

Introdução à Ciência da Computação  
Introdução à Engenharia de Computação



# Sistemas de Numeração

---

Profa. Ana Marilza Pernas Fleishmann

Profa. Lisane Brisolara de Brisolara

Prof. Giovani Farias

Prof. Rafael Iankowski Soares

Universidade Federal de Pelotas



# Representação das Informações

---

- Toda informação introduzida em um computador precisa ser entendida pela máquina, para que possa corretamente interpretá-la e processá-la
  - Informações são apresentadas como caracteres:
    - Caracteres alfabéticos
    - Caracteres numéricos
    - Sinais de pontuação
  - Outras informações: imagens, sons, desenhos ...



# Representação das Informações

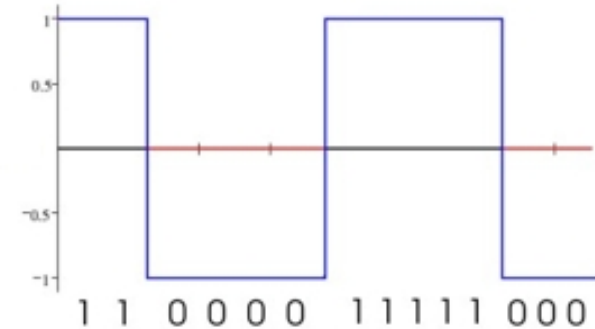
---

- Computador

- Equipamento eletrônico que armazena e movimenta as informações internamente de forma eletrônica, esta pode ser um valor de **tensão ou corrente**
- Para representar eletricamente todos os símbolos utilizados na linguagem humana seriam necessários 100 valores diferentes de tensão (ou corrente)
  - Dificilmente seria construída

# Representação das Informações

- Os computadores DIGITAIS
  - Trabalham com valores **discretos**
  - São totalmente **binários**



- Toda informação introduzida no computador é convertida para **forma binária**, através do emprego de um código qualquer de armazenamento



# Os Números

---

- A transmissão de informações se baseou nas linguagens (forma de comunicação entre pessoas)
- Linguagens são formadas de palavras
- Os **Números** são um tipo especial de **palavras** usados para representar quantidades

# Sistemas Numéricos: Tipos

- Sistema numérico não-posicional
  - Os símbolos tinham um valor intrínseco, independente da posição que ocupavam na representação.
  - Um grande problema desse sistema é a dificuldade de realizar operações com essa representação.

Símbolo Egípcio	Descrição do símbolo	O número na nossa notação
	bastão	1
∩	calcanhar	10
9	rolo de corda	100
⌒	flor de lótus	1000
☞	dedo a apontar	10000
🐟	peixe	100000
👤	homem	1000000



# Sistemas Numéricos: Tipos

---

- Sistemas de numeração posicionais
  - A posição dos algarismos no número passou a alterar seu valor.
  - Exemplos: sistema decimal
    - 9 – unidades
    - 90 – unidades
    - 900 – unidades



# Algarismos

---

- Os algarismos foram criados para permitir a representação dos números
- **Sistema Posicional**
  - Poucos algarismos diferentes
  - Mas com valor diferente dependendo da posição em que se encontra





# Sistema Posicional

---

- Ex: Sistema Decimal
- Algarismos de 0 a 9, que podem ser usados para formar diferentes números
- Valor que cada algarismo representa , depende de sua posição no arranjo

0   1   2   3   4   5   6   7   8   9

O Algarismo 1 como algarismo único, representa 1 unidade, valor um



# Sistema Posicional

- Ex: Sistema Decimal
- Algarismos de 0 a 9 , que podem ser usados para formar diferentes números
- Valor que cada algarismo representa , depende de sua posição no arranjo

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

	10	20							
--	----	----	--	--	--	--	--	--	--

11	21								
----	----	--	--	--	--	--	--	--	--

...	...								
-----	-----	--	--	--	--	--	--	--	--

19	29								
----	----	--	--	--	--	--	--	--	--

10: 1 seguido de zero, representa valor dez



# Sistema Decimal

---

- Sistema numérico ao qual estamos acostumados
- Números podem ser representados com os dedos (dedo = dígito).
  - Possivelmente venha daí o sistema numérico decimal (dez dedos).

Assim, desde o princípio nosso entendimento de quantidades sempre foi **digital** ("digitus" = dedos)



# Sistema Decimal

- É um sistema numérico **posicional**:
  - significa que a posição ocupada por cada algarismo em um número altera seu valor de **uma potência de 10** (na base 10) para cada casa à esquerda.

$$1\ 9\ 9\ 9 = 1 \times 1000 + 9 \times 100 + 9 \times 10 + 9 \times 1$$

Mesma dedução usando potência de 10

$$1\ 9\ 9\ 9 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$



# Sistema Posicional: formalização

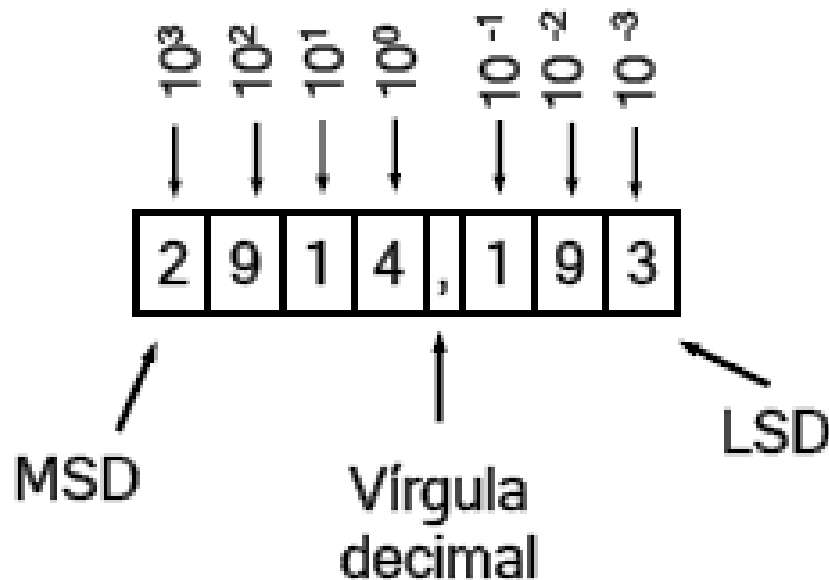
- Generalização: num sistema numérico posicional de base  $B$ , um número  $a$  tem seu valor dado pela equação:

$$a = \sum_{i=-m}^{n-1} (x_i \cdot B^i)$$

Iterativamente, multiplicar algarismo  $x_i$  pela base elevada a posição do algarismo dada por  $i$ . Por fim, estes produtos são somados. O  $i$  varia de  $-m$  a  $n-1$  (ou de 0 até  $n-1$  quando o número for inteiro)

- $B \rightarrow$  representa a base do sistema de numeração
- $a \rightarrow$  representa o número
- $x_i \rightarrow$  representam os algarismos
- $n \rightarrow$  representa o número de posições utilizadas
- $-m$ : para posições a direita da virgula

# Números Fracionários



**MSD:** *Most significant bit*  
Ou Bit mais significativo (mais a esquerda)

**LSD:** *Less significant bit*  
Ou Bit menos significativo (mais a direita)

Ilustração do número decimal: 2914,193 (indicando dos bits MSD e LSD, a virgula como separador da parte inteira e decimal e os pesos de cada algarismo usando potências de base 10)

$$\text{Num} = 2 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$



# Base de um Sistema de Numeração

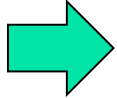
---

- A **base** de um sistema é a quantidade de algarismos diferentes disponível na representação
  - Base 10 (sistema decimal)
  - Base 2 (sistema binário)
  - Base 16 (hexadecimal)
  - Base 8 (octal)



# Sistema Binário

- Usado nos computadores modernos
- Todas as informações armazenadas ou processadas no computador usam apenas **DUAS** grandezas, representadas pelos algarismos **0** e **1**.

Representação binária  Representação decimal

$$1\ 1\ 0_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 = 6_{10}$$

**bit** (do inglês ***binary digit***): menor unidade de informação



# Sistema Binário

Diagram illustrating the conversion of the binary number 11010 to decimal using the sum of products method.

The binary digits are 1, 1, 0, 1, 0, with positions 4, 3, 2, 1, 0 indicated above them. A blue arrow points to the position labels with the word "posição".

The base is 2.

The calculation is shown as:

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 26_{10}$$

Legenda: Esquema que ilustra conversão de binário para decimal pelo método de somatório de produtos (descrição dos passos no próximo slide)



# Conversão de binário para decimal

---

## **Somatório de produtos:**

- **Valor do bit deve ser multiplicado por 2 elevado a posição do bit (começando do zero), por fim somar os produtos parciais para obter valor decimal**
- Pegar bit mais a direita e multiplicar seu valor por 1 (2 elevado a 0)
- Pegar o segundo bit mais a esquerda de multiplicar por 2 (2 elevado a 1)
- Pegar o terceiro bit da esquerda para direita e multiplicar por 4 (2 elevado a 2)
- E assim até que não haver mais bits a serem tratados



# Conversão de binário para decimal

## Método dos Pesos

- **pesos são potências de 2 no binário (base 2)**
- Bit mais a esquerda tem peso 1 (2 elevado a 0)
- Já o segundo bit da esquerda para direita tem peso 2 (2 elevado a 1)
- E assim sucessivamente...
- Pegar apenas bits em 1 e somar seus pesos correspondentes
- Exemplo:  $1\ 1\ 0\ 1\ 0_2$

Somando os pesos:  $2+8+16 = 26$  em decimal



# Sistema Binário

DECIMAL	BINÁRIO
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

Tabela mostrando valor decimal (de 0 a 9) e seu correspondente em binário



# Sistema Binário

---

$$1\ 5\ 2\ 1\ 3_{10} = 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1_2$$

- **Representações com muitos bits**
- Longo e de difícil manipulação por humanos
- Para facilitar a visualização e manipulação por programadores, são usualmente adotadas as representações **octal** (base 8) e principalmente **hexadecimal** (base 16)



# Sistema Hexadecimal

- 16 algarismos diferentes
  - Números (0..9) e as letras A, B, C, D, E e F
- Conversão de Hexa para decimal por somatório de produtos:

<sup>2</sup> <sup>1</sup> <sup>0</sup>  
**1 A 6**<sub>16</sub>

Ou **1 A 6** H

$$= 1 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 6 \times 16^0 = 422_{10}$$

Exemplo de aplicação do método de somas sucessivas para conversão de hexadecimal para decimal (descrito passo a passo no próximo slide)



# Hexa para decimal

---

- Cada algarismo em Hexa terá seu valor multiplicado por potências de base 16
- Pegar algarismo mais a direita e multiplicar seu valor por 1 (16 elevado a 0)
- Pegar o segundo algarismo e multiplicar por 16 (16 elevado a 1)
- ...
- E assim até que não haver mais algarismos a serem tratados
- Pela regra dos pesos, os pesos seriam 1, 16, 256, etc



# Sistema Hexadecimal

---

- No sistema hexadecimal (base 16), cada 4 bits (algarismos em binário) são representados por apenas 1 algarismo hexadecimal (de 0 a F).
- Menor algarismo
  - $0\ 0\ 0\ 0_2 = 0_{16}$
- Maior algarismo é F
  - $1\ 1\ 1\ 1_2 = F_{16}$





# Sistema Octal

---

- Utiliza 8 algarismos (0-7) → Base 8
- Maior algarismo é o 7.

No sistema octal, cada **3** bits (algarismos do binário) são representados por apenas **1** algarismo octal.

$$\mathbf{7}_8 = \mathbf{1\ 1\ 1}_2$$

Valor 7 do sistema decimal equivale a 1 1 1 em binário



# Octal para decimal

---

- Cada algarismo em **Octal** terá seu valor multiplicado por potências de **base 8**
- Pegar algarismo mais a direita e multiplicar seu valor por 1 (8 elevado a 0)
- Pegar o segundo algarismo e multiplicar por 16 (8 elevado a 1)
- ...
- E assim até que não haver mais algarismos a serem tratados
  
- Pela regra dos pesos, os pesos seriam 1, 8, 64, etc



# Octal para decimal

Exemplo com o método de somatório de produtos:

$$\overset{2}{7} \overset{1}{1} \overset{0}{3}_8 = 7 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 459_{10}$$

3 é o algarismo mais a direita, então deve ser multiplicado por 1 (8 elevado a 0, sendo 0 a posição do algarismo)

1 deve ser multiplicado por 8 (8 elevado a 1)

7 deve ser multiplicado por 64 (8 elevado a 2)



# Números em diferentes bases

Tabela com os números de 0 a 15 em base 10, base 2, base 8 e base 16

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F



# Números em diferentes bases

---

- Números de 0 a 7 são iguais nas bases 10, 8 e 16.
- Números de 0 a 9 são iguais na base 10 e base 16.



# Exercícios

---

- Como seria a representação **em decimal** dos números abaixo
- $10001_2$
- $1A_{16}$
- $20_8$



# Conversão de bases

---

- Próximo tópico...
- Mais sobre conversão de bases
  - Decimal para outras bases
  - Entre as bases binário, hexa e octal
  - De Números com parte fracionária



# Onde aprender mais ?

---

- [1] MONTEIRO, M. A. **Introdução à Organização de Computadores**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1996.
- [2] WEBER, Raul F. **Fundamentos de Arquiteturas de Computadores**. Porto Alegre: Sagra-Luzzato, 2000.
- [3] UYEMURA. **Sistemas Digitais**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.