

1. Formalize o seguinte argumento e use tabela verdade para mostrar a sua validade:

a) Se chover eu vou ao cinema. Não está chovendo, dessa forma, não fui ao cinema

A: Esta chovendo

B: Eu vou ao cinema

Argumento:  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

A	B	$A \rightarrow B$	$\neg B$	$\neg A$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

**Argumento não é válido**

2. Provar usando dedução natural:

a)  $R \rightarrow Q, P \rightarrow S \vdash P \vee \neg Q \rightarrow S \vee \neg R$

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| 1. $R \rightarrow Q$                          | Premissa                            |
| 2. $P \rightarrow S$                          | Premissa                            |
| 3. $  P \vee \neg Q$                          | Hipótese - Introdução $\rightarrow$ |
| 4. $   P$                                     | Hipótese - Introdução $\rightarrow$ |
| 5. $   S$                                     | 4, 2, Eliminação $\rightarrow$      |
| 6. $   S \vee \neg R$                         | 5, Introdução $\vee$                |
| 7. $  P \rightarrow (S \vee \neg R)$          | 4-6 Introdução $\rightarrow$        |
| 8. $   \neg Q$                                | Hipótese - Introdução $\rightarrow$ |
| 9. $   \neg R$                                | 1, 8, Modus Tollens                 |
| 10. $   S \vee \neg R$                        | 9, Introdução $\vee$                |
| 11. $  \neg Q \rightarrow (S \vee \neg R)$    | 8-10 Introdução $\rightarrow$       |
| 12. $  S \vee \neg R$                         | 3, 7, 11, Eliminação do $\vee$      |
| 13. $P \vee \neg Q \rightarrow S \vee \neg R$ | 3 - 12, Introdução $\rightarrow$    |

b)  $\neg P \leftrightarrow A \vdash P \wedge Q \rightarrow \neg A$

- |                                    |                                     |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\neg P \leftrightarrow A$      | Premissa                            |
| 2.   $P \wedge Q$                  | Hipótese - Introdução $\rightarrow$ |
| 3.    $A$                          | Hipótese - Introdução $\neg$        |
| 4.    $A \rightarrow \neg P$       | Eliminação da $\leftrightarrow$     |
| 5.    $\neg P$                     | 3,4, Eliminação $\rightarrow$       |
| 6.    $P$                          | 2, Eliminação $\wedge$              |
| 7.    $\perp$                      | 6,5, Introdução $\perp$             |
| 8.   $\neg A$                      | 3 - 7, Introdução $\neg$            |
| 9. $P \wedge Q \rightarrow \neg A$ | 2 - 8, Introdução $\rightarrow$     |

3. Explicitar as regras que foram usadas na seguinte prova de dedução natural:

a)  $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$

- |                              |                                   |
|------------------------------|-----------------------------------|
| 1 $P \rightarrow Q$          | Premissa                          |
| 2   $\neg(\neg P \vee Q)$    | Hipótese - Introdução $\neg$      |
| 3    $P$                     | Hipótese - Introdução $\neg$      |
| 4    $Q$                     | 3, 1, Eliminação da $\rightarrow$ |
| 5    $\neg P \vee Q$         | 3, Introdução $\vee$              |
| 6    $\perp$                 | 5,2, Introdução $\perp$           |
| 7   $\neg P$                 | 3 - 6, Introdução $\vee$          |
| 8   $\neg P \vee Q$          | 7, Introdução $\vee$              |
| 9   $\perp$                  | 2, 8, Introdução $\perp$          |
| 10 $\neg\neg(\neg P \vee Q)$ | 2 - 9, Introdução $\neg$          |
| 11 $\neg P \vee Q$           | 10, Eliminação $\neg\neg$         |

#### 4. Provar usando árvore de refutação

$$\vdash \neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$$

- |    |   |                       |
|----|---|-----------------------|
| 1. | $\neg(\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B))$ | Hipótese              |
| 2. | $\neg(A \vee B)$  | 1. $\neg \rightarrow$ |
| 3. | $\neg(\neg A \wedge \neg B)$                              | 1. $\neg \rightarrow$ |
| 4. | $\neg A$  | 3. $\neg \vee$        |
| 5. | $\neg B$  | 3. $\neg \vee$        |
| 6. | $\neg \neg A$   | 3. $\neg \wedge$      |
|    | X 4,6   |                       |
|    | $\neg \neg B$   |                       |
|    | X 5,6   |                       |

#### 5. Mostrar usando regras de equivalência que

$$(P \rightarrow Q) \wedge P \leftrightarrow P \wedge Q$$

- |                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $(P \rightarrow Q) \wedge P$          | $\Leftrightarrow$ (implicação)       |
| $(\neg P \vee Q) \wedge P$            | $\Leftrightarrow$ (distributividade) |
| $(\neg P \wedge P) \vee (P \wedge Q)$ | $\Leftrightarrow$ (complemento)      |
| $F \vee (P \wedge Q)$                 | $\Leftrightarrow$ (elemento neutro)  |
| $(P \wedge Q)$                        |                                      |