{(1,2),(2,2)\}$
  - c)  $R_3 = \{(1,2)\}$
  - d)  $R_4 = \{(1,1)\}$
  - e)  $R_5 = A \times A$
9. Determinar quais das seguintes relações em  $A = \{1,2,3,4\}$  são reflexivas, simétricas, anti-simétricas ou transitivas:
- a)  $R_1 = \{(1,1),(1,2)\}$
  - b)  $R_2 = \{(1,3),(2,4)\}$
  - c)  $R_3 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$
  - d)  $R_4 = A \times A$
  - e)  $R_5 = \{(1,1),(2,3),(4,1)\}$
10. Seja  $A = \{1,2,3,4\}$ . Determine se a relação é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, anti-simétrica ou transitiva.
- a)  $R = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$
  - b)  $R = \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)\}$
  - c)  $R = \{(1,3),(1,1),(3,1),(1,2),(3,3),(4,4)\}$
  - d)  $R = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$
  - e)  $R = \{\}$
  - f)  $R = A \times A$
  - g)  $R = \{(1,2),(1,3),(3,1),(1,1),(3,3),(3,2),(1,4),(4,2),(3,4)\}$
11. Seja  $A = \{1,2,3,4,5\}$ . Determine se a relação é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, anti-simétrica ou transitiva.



12. Seja  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Determine se a relação é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, anti-simétrica ou transitiva.

a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

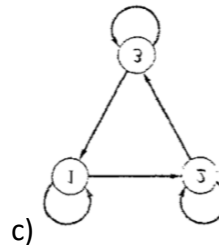
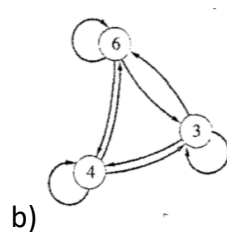
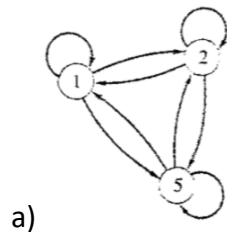
e)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

f)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

13. Determine se a relação dos grafos é uma relação reflexiva, simétrica e transitiva.



14. Sejam  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$  e  $C = \{x, y, z\}$ . Seja  $R$  uma relação de  $A$  para  $B$  e  $S$  uma relação de  $B$  para  $C$ , onde  $R = \{(1, a), (1, c), (2, a), (3, b)\}$  e  $S = \{(a, x), (a, y), (a, z), (c, x)\}$ . Encontre a relação composta  $S \circ R$  de  $A$  para  $C$ .

15. Sendo  $A = \{p, q, r, s\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R: A \rightarrow B = \{(p, a), (p, b), (q, b), (r, a), (s, a)\}$  e  $S: B \rightarrow C = \{(a, 1), (a, 2), (b, 4)\}$  determinar a inversa de  $S \circ R$  ou seja  $(S \circ R)^{-1}$ .