

# Lógica Proposicional

Disciplina: Lógica para Computação

Prof<sup>as</sup>. Larissa de Freitas, André Du Bois e Renata Reiser

{larissa, dubois, reiser}@inf.ufpel.edu.br



# Regras Derivadas

- Toda **instância** de um **argumento válido** é uma **forma válida**.
- Uma **instância substitutiva** de uma wff ou uma forma de argumento é o resultado de substituir suas letras sentencias por wffs, sendo que cada ocorrência de uma mesma letra sentencial é substituída pela mesma wff.
- Ao **provar a validade** de uma **forma**, **provamos a validade** de todas as suas **instâncias substitutiva**.



# Regras Derivadas

- De **premissas** de qualquer **instância substitutiva** da forma, podemos inferir, **validamente**, a **conclusão** da **instância substitutiva**.
- As regras de inferência que são obtidas dessa maneira, de formas anteriormente provadas, chamam-se **regras derivadas**.



# Comparando s/ e c/ Regras Derivadas

$G \vee N \rightarrow \sim C \vdash \sim\sim C \rightarrow \sim(G \vee N)$

1.	$G \vee N \rightarrow \sim C$	Premissa
2.	$\sim\sim C$	H (PC)
3.	$G \vee N$	H (RAA)
4.	$\sim C$	1,3 MP
5.	$\sim C \wedge \sim\sim C$	2,4 I $\wedge$
6.	$\sim(G \vee N)$	3-5 (RAA)
7.	$\sim\sim C \rightarrow \sim(G \vee N)$	2-6 (PC)

1.	$G \vee N \rightarrow \sim C$	Premissa
2.	$\sim\sim C$	H (PC)
3.	$\sim(G \vee N)$	1,2 MT
4.	$\sim\sim C \rightarrow \sim(G \vee N)$	2-3 PC

- Apresentamos formas diferentes de provas
  - Usando regras de introdução/eliminação (básicas)
  - Usando regras derivadas
- Na sequência vamos apresentar algumas regras derivadas



# Regras Derivadas: Absorção (ABS)

## 1. $P \rightarrow Q, (P \wedge Q) \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$

1.  $P \rightarrow Q$                       P
2.  $(P \wedge Q) \rightarrow R$             P
3.  $\sim R$                               P
4.  $P \rightarrow (P \wedge Q)$     **1 ABS**
5.  $P \rightarrow R$                         2,4 SH
6.  $\sim P$                               3,5 MT

$$\begin{array}{c}
 P \rightarrow Q \\
 \hline
 P \rightarrow (P \wedge Q)
 \end{array}$$



# Silogismo Hipotético (SH)

## 1. $P \rightarrow Q, (P \wedge Q) \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$

1.  $P \rightarrow Q$                       P
2.  $(P \wedge Q) \rightarrow R$             P
3.  $\sim R$                               P
4.  $P \rightarrow (P \wedge Q)$             1 ABS
5.  $P \rightarrow R$                         2,4 SH
6.  $\sim P$                               3,5 MT

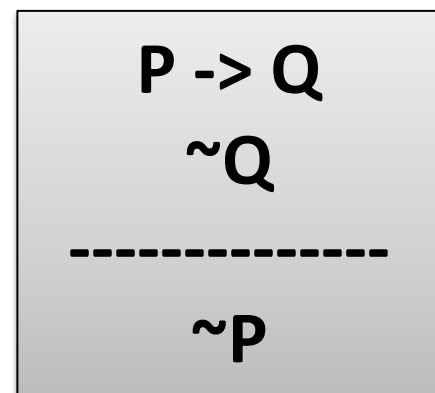
$P \rightarrow Q$
$Q \rightarrow R$
-----
$P \rightarrow R$



# Modus Tollens (MT)

1.  $P \rightarrow Q, (P \wedge Q) \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$

1.  $P \rightarrow Q$                       P
2.  $(P \wedge Q) \rightarrow R$             P
3.  $\sim R$                               P
4.  $P \rightarrow (P \wedge Q)$             1 ABS
5.  $P \rightarrow R$                         2,4 SH
6.  $\sim P$                               3,5 MT



## Dilema Construtivo (DC)

2.  $\sim P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim P \vee R, \sim Q \vdash S$

- |                           |          |
|---------------------------|----------|
| 1. $\sim P \rightarrow Q$ | P        |
| 2. $R \rightarrow S$      | P        |
| 3. $\sim P \vee R$        | P        |
| 4. $\sim Q$               | P        |
| 5. $Q \vee S$             | 1,2,3 DC |
| 6. $S$                    | 4,5 SD   |



$P \rightarrow Q$   
 $R \rightarrow S$   
 $P \vee R$   
-----  
 $Q \vee S$



# Silogismo Disjuntivo (SD)

2.  $\sim P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim P \vee R, \sim Q \vdash S$

- |                           |          |
|---------------------------|----------|
| 1. $\sim P \rightarrow Q$ | P        |
| 2. $R \rightarrow S$      | P        |
| 3. $\sim P \vee R$        | P        |
| 4. $\sim Q$               | P        |
| 5. $Q \vee S$             | 1,2,3 DC |
| 6. S                      | 4,5 SD   |

$P \vee Q$	ou	$P \vee Q$
$\sim P$		$\sim Q$
-----		-----
Q		P



# Repetição (RE)

## 3. $P \vdash Q \rightarrow P$

1.  $P$

2.  $|Q$

3.  $|P$

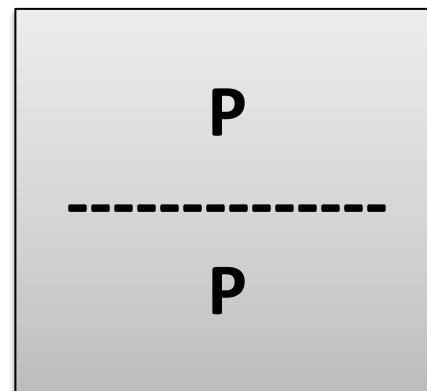
4.  $Q \rightarrow P$

$P$

H (PC)

1 RE

2-3 PC



# Contradição (CONTRAD)

## 4. $P \rightarrow \sim P \vdash \sim P$

1.  $P \rightarrow \sim P$

2. |  $P$

3. |  $\sim P$

4. |  $P \wedge \sim P$

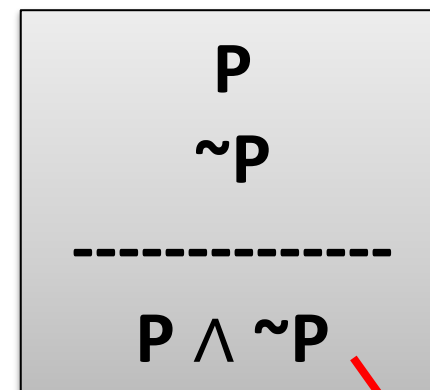
5.  $\sim P$

H (RAA)

1, 2 MP

2, 3 CONTRAD

2-4 RAA



⊥



## Dilema Destrutivo (DD)

5.  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, \sim Q \vee \sim S, \sim\sim R \vdash \sim P$

- |                         |          |
|-------------------------|----------|
| 1. $P \rightarrow Q$    | P        |
| 2. $R \rightarrow S$    | P        |
| 3. $\sim Q \vee \sim S$ | P        |
| 4. $\sim\sim R$         | P        |
| 5. $\sim P \vee \sim R$ | 1,2,3 DD |
| 6. $\sim P$             | 4,5 SD   |

$P \rightarrow Q$
$R \rightarrow S$
$\sim Q \vee \sim S$
-----
$\sim P \vee \sim R$

# Exercícios

- **Utilizando as regras básicas e derivadas, prove a validade das seguintes formas de argumentos:**

- 1)  $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow R \vdash P \leftrightarrow R$
- 2) \*  $P \leftrightarrow Q \vdash \sim P \leftrightarrow \sim Q$
- 3) \*  $\sim P \vee Q \vdash \sim(P \wedge \sim Q)$
- 4)  $P \rightarrow Q, P \rightarrow \sim Q \vdash \sim P$
- 5) \*  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \wedge R)$
- 6)  $P \rightarrow Q \vdash (P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)$
- 7) \*  $P \rightarrow Q \vdash (P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)$
- 8) \*  $\sim P \rightarrow P \vdash P$
- 9)  $\sim P \vdash P \rightarrow Q$
- 10)  $P \wedge Q \vdash P \rightarrow Q$



# Lógica Proposicional

Não esqueçam de responder a auto-avaliação!

Consultem a bibliografia da disciplina!

Busquem ajuda nas aulas de monitoria!

**Resolvam os exercícios!**

