

# LÓGICA PARA COMPUTAÇÃO



## Dedução Natural - Continuação

# Disjunção

## □ Eliminação

$$\begin{array}{l} \phi \vee \psi \\ \phi \rightarrow \chi \\ \hline \psi \rightarrow \chi \end{array} \quad E \vee$$
$$\chi$$

## □ Introdução

$$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \quad I_1 \vee$$

$$\frac{\psi}{\phi \vee \psi} \quad I_2 \vee$$



# Disjunção - Eliminação e Introdução

- Provar que o argumento é válido:

$$S \vee P, R \wedge (S \rightarrow Q), P \rightarrow Q \vdash P \vee Q$$



# Disjunção - Eliminação e Introdução

- Provar que o argumento é válido:

$$S \vee P, R \wedge (S \rightarrow Q), P \rightarrow Q \vdash \mathbf{P \vee Q}$$

- Prova:

1.  $S \vee P$  P
2.  $R \wedge (S \rightarrow Q)$  P
3.  $P \rightarrow Q$  P
4.  $S \rightarrow Q$  2  $E_{\wedge}$
5.  $Q$  1,3,4  $E_{\vee}$
6.  $P \vee Q$  5  $I_{\vee}$

$$\begin{array}{l} \phi \vee \psi \\ \phi \rightarrow \chi \\ \hline \psi \rightarrow \chi \\ \chi \end{array} E_{\vee}$$



$$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} I_1 \vee$$

$$\frac{\psi}{\phi \vee \psi} I_2 \vee$$

# Bicondicional

## □ Eliminação

$$\frac{\phi \leftrightarrow \psi}{\phi \rightarrow \psi} E_1 \leftrightarrow$$

$$\frac{\phi \leftrightarrow \psi}{\psi \rightarrow \phi} E_2 \leftrightarrow$$

## □ Introdução

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \psi \rightarrow \phi}{\phi \leftrightarrow \psi} I \leftrightarrow$$



# Bicondicional - Eliminação e Introdução

- Provar que o argumento é válido:

$$P \leftrightarrow (S \vee Q), S \vdash P$$



# Bicondicional - Eliminação e Introdução

- Provar que a forma de argumento é válido:

$$P \leftrightarrow (S \vee Q), S \vdash P$$

- Prova:

1.  $P \leftrightarrow (S \vee Q)$  P
2. S P
3.  $(S \vee Q) \rightarrow P$  1  $E_2 \leftrightarrow$
4.  $S \vee Q$  2  $I_1 \vee$
5. P 3,4 MP

$$\frac{\phi \rightarrow \psi}{\psi \rightarrow \phi} \quad I \leftrightarrow$$
$$\phi \leftrightarrow \psi$$

$$\frac{\phi \leftrightarrow \psi}{\phi \rightarrow \psi} \quad E_1 \leftrightarrow$$

$$\frac{\phi \leftrightarrow \psi}{\psi \rightarrow \phi} \quad E_2 \leftrightarrow$$



# Exercícios

- Prove que as seguintes formas de argumento são válidas:
  - $P, \sim\sim(P \rightarrow Q) \vdash Q \vee \sim Q$
  - $P, \sim\sim(P \rightarrow Q) \vdash (R \wedge S) \vee Q$
  - $(P \vee Q) \wedge (P \vee R), P \rightarrow S, Q \rightarrow S, P \rightarrow T, R \rightarrow T \vdash S \wedge T$
  - $P \vee P, P \rightarrow (Q \wedge R) \vdash R$
  - $P \rightarrow Q, (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P) \vdash P \leftrightarrow Q$
  - $P \leftrightarrow Q \vdash Q \leftrightarrow P$

