

1. Marcar quais das seguintes fórmulas NÃO são bem formadas
- (x) $\forall xP(a) \wedge \exists yP(x, y)$ (o Predicado P aparece com argumentos diferentes. O x na segunda chamada ao predicado P, não está ligado a nenhum quantificador.)
- () $C \wedge \neg \exists xP(x, a)$
- (x) $\forall x(B(x) \wedge \exists xF(x))$ (o x na chamada do predicado F pode estar ligado tanto ao existencial quanto ao Universal)
- () $P(b, a)$

2. Prove usando dedução natural que:

a) $\forall x(Q(x) \rightarrow R(x)), \exists x(S(x) \wedge \neg R(x)) \vdash \exists x(S(x) \wedge \neg Q(x))$

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. $\forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$ | Premissa |
| 2. $\exists x(S(x) \wedge \neg R(x))$ | Premissa |
| 3. $S(a) \wedge \neg R(a)$ | 2, Hipótese eliminação existencial |
| 4. $Q(a) \rightarrow R(a)$ | 1, Eliminação Universal |
| 5. $S(a)$ | 3, Eliminação do E1 |
| 6. $\neg R(a)$ | 3, Eliminação do E2 |
| 7. $\neg Q(a)$ | 4, 6, MT |
| 8. $S(a) \wedge \neg Q(a)$ | 5, 7 Introdução do E |
| 9. $\exists x(S(x) \wedge \neg Q(x))$ | 8, Introdução do Existencial |
| 10. $\exists x(S(x) \wedge \neg Q(x))$ | 2, 3-9, Eliminação do existencial |

b) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall xR(x) \vdash \forall xP(x) \rightarrow \forall x(Q(x) \wedge R(x))$

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ | Premissa |
| 2. $\forall xR(x)$ | Premissa |
| 3. $\forall xP(x)$ | Hipótese Introdução \rightarrow |
| 4. $P(a)$ | 3, Eliminação Universal |
| 5. $P(a) \rightarrow Q(a)$ | 1, Eliminação Universal |
| 6. $Q(a)$ | 4, 5, Eliminação \rightarrow |
| 7. $R(a)$ | 2, Eliminação do Universal |
| 8. $R(a) \wedge Q(a)$ | 7, 6 Introdução do E |
| 9. $\forall x(Q(x) \wedge R(x))$ | 8 Introdução do Universal |
| 10. $\forall xP(x) \rightarrow \forall x(Q(x) \wedge R(x))$ | 3-9 Introdução \rightarrow |

3. Prove usando árvores de refutação que:

$$a) \exists x \neg(F(x) \wedge G(x)) \vdash \neg \forall x(F(x) \wedge G(x))$$

- | | | |
|----|---|------------------------------|
| 1. | $\exists x \neg(F(x) \wedge G(x))$ | Premissa |
| 2. | $\neg \neg \forall x(F(x) \wedge G(x))$ | Hipótese |
| 3. | $\forall x(F(x) \wedge G(x))$ | 2, $\neg \neg$ |
| 4. | $\neg(F(a) \wedge G(a))$ | 1, \exists |
| 5. | $F(a) \wedge G(a)$ | 3, \forall |
| 6. | $F(a)$ | 5, \wedge |
| 7. | $G(a)$ | 5, \wedge |
| 8. | $\neg F(a)$ | $\neg G(a)$ 4, $\neg \wedge$ |
| | X 6,8 | X 7,8 |

4. Considerando o predicado

$A(x)$: x é azul

Podemos formalizar a frase, **nada é azul**, da seguinte forma

- () $\exists x \neg A(x)$
 () $\neg \forall x A(x)$
 (X) $\forall x \neg A(x)$
 () $\neg \exists x \neg A(x)$

5 . Considerando o predicado

Podemos formalizar a frase, **Algumas coisas são azuis e algumas não são**, da seguinte forma:

- () $\exists x (A(x) \wedge \neg A(x))$
 () $\forall x A(x) \wedge \forall x \neg A(x)$
 (X) $\exists x A(x) \wedge \exists x \neg A(x)$
 () $\forall x (A(x) \wedge \neg A(x))$