Resolução da lista de exercícios de Sistemas Discretos

Aluna: Anna Gabriele Marques de Oliveira

Questão 1:

a) $B \cap C$ = {t}

b) $A \cup C$= {p, q, r, s, t, u}

c) $\sim C$ = {p, q, r, s, t, v}

d)$A \cap B \cap C = \emptyset$

e)$B - C$ = {r, v}

f)$\sim (A \cup B)$ = {p, q, s, t, u, v}

g)$A \times B$ = {(p,r),(q,r),(r,r),(s,r),(p,t),(q,t),(r,t),(s,t),(p,v),(q,v),(r,v),(s,v)}

h)$A \cup B \cap C$ = {p, s, t}

Questão 2:

a) $A \cup B$ = {1, 2, 4, 5, 6, 8, 9}

b) $A \cap B$ = {4, 5}

c) $A \cap C$ = {2, 4}

d) $B \cup C$ = {1, 2, 3, 4, 5, 9}

e) $A - B$ = {2, 6, 8}

f) $\sim A$ = {1, 3, 9}

g) $A \cap \sim A = \emptyset$

h) $\sim (A \cap B)$ = {1, 2, 3, 6, 8, 9}

i) $C - B$ = {2, 3}

j) $(C \cap B) \cup \sim A$ = {1, 2, 3, 4, 5, 9}

k) $\sim (B - A) \cap (A - B)$ = {2, 6, 8}

l) $\sim (\sim C - B)$ = {1, 4, 5, 9}

m) $B \times C$ = {(1,2), (4,2), (5,2), (9,2), (1,3), (4,3), (5,3), (9,3), (1,4), (4, 4), (5, 4), (9, 4)}

Questão 3:

a) $(A \cup B) \cap C = \{6\}$

b) $B - C = \{0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 5\}$

c) $(B \cap C) - A = \{3\}$

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{1,\ 3,\ 4,\ 6\}$

e) $(A \cup \emptyset) = \{1,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

f) $(B \cap \emptyset) = \emptyset$

Questão 4:

a) $A \cup B = \mathbb{R}$

b) $A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$

c) $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 7\}$

d) $B - A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$

Questão 5:

a) $B \cap C = \{\text{t}\}$

b) $A \cup C = \{\text{p, q, r, s, t, u}\}$

c) $A \cap B \cap C = \emptyset$

d) $B - C = \{\text{r, v}\}$

e) $A \times B = \{\text{(p,r),(q,r),(r,r),(s,r),(p,t),(q,t),(r,t),(s,t),(p,v),(q,v),(r,v),(s,v)}\}$

f) $A + B = \{p_A, q_A, r_A, s_A, r_B, t_B, v_B\}$

g) $B + B = \{r_B, t_B, v_B\}$

Questão 6:

a) $A \cup B = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5\}$

b) $B \cup C = \{0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$

c) $(A \cup B) \cup C = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$

d) $A \cup C = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8\}$

e) $B - D = \{0,\ 2,\ 3\}$

f) $(A \cap C) \cup C = \{0,\ 2,\ 5,\ 7,\ 9\}$

g) $A \cup D = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

Questão 7:

Para que dois conjuntos sejam iguais, por definição, todos os elementos de um devem pertencer ao outro e vice-versa.

Dessa forma, devemos provar que:

$\cdot 1)\ \exists x \in (A \cup A) \mid x \in A$

$\cdot 2)\ \exists x \in A \mid x \in (A \cup A)$

Prova 1) $\exists x \in (A \cup A) \mid x \in A$:

pela teoria básica de conjuntos temos por definição: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Mais especificamente em $A \cup A$, temos: $x \in (A \cup A) = \{x \mid x \in A \vee x \in A\}$.

Portanto: $x \in A$

Prova 2) $\exists x \in A \mid x \in (A \cup A)$:

pela teoria básica de conjuntos temos por definição: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Assim, é correto afirmar que x pertencerá a qualquer conjunto que seja composto da união do conjunto A com qualquer outro conjunto, mais especificamente $A \cup A$. Assim, temos que $\forall x \in A, x \in (A \cup A)$.

Dessa forma temos: $A \subseteq (A \cup A)$ e $(A \cup A) \subseteq A \Rightarrow A = (A \cup A)$.

Questão 8: $A \cup B = B \cup A$

Seja $x \in (A \cup B)$. Pela teoria básica de conjuntos temos por definição:

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.

Assim, pela equivalência lógica, obtemos as seguintes proposições:

P $= x \in A$

Q $= x \in B$

Dessa forma, a operação $x \in A \vee x \in B$, pode ser representada utilizando o conceito lógico de disjunção: $P \vee Q$.

Logo, pela propiedade comutativa das proposições: $P \vee Q = Q \vee P$, uma vez que, a ordem das proposições não altera o resultado.

Portanto, $Q \vee P$ é equivalente à $x \in B \vee x \in A = B \cup A$. Provando que $A \cup B = B \cup A$.

Questão 9: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Questão 10: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Pela teoria básica de conjuntos temos por definição: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.

utilizando-se da definição, temos: $(A \cap B) \cap C = \{x \mid (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C\}$.

Pela equivalência lógica, obtemos as seguintes proposições:

P $= x \in A$

Q $= x \in B$

R $= x \in C$

Dessa forma, a operação $(x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C$, pode ser representada utilizando o conceito lógico de conjunção: $(P \wedge Q) \wedge R$.

Logo, pela propiedade associativa das proposições: $(P \wedge Q) \wedge R = P \wedge (Q \wedge R)$, uma vez que, a ordem das proposições não altera o resultado.

Além disso, $P \wedge (Q \wedge R)$ é equivalente à: $x \in A \wedge (x \in B \wedge x \in C)$. Portanto, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Questão 11:
Questão 12:—–