

# Lógica Proposicional

Disciplina: Lógica para Computação  
Profs. Larissa Freitas, Renata Reiser e André Du Bois  
{larissa,reiser,dubois}@inf.ufpel.edu.br



# Regras - Árvore de Refutação

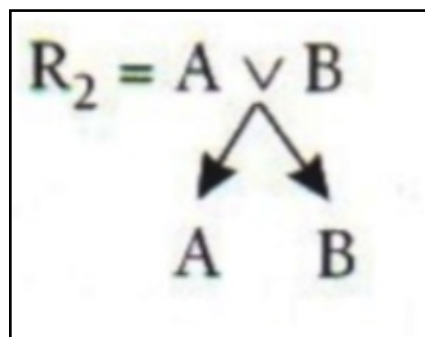
- **Conjunção ( $\wedge$ ):** Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\phi \wedge \psi$ , marca-se  $\phi \wedge \psi$  e escreve-se  $\phi$  e  $\psi$  no final de cada ramo aberto que contém  $\phi \wedge \psi$  marcada.

$$\begin{array}{l} R_1 = A \wedge B \\ A \\ B \end{array}$$



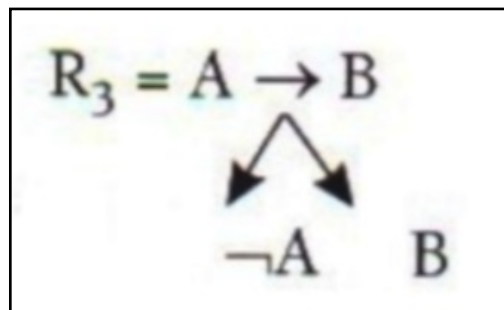
# Regras - Árvore de Refutação

- **Disjunção ( $\vee$ ):** Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\phi \vee \psi$ , marca-se  $\phi \vee \psi$  e bifurca-se cada ramo aberto que contém  $\phi \vee \psi$  marcada, no final do primeiro ramo escreve-se  $\phi$  e no final do segundo ramo escreve-se  $\psi$ .



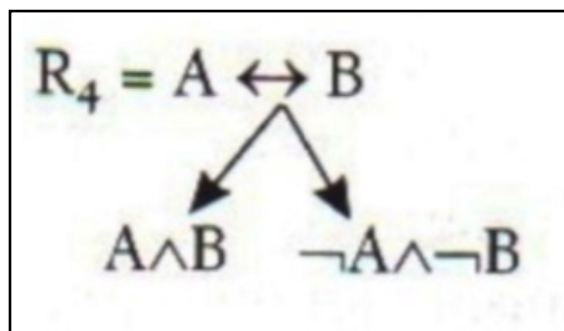
# Regras - Árvore de Refutação

- **Implicação ( $\rightarrow$ ):** Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\phi \rightarrow \psi$ , marca-se  $\phi \rightarrow \psi$  e bifurca-se cada ramo aberto que contém  $\phi \rightarrow \psi$  marcada, no final do primeiro ramo escreve-se  $\sim\phi$  e no final do segundo ramo escreve-se  $\psi$ .



# Regras - Árvore de Refutação

- **Bicondicional** ( $\leftrightarrow$ ): Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\phi \leftrightarrow \psi$ , marca-se  $\phi \leftrightarrow \psi$  e bifurca-se cada ramo aberto que contém  $\phi \leftrightarrow \psi$  marcada, no final do primeiro ramo escreve-se  $\phi$  e  $\psi$  e no final do segundo ramo escreve-se  $\sim\phi$  e  $\sim\psi$ .



# Regras - Árvore de Refutação

- **Negação negada** (  $\sim\sim$  ): Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\sim\sim\phi$ , marca-se  $\sim\sim\phi$  e escreve-se  $\phi$  no final de cada ramo aberto que contém  $\sim\sim\phi$  marcada.

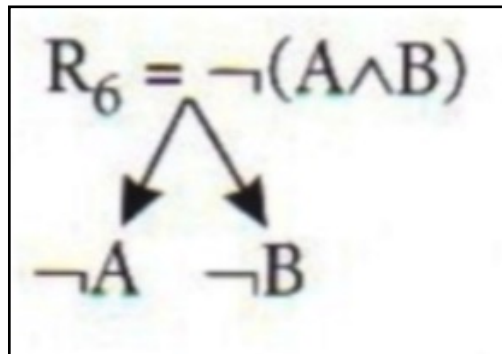
$$R_5 = \neg\neg A$$

$A$



# Regras - Árvore de Refutação

- **Conjunção negada** ( $\sim \wedge$ ): Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\sim(\phi \wedge \psi)$ , marca-se  $\sim(\phi \wedge \psi)$  e bifurca-se cada ramo aberto que contém  $\sim(\phi \wedge \psi)$  marcada, no final do primeiro ramo escreve-se  $\sim\phi$  e no final do segundo ramo escreve-se  $\sim\psi$ .



# Regras - Árvore de Refutação

- **Disjunção negada ( $\sim \vee$ ):** Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\sim(\phi \vee \psi)$ , marca-se  $\sim(\phi \vee \psi)$  e escreve-se  $\sim\phi$  e  $\sim\psi$  no final de cada ramo aberto que contém  $\sim(\phi \vee \psi)$  marcada.

$$\begin{array}{l} R_7 = \neg(A \vee B) \\ \neg A \\ \neg B \end{array}$$





# Regras - Árvore de Refutação

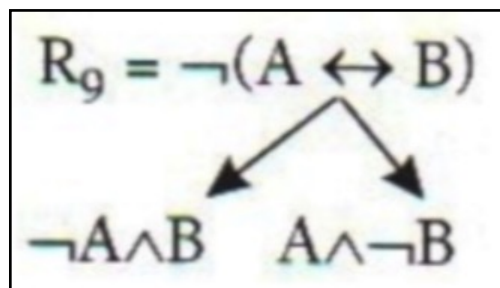
- **Implicação negada ( $\sim \rightarrow$ ):** Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\sim(\phi \rightarrow \psi)$ , marca-se  $\sim(\phi \rightarrow \psi)$  e escreve-se  $\phi$  e  $\sim\psi$  no final de cada ramo aberto que contém  $\sim(\phi \rightarrow \psi)$  marcada.

$$\begin{array}{l} R_8 = \neg(A \rightarrow B) \\ \quad A \\ \quad \neg B \end{array}$$



# Regras - Árvore de Refutação

- **Equivalência negada** ( $\sim \leftrightarrow$ ): Se um ramo aberto contém uma FBF não-marcada da forma  $\sim(\phi \leftrightarrow \psi)$ , marca-se  $\sim(\phi \leftrightarrow \psi)$  e bifurca-se cada ramo aberto que contém  $\sim(\phi \leftrightarrow \psi)$  marcada, no final do primeiro ramo escreve-se  $\sim\phi$  e  $\psi$  e no final do segundo ramo escreve-se  $\phi$  e  $\sim\psi$ .



## Exercícios Adicionais

- a)  $P \vee Q \vdash P \wedge Q$
- b)  $P \rightarrow \sim Q \vdash \sim(P \wedge Q)$
- c)  $P \vee Q, \sim P, \sim Q \vdash R$
- d)  $\sim P \vdash P \rightarrow \sim P$
- e)  $P \vdash (P \rightarrow (Q \wedge P)) \rightarrow (P \wedge Q)$
- f)  $\sim(P \wedge Q), R \leftrightarrow P \vdash \sim R$
- g)  $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow R \vdash P \leftrightarrow R$
- h)  $P \rightarrow (R \vee S), (R \wedge S) \rightarrow Q \vdash P \rightarrow Q$



# Lógica Proposicional

E-mail para dúvidas:

[{larissa,reiser,dubois}@inf.ufpel.edu.br](mailto:{larissa,reiser,dubois}@inf.ufpel.edu.br)

**Resolvam os exercícios!**

