

1. Marcar quais das seguintes fórmulas NÃO são bem formadas

() $C(c,d)$

() $\neg \forall x P(x, a) \wedge D$

(x) $\exists y P(x, y) \wedge \forall x P(a)$ (O predicado P, possui números de argumentos diferentes. O x na primeira chamada do predicado P, não está ligado a nenhum quantificador)

(x) $\exists x (B(x) \wedge \forall x D(x))$ (O x na segunda chamada do predicado D, pode estar ligado tanto ao Universal quando ao Existencial)

2. Prove usando dedução natural que:

(a) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ | Premissa |
| 2. $\mid \forall x P(x)$ | Hipótese Introdução \rightarrow |
| 3. $\mid P(a) \rightarrow Q(a)$ | 1, Eliminação Universal |
| 4. $\mid P(a)$ | 2, Eliminação do Universal |
| 5. $\mid Q(a)$ | 4,3, Eliminação \rightarrow (MP) |
| 6. $\mid \forall x Q(x)$ | 5 Intr. Universal |
| 7. $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$ | 2-6, Introdução \rightarrow |

(b) $\exists x (F(x) \vee G(x)) \vdash \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. $\exists x (F(x) \vee G(x))$ | Premissa |
| 2. $\mid F(a) \vee G(a)$ | Hipótese eliminação do Existencial |
| 3. $\mid \mid F(a)$ | Hipótese Introdução \rightarrow |
| 4. $\mid \mid \exists x F(x)$ | 3, Introdução Existencial |
| 5. $\mid \mid \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 4, Introdução \vee 1 |
| 6. $\mid \mid F(a) \rightarrow \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 3-5 Introdução \rightarrow |
| 7. $\mid \mid G(a)$ | Hipótese Introdução \rightarrow |
| 8. $\mid \mid \exists x G(x)$ | 6, Introd. Existencial |
| 9. $\mid \mid \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 7, Introdução \vee 2 |
| 10. $\mid \mid G(a) \rightarrow \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 7-9 Introdução \rightarrow |
| 11. $\mid \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 2, 6, 10, Eliminação \vee |
| 12. $\exists x F(x) \vee \exists x G(x)$ | 1, 2-9, Elim. Existencial |

3. Prove usando árvores de refutação que:

$$\forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x), \neg \exists x G(x) \vdash \exists x \neg F(x)$$

- | | | | | |
|----|---|-------------------|------------------|--------------|
| 1. | $\forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x)$ | Premissa | | |
| 2. | $\neg \exists x G(x)$ | Premissa X | | |
| 3. | $\neg \exists x \neg F(x)$ | Hipótese X | | |
| 4. | $\forall x \neg G(x)$ | 2, $\neg \exists$ | | |
| 5. | $\forall x \neg \neg F(x)$ | 3, $\neg \exists$ | | |
| 6. | $\neg \forall x F(x)$ | $\forall x G(x)$ | 1, \rightarrow | |
| 7. | $\exists x \neg F(x)$ | 6, $\neg \forall$ | $G(a)$ | 6, \forall |
| 8. | $\neg F(a)$ | 7, \exists | $\neg G(a)$ | 4, \forall |
| 9. | $\neg \neg F(a)$ | 5, \forall | X 7,8 | |
| | X 8,9 | | | |

4. Considerando o predicado

$R(x)$: x é um rato

$C(x)$: x come queijo

Podemos formalizar a frase, **Todos os ratos estão comendo queijo**, da seguinte forma:

- () $\exists x (R(x) \wedge Q(x))$
 (x) $\forall x (R(x) \rightarrow Q(x))$
 () $\exists x (R(x) \rightarrow Q(x))$
 () $\forall x (R(x) \wedge Q(x))$

5. Considerando o predicado

$A(a,b)$: a ama b

E considerando que a letra m representa Maurício, podemos formalizar a frase

Ninguém ama Maurício, da seguinte forma:

- () $\exists x \neg A(x,m)$
 () $\neg \forall x A(x,m)$
 (x) $\forall x \neg A(x,m)$
 () $\neg \exists x \neg A(x,m)$