

# Resumo para a prova 1 Lógica

Aluna: Anna Gabriele Marques de Oliveira

## 1 Conectivos lógicos

### Negação

P	$\sim P$
V	F
F	V

### Conjunção

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

### Disjunção

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

### Condicional ou implicação

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

### Bicondicional ou bi-implicação

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

## 2 Regras Básicas e derivadas

### REGRAS BÁSICAS

Eliminação		Introdução	
Dupla Negação $E \sim \sim$	$\frac{\sim \sim \varphi}{\varphi}$	Dupla Negação $I \sim \sim$	$\frac{\varphi}{\sim \sim \varphi}$
Conjunção $E \wedge$	$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi}$ $\frac{\varphi \wedge \psi}{\psi}$	Conjunção $I \wedge$	$\frac{\varphi}{\varphi \wedge \psi}$ $\frac{\psi}{\varphi \wedge \psi}$
Disjunção $E \vee$	$\frac{\varphi \vee \psi}{\varphi \rightarrow \chi}$ $\frac{\psi \rightarrow \chi}{\chi}$	Disjunção $I \vee$	$\frac{\varphi}{\varphi \vee \psi}$ $\frac{\psi}{\varphi \vee \psi}$
Bicondicional $E < \rightarrow$	$\frac{\varphi < \rightarrow \psi}{\varphi \rightarrow \psi}$ $\frac{\varphi < \rightarrow \psi}{\psi \rightarrow \varphi}$	Bicondicional $I < \rightarrow$	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\psi \rightarrow \varphi}$ $\frac{\psi \rightarrow \varphi}{\varphi < \rightarrow \psi}$
Condicional $E \rightarrow$ <b>Modus Ponens</b> (MP)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\varphi}$ $\psi$	Contradição	$\frac{\varphi}{\sim \varphi}$ $\perp$
		Condicional $I \rightarrow$ <b>Prova Condicional</b> (PC)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>H(PC)</math> <math>\varphi</math> ... <math>\psi</math></div> $\varphi \rightarrow \psi$
		Negação $I \sim$ <b>Redução ao Absurdo</b> (RAA)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>H(RAA)</math> <math>\varphi</math> ... <math>\perp</math></div> $\sim \varphi$

### REGRAS DERIVADAS

Modus Tollens (MT)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\sim \psi}$ $\sim \varphi$	Silogismo Disjuntivo (SD)	$\frac{\varphi \vee \psi}{\sim \varphi}$ $\psi$	$\frac{\varphi \vee \psi}{\sim \psi}$ $\varphi$
Silogismo Hipotético (SH)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\psi \rightarrow \chi}$ $\varphi \rightarrow \chi$	Absorção (ABS)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi)}$	
Repetição (R)	$\frac{\varphi}{\varphi}$			
Dilema Construtivo (DC)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\chi \rightarrow \omega}$ $\varphi \vee \chi$ $\psi \vee \omega$	Dilema Destrutivo (DD)	$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\chi \rightarrow \omega}$ $\sim \psi \vee \sim \omega$ $\sim \varphi \vee \sim \chi$	

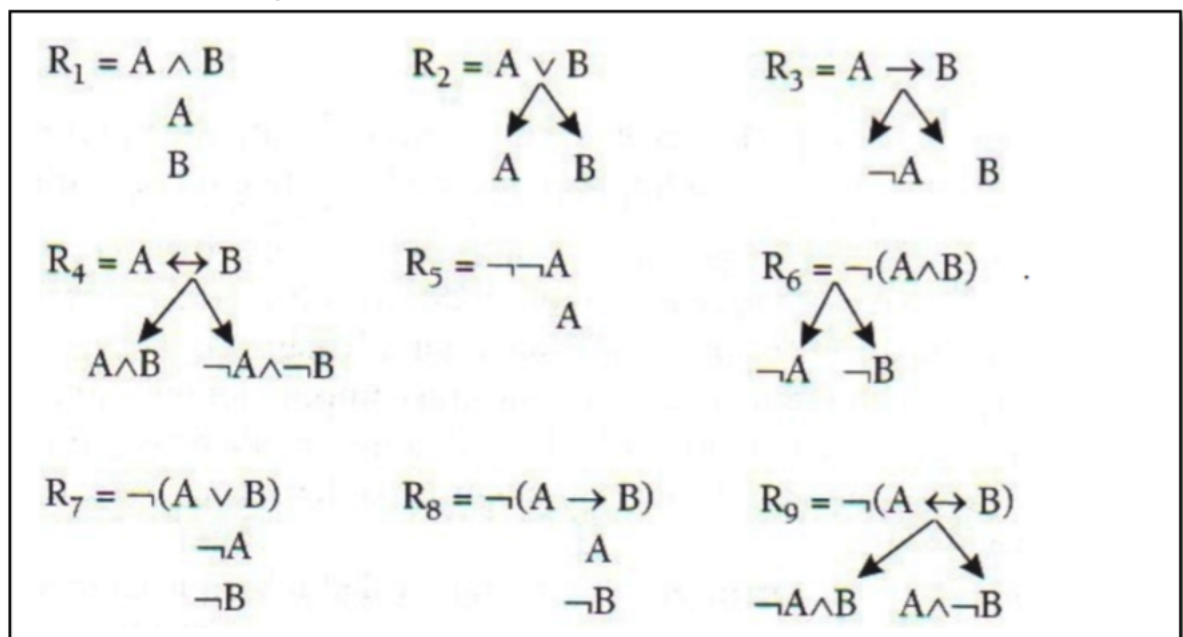
### 3 Regras de Equivalência

#### REGRAS DE EQUIVALÊNCIA

$(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$	<b>Comutativa (COM)</b>
$(P \wedge Q) \equiv (Q \wedge P)$	<b>Comutativa (COM)</b>
$(P \vee (Q \vee R)) \equiv ((P \vee Q) \vee R)$	<b>Associativa (ASS)</b>
$(P \wedge (Q \wedge R)) \equiv ((P \wedge Q) \wedge R)$	<b>Associativa (ASS)</b>
$(P \wedge (Q \vee R)) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	<b>Distributiva (DIS)</b>
$(P \vee (Q \wedge R)) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	<b>Distributiva (DIS)</b>
$P \equiv \sim \sim P$	<b>Dupla Negação (DN)</b>
$P \vee P \equiv P$	<b>Tautologia (TAU)</b>
$P \wedge P \equiv P$	<b>Tautologia (TAU)</b>
$(P \rightarrow Q) \equiv (\sim Q \rightarrow \sim P)$	<b>Transposição (TRA)</b>
$(P \rightarrow Q) \equiv (\sim P \vee Q)$	<b>Implicação Material (IM)</b>
$((P \wedge Q) \rightarrow R) \equiv (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$	<b>Exportação (EXP)</b>
$\sim(P \wedge Q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$	<b>Lei de De Morgan (DM)</b>
$\sim(P \vee Q) \equiv (\sim P \wedge \sim Q)$	<b>Lei de De Morgan (DM)</b>

### 4 Árvores de refutação

#### ÁRVORE DE REFUTAÇÃO



## 5 Provas Propiedades

**Contraposição** [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$$\neg\beta \rightarrow \neg\alpha \vdash \alpha \rightarrow \beta$$

1.	$\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$	<b>Premissa</b>
2.	$\alpha$	<b>Hipótese</b>
3.	$\neg\neg\alpha$	<b>2 DN</b>
4.	$\neg\neg\beta$	<b>1,3 MT</b>
5.	$\beta$	<b>4 DN</b>
6.	$\alpha \rightarrow \beta$	<b>2,5 RPC</b>

**Lei de Duns Scot** [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$$\alpha \vdash \neg\alpha \rightarrow \beta$$

1.	$\alpha$	<b>Premissa</b>
2.	$\neg\alpha$	<b>Hipótese</b>
3.	$\beta$	<b>1,2 CTR</b>
4.	$\neg\alpha \rightarrow \beta$	<b>2,3 RPC</b>

**Lei De Morgan I** [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$$\neg\alpha \wedge \neg\beta \vdash \neg(\alpha \vee \beta)$$

1.	$\neg\alpha \wedge \neg\beta$	<b>Premissa</b>
2.	$\alpha \vee \beta$	<b>Hipótese</b>
3.	$\neg\alpha$	<b>1 S</b>
4.	$\neg\beta$	<b>1 S</b>
5.	$\beta$	<b>2,3 SD</b>
6.	$\beta \wedge \neg\beta$	<b>5,4 C</b>
7.	$\neg(\alpha \vee \beta)$	<b>2,6 RAA</b>

**Lei De Morgan II** [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$$\neg\alpha \vee \neg\beta \vdash \neg(\alpha \wedge \beta)$$

1.	$\neg\alpha \vee \neg\beta$	<b>Premissa</b>
2.	$\alpha \wedge \beta$	<b>Hipótese</b>
3.	$\alpha$	<b>2 S</b>
4.	$\neg\neg\alpha$	<b>3 DN</b>
5.	$\neg\beta$	<b>1,4 SD</b>
6.	$\beta$	<b>2 S</b>
7.	$\beta \wedge \neg\beta$	<b>5,6 C</b>
8.	$\neg(\alpha \wedge \beta)$	<b>2,7 RAA</b>

## 6 Exemplos

$\{(A \wedge B) \rightarrow C, \neg C\} \vdash \neg A \vee \neg B$

1.	$(A \wedge B) \rightarrow C$	Premissa
2.	$\neg C$	Premissa
3.	$\neg(A \wedge B)$	1,2 MT
4.	$\neg A \vee \neg B$	3 DM

2 [\[ editar | editar código-fonte \]](#)

$\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$

1.	$\neg(A \wedge \neg B)$	Premissa
2.	$\neg A \vee \neg \neg B$	1 DM
3.	$A$	Hipótese
4.	$\neg \neg A$	3 DN
5.	$\neg \neg B$	2,4 SD
6.	$B$	5 DN
7.	$A \rightarrow B$	3,6 RPC

3 [\[ editar | editar código-fonte \]](#)

$\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$

1.	$\neg A \rightarrow B$	Premissa
2.	$\neg(A \vee B)$	Hipótese
3.	$\neg A \wedge \neg B$	2 DM
4.	$\neg A$	3 S
5.	$\neg B$	3 S
6.	$B$	1,4 MP
7.	$B \wedge \neg B$	6,5 C
8.	$\neg \neg(A \vee B)$	2,7 RAA
9.	$A \vee B$	8 DN

4 [\[ editar | editar código-fonte \]](#)

$\{A \rightarrow C, B \rightarrow C\} \vdash (A \vee B) \rightarrow C$

1.	$A \rightarrow C$	Premissa
2.	$B \rightarrow C$	Premissa
3.	$\neg C$	Hipótese
4.	$\neg A$	1,3 MT
5.	$\neg B$	2,3 MT
6.	$\neg A \wedge \neg B$	4,5 C
7.	$\neg(A \vee B)$	6 DM
8.	$\neg C \rightarrow \neg(A \vee B)$	3,7 RPC
9.	$(A \vee B) \rightarrow C$	8 CT

5 [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$\neg(A \rightarrow B) \vdash A \wedge \neg B$

01.	$\neg(A \rightarrow B)$	Premissa
02.	$\neg(A \wedge \neg B)$	Hipótese
03.	$\neg A \vee \neg \neg B$	2 DM
04.	$A$	Hipótese
05.	$\neg \neg A$	4 DN
06.	$\neg \neg B$	3,5 SD
07.	$B$	6 DN
08.	$A \rightarrow B$	4,7 RPC
09.	$(A \rightarrow B) \wedge \neg(A \rightarrow B)$	8,1 C
10.	$\neg \neg(A \wedge \neg B)$	2,9 RAA
11.	$A \wedge \neg B$	10 DN

6 [ [editar](#) | [editar código-fonte](#) ]

$A \rightarrow B \vdash (A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$

01.	$A \rightarrow B$	Premissa
02.	$A \vee C$	Hipótese
03.	$\neg(B \vee C)$	Hipótese
04.	$\neg B \wedge \neg C$	3 DM
05.	$\neg C$	4 S
06.	$\neg B$	4 S
07.	$A$	2,5 SD
08.	$B$	1,7 MP
09.	$B \wedge \neg B$	1,7 MP
10.	$\neg \neg(B \vee C)$	3,9 RAA
11.	$B \vee C$	10 DN
12.	$(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$	2,11 RPC

## 7 Exemplos árvore

1. Construa as árvores de refutação para determinar se as formas de argumento a seguir são válidas ou não. Caso não seja válida, dê um contra-exemplo.

a.  $p \wedge q, p \vdash \sim q$

1.	✓	$p \wedge q$	
2.		$p$	
3.	✓	$\sim \sim q$	
4.		$p$	$1 \wedge$
5.		$q$	$1 \wedge$
6.		$q$	$3 \sim \sim$

É inválida. Contra-exemplo:  $p = V$  e  $Q = V$

b.  $p \vee q, \sim p \vdash \sim \sim q$

1.	✓		$p \vee q$	
2.			$\sim p$	
3.	✓		$\sim \sim \sim q$	
4.		$p$	$1 \vee$	$q$ $1 \vee$
5.		$\sim q$	$3 \sim \sim$	$\sim q$ $3 \sim \sim$
6.		X	$2, 4 \sim$	X $4, 5 \sim$

É válida

c.  $r \wedge \sim s, \sim \sim r \vdash s$

1.	✓	$r \wedge \sim s$	
2.	✓	$\sim \sim r$	
3.		$\sim s$	
4.		$r$	$1 \wedge$
5.		$\sim s$	$1 \wedge$
6.		$r$	$2 \sim \sim$

É inválida. Contra-exemplo:  $r = V$  e  $s = F$