

Soluções

1. Prove as seguintes formas de argumento utilizando as regras básicas ou derivadas:

a. $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \vdash p \leftrightarrow r$

1.	$p \leftrightarrow q$	P
2.	$q \leftrightarrow r$	P
3.	$p \rightarrow q$	1 $\leftrightarrow e$
4.	$q \rightarrow r$	2 $\leftrightarrow e$
5.	$p \rightarrow r$	3,4 SH
6.	$r \rightarrow q$	2 $\leftrightarrow e$
7.	$q \rightarrow p$	1 $\leftrightarrow e$
8.	$r \rightarrow p$	6,7 SH
9.	$p \leftrightarrow r$	5,8 $\leftrightarrow i$

b. $p \leftrightarrow q \vdash \sim p \leftrightarrow \sim q$

1.	$p \leftrightarrow q$	P
2.	$p \rightarrow q$	1 $\leftrightarrow e$
3.	$q \rightarrow p$	1 $\leftrightarrow e$
4.	$\sim q \rightarrow \sim p$	2 TRA
5.	$\sim p \rightarrow \sim q$	3 TRA
6.	$\sim p \leftrightarrow \sim q$	4,5 $\leftrightarrow i$

c. $\sim p \vee q \vdash \sim(p \wedge \sim q)$

1.	$\sim p \vee q$	P
2.	$\sim p \vee \sim \sim q$	1 DN
3.	$\sim(p \wedge \sim q)$	2 DM

d. $p \rightarrow q, p \rightarrow \sim q \vdash \sim p$

1.	$p \rightarrow q$	P
2.	$p \rightarrow \sim q$	P
3.	p	H (RAA)
4.	$\sim q$	2,3 MP
5.	$\sim p$	1,4 MT
6.	\perp	3,5 $\sim e$
7.	$\sim p$	3-6 RAA

e. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$

1.	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	P
2.	$(\sim p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)$	1 IM
3.	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$	2 IM
4.	$\sim p \vee (q \wedge r)$	3 DIS
5.	$p \rightarrow (q \wedge r)$	4 IM

f. $p \rightarrow q \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)$

1.	$p \rightarrow q$	P
2.	$p \wedge r$	H (PC)
3.	p	2 $\wedge e$
4.	r	2 $\wedge e$
5.	q	1,3 $\rightarrow e$

- | | | |
|----|---|----------------|
| 6. | $q \wedge r$ | 4,5 $\wedge i$ |
| 7. | $(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)$ | 2-6 PC |

g. $p \rightarrow q \vdash (p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$

- | | | |
|-----|-------------------------------------|--------------|
| 1. | $p \rightarrow q$ | P |
| 2. | $p \vee r$ | H (PC) |
| 3. | $\sim(q \vee r)$ | H (RAA) |
| 4. | $\sim q \wedge \sim r$ | 3 DM |
| 5. | $\sim q$ | 4 $\wedge e$ |
| 6. | $\sim r$ | 4 $\wedge e$ |
| 7. | p | 2,6 SD |
| 8. | q | 1,7 MP |
| 9. | \perp | 5,8 $\sim e$ |
| 10. | $q \vee r$ | 3-9 RAA |
| 11. | $(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$ | 2-10 PC |

h. $\sim p \rightarrow p \vdash p$

- | | | |
|----|------------------------|-------|
| 1. | $\sim p \rightarrow p$ | P |
| 2. | $\sim \sim p \vee p$ | 1 IM |
| 3. | $p \vee p$ | 2 DN |
| 4. | p | 3 TAU |

i. $\sim p \vdash p \rightarrow q$

- | | | |
|----|-------------------|-----------------|
| 1. | $\sim p$ | P |
| 2. | p | H (PC) |
| 3. | $\sim q$ | H (RAA) |
| 4. | \perp | 1,2 $\sim e$ |
| 5. | $\sim \sim q$ | 3,4 RAA |
| 6. | q | 5 $\sim \sim e$ |
| 7. | $p \rightarrow q$ | 2-6 PC |

j. $p \wedge q \vdash p \rightarrow q$

- | | | |
|----|-------------------|--------------|
| 1. | $p \wedge q$ | P |
| 2. | p | H |
| 3. | q | 1 $\wedge e$ |
| 4. | $p \rightarrow q$ | 2-3 PC |