

Introdução à Ciência da Computação
Introdução à Engenharia de Computação

Aritmética Binária: Introdução

Profa. Ana Marilza Pernas Fleishmann

Profa. Lisane Brisolara de Brisolara

Prof. Giovani Parente Farias

Prof. Rafael Iankowski Soares



ADIÇÃO BINÁRIA



Adição binária

$$0 + 0 =$$

$$0 + 1 =$$

$$1 + 0 =$$

$$1 + 1 =$$

$$1+1+1 = ?$$

$$1+1+1+1=?$$



Adição binária

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ e vai-um } (10_2=2)$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ e vai-um } (11_2=3)$$

$$1+1+1+1 = 0 \text{ e tem 2 vai-uns } (100_2=4)$$



Adição binária

■ Exemplo 1:

$$1101 + 100 =$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 100 \\ \hline \end{array}$$

Explicação:

- Alinha-se os números de forma a somar os bits de mesmo peso (posição), iniciando pelos bits menos significativos (mais a direita).
- Soma-se os bits menos significativos, gerando o bit menos significativo do resultado. Podendo ocorrer vai-um, neste caso um bit “1” é usado na soma dos próximos 2 bits.



Adição binária

■ Exemplo 1:

$$1101 + 100 =$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 100 \\ \hline 01 \end{array}$$

Explicação:

- Alinha-se os números de forma a somar os bits de mesmo peso (posição), iniciando pelos bits menos significativos (mais a direita).
- Soma-se os bits menos significativos, gerando o bit menos significativo do resultado. Podendo ocorrer vai-um, neste caso um bit “1” é usado na soma dos próximos 2 bits.



Adição binária

■ Exemplo 1:

$$1101 + 100 =$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1101 \\ + 100 \\ \hline 10001 \end{array}$$

$$13 + 4 = 17$$

Explicação:

- Alinha-se os números de forma a somar os bits de mesmo peso (posição), iniciando pelos bits mais a direita.
- Soma-se os bits mais a direita, gerando o bit menos significativo do resultado. **Podendo ocorrer vai-um, neste caso um bit “1” é usado na soma dos próximos bits.**



Adição binária

- Exemplo 2:

$$1101 + 101 =$$



Adição binária

- Exemplo 2:

$$1101 + 101 =$$

$$\begin{array}{r} 11 1 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

$$13 + 5 = 18$$



Adição binária

- Exemplo 3:

$$100100 + 10010 =$$



Adição binária

- Exemplo 3:

$$100100 + 10010 =$$

$$\begin{array}{r} 100100 \\ + 10010 \\ \hline 110110 \end{array}$$

$$36 + 18 = 54$$



Adição binária

- Exemplo 4

$$11001 + 10011 =$$



Adição binária

■ Exemplo 4

$$11001 + 10011 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 11 \\ 11001 \\ + 10011 \\ \hline 101100 \end{array}$$

$$25 + 19 = 44$$



Adição binária

- Exemplo 5

$$101110 + 1110 =$$



Adição binária

■ Exemplo 5

$$101110 + 1110 =$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 101110 \\ + 1110 \\ \hline 111100 \end{array}$$

$$46 + 14 = 60$$



SUBTRAÇÃO BINÁRIA



Subtração binária

$$0 - 0 =$$

$$0 - 1 =$$

$$1 - 0 =$$

$$1 - 1 =$$



Subtração binária

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ e vem-um}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Explicação:

- Alinha os números para que fiquem os bits menos significativos alinhados.
- Subtrai os bits de mesma posição, começando pelos bits menos significativos.
- Caso o segundo bit seja maior, pedir emprestado. No caso do empréstimo, o bit que é emprestado ao mudar de posição é como se tivesse valor 2 (ao invés de 1). **Quem empresta perde 1 e quem recebe ganha 2!**

Subtração binária

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ e vem-um}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 011 \\ \hline \end{array}$$

Explicação:

- Alinha os números para que fiquem os bits menos significativos alinhados.
- Subtrai os bits de mesma posição, começando pelos bits menos significativos.
- Caso o segundo bit seja maior, pedir emprestado. No caso do empréstimo, o bit que é emprestado ao mudar de posição é como se tivesse valor 2 (ao invés de 1). **Quem empresta perde 1 e quem recebe ganha 2!**

Subtração binária

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ e vem-um}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1101 \\ - 011 \\ \hline 1010 \end{array}$$

Explicação:

- Alinha os números para que fiquem os bits menos significativos alinhados.
- Subtrai os bits de mesma posição, começando pelos bits menos significativos.
- Caso o segundo bit seja menor, pedir emprestado. No caso do empréstimo, o bit que é emprestado ao mudar de posição é como se tivesse valor 2 (ao invés de 1). **Quem empresta perde 1 e quem recebe ganha 2!**



Subtração binária

Exemplo 2:

$$11101 - 111 =$$

$$29 - 7 = 22$$

$$\begin{array}{r} 11101 \\ - 111 \\ \hline \end{array}$$



Subtração binária

Exemplo 2:

$$11101 - 111 =$$

$$29 - 7 = 22$$

$$\begin{array}{r} 11101 \\ - \quad 111 \\ \hline 0 \end{array}$$

Subtração binária

Exemplo 2:

$$11101 - 111 =$$

$$29 - 7 = 22$$

| | | |
|---|---|--|
| $\begin{array}{r} 11101 \\ - 111 \\ \hline 0 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \\ \\ 11\cancel{1}01 \\ - 111 \\ \hline 10 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \\ \\ 11\cancel{1}01 \\ - 111 \\ \hline 10110 \end{array}$ |
|---|---|--|



Subtração binária

Exemplo 3:

$$1000 - 11 =$$

$$8 - 3 = 5 \quad (\text{base } 10)$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - \quad 11 \\ \hline \end{array}$$

Neste caso , o segundo bit menos significativo também não tem para emprestar, então tem de pedir ao próximo, até que um bit “1” seja encontrado.

Subtração binária

Exemplo 3:

$$1000 - 11 =$$

$$8 - 3 = 5 \quad (\text{base 10})$$

| | | |
|--------------|-----|------------------|
| | | 1 2 |
| | 2 | 2 |
| 1 | 000 | 1 000 |
| - | 11 | - 11 |
| <hr/> | | <hr/> |

Bit 1 é emprestado para a casa ao lado, chegando lá com peso 2, agora esta casa tem 2. Então, quando esta emprestar, ela empresta 1 e fica com outro. A casa que receber fica com 2.

Subtração binária

Exemplo 3:

$$1000 - 11 =$$

$$8 - 3 = 5 \quad (\text{base 10})$$

| | | | |
|---|--|--|--|
| $\begin{array}{r} \overset{2}{\cancel{1}}000 \\ - \quad 11 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} \overset{1\ 2}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{0}}00 \\ - \quad 11 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} \overset{1\ 2}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{0}}00 \\ - \quad 11 \\ \hline \end{array}$ | $\begin{array}{r} \overset{1\ 2}{\cancel{1}}\overset{2}{\cancel{0}}00 \\ - \quad 11 \\ \hline \end{array}$ |
| 0 | | | 0101 |

Bit 1 é emprestado para a casa ao lado, chegando lá com peso 2, agora esta casa tem 2, então empresta 1 e fica com outro. A casa que recebeu fica com 2.

Quando a casa que ficou com 2 emprestar, esta fica com 1 e empresta 1.

O 1 emprestado vai virar 2 na próxima posição.



MULTIPLICAÇÃO BINÁRIA



Multiplicação binária

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Exemplo 1:

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ + 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$



Multiplicação binária

Por Somas Sucessivas:

5×2

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ + 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 101 \\ \hline \end{array}$$

Multiplicação binária

Por Somas Sucessivas:

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ + 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$

$$5 \times 2$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 101 \\ + 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$

Multiplicação binária

Por Somas Sucessivas:

5 x 4

$$\begin{array}{r} 101 \\ x 100 \\ \hline 000 \\ ??? \\ + ??? \\ \hline ????? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 101 \\ 101 \\ \text{Soma 4x} + 101 \\ \hline \end{array}$$

1+1=0 e vai um

1+1+1+1 = 0 e vai 2,"1s", que serão somados na posição seguinte

Multiplicação binária

Por Somas Sucessivas:

5 x 4

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 100 \\ \hline 000 \\ 000 \\ + \quad ??? \\ \hline ????? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 101 \\ 101 \\ 101 \\ \text{Soma 4x} + 101 \\ \hline 00 \end{array}$$

1+1 =0 e vai um

1+1+1 =1 e vai um

1+1+1+1 = 0 e vai 2,"1s", que serão somados na posição seguinte

Multiplicação binária

Por Somas Sucessivas:

5 x 4

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 100 \\ \hline 000 \\ 000 \\ + 101 \\ \hline 10100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 101 \\ 101 \\ 101 \\ + 101 \\ \hline 10100 \end{array}$$

Soma 4x

Lembrete:

1+1 = 0 e vai um

1+1+1 = 1 e vai um

1+1+1+1 = 0 e vai 2, "1s", que serão somados na posição seguinte



DIVISÃO BINÁRIA



Divisão binária

Exemplo:

11011 / 101

11011 | 101

Divisão binária

Exemplo:

11011 / 101

$$\begin{array}{r|l} 11011 & 101 \\ -101 & 1 \\ \hline 001 & \end{array}$$

Dividendo: 11011 $\rightarrow 27_{10}$
Divisor: 101 $\rightarrow 5_{10}$

Seleciona no dividendo o número de bits suficientes para divisão pelo divisor (neste caso 3), coloca “1” no quociente e calcula o resto.

Baixa bits que sobraram para tentar continuar dividindo

Divisão binária

Exemplo:

$$11011 / 101$$

$$\begin{array}{r} \overline{11011} \quad | \quad 101 \\ -101 \\ \hline 00111 \\ -101 \\ \hline 010 \end{array}$$

Baixa bits que sobraram no dividendo (após a seleção inicial) para tentar continuar dividindo.

Se baixar um bit e ainda não der para dividir, coloca um 0 no quociente e tenta baixar outro bit até que não haja mais bits no dividendo.

$$110111 / 101$$

Quociente: 101

Resto: 010



Divisão binária

Por Subtrações Sucessivas:

11011 / 101

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - \quad 101 \\ \hline 10110 \end{array}$$

Subtrai divisor do
dividendo e o resultado do
quociente será o número
de subtrações realizadas.

...

Divisão binária

Por Subtrações Sucessivas:

$$11011 / 101$$

O quociente será o número de subtrações realizadas, neste caso 5 (101)

$$11011 / 101$$

Quociente: 101

Resto: 10

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - 101 \\ \hline 10110 \\ - 101 \\ \hline 10001 \\ - 101 \\ \hline 01100 \\ - 101 \\ \hline 00111 \\ - 101 \\ \hline 00010 \end{array}$$



Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{101010} \bigg| 100 \\ - 100 \\ \hline 01 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{101010} \bigg| 100 \\ - 100 \\ \hline 010 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{101010} \bigg| 100 \\ - 100 \\ \hline 0101 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{101010} \bigg| 100 \\ -100 \\ \hline 0101 \\ -100 \\ \hline 01 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Divisão binária

101010 / 100

$$\begin{array}{r} \overline{10101}0 \quad | \quad 100 \\ -100 \\ \hline 0101 \\ -100 \\ \hline 010 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$

Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{10101}0 \quad \overline{100} \\ -100 \\ \hline 0101 \\ -100 \\ \hline 010 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$

Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{10101}0 \bigg| 100 \\ -100 \\ \hline 0101 \\ -100 \\ \hline 0100 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Divisão binária

$$101010 / 100$$

$$\begin{array}{r} \overline{101010} \bigg| 100 \\ -100 \\ \hline 0101 \\ -100 \\ \hline 0100 \\ -100 \\ \hline 0 \end{array}$$

Decimal:

$$42 / 4 = 10,5$$



Exercícios

1) $100011010111 - 001101001001 =$
em decimal: $2263 - 841 = 1422$

2) 100×11

3) 101×101



Exercícios (Respostas)

1) $100011010111 - 001101001001 =$
em decimal: $2263 - 841 = 1422$

$$\begin{array}{r} 112 2 \\ 400011040111 \\ - 001101001001 \\ \hline 010110001110 \end{array}$$



Exercícios (Respostas)

2) 100×11

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times \quad 11 \\ \hline 100 \\ + 100 \\ \hline 1100 \end{array}$$



Exercícios (Respostas)

3) 101×101

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 101 \\ \hline 101 \\ 000 \\ + 101 \\ \hline 11001 \end{array}$$



Onde aprender mais?

- (Aula: Soma de Binários)
<https://www.youtube.com/watch?v=MtiHP4s-z38>
- (Aula: Subtração de Binários)
<https://www.youtube.com/watch?v=KMim-tzywkI>
- (Aula: Multiplicação de Binários)
<https://www.youtube.com/watch?v=BSMdrgAZYFw>
- (Aula: Divisão de Binários)
<https://www.youtube.com/watch?v=Na8gKrSWeXE>



Onde aprender mais?

[1] MONTEIRO, M. A. **Introdução à Organização de Computadores**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1996.

[2] WEBER, Raul F. **Fundamentos de Arquiteturas de Computadores**. Porto Alegre: Sagra-Luzzato, 2000.

[3] UYEMURA. **Sistemas Digitais**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.