



+66/1/50+

Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →  
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :

BROICET Virgile

Attention à ne pas vous tromper,  
toute erreur invalide la copie !

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

## AMALA A - Deuxième contrôle continu - 28 mars 2023 -

Règlement - L'épreuve dure 60 minutes. Les calculatrices sont interdites et les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Les documents ne sont pas autorisés.

Question 1 Soit  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_4(\mathbb{C})$ . Dans l'espace  $\mathbb{C}^4$ ,

- ☐ A a exactement deux sous-espaces propres et ces sous-espaces sont de dimension 2.  
☐ A a exactement deux sous-espaces propres et ces sous-espaces sont de dimension 1.

- ☐ A a quatre sous-espaces propres de dimension 2.  
☒ A a quatre sous-espaces propres de dimension 1.

Question 2 Soit  $A \in M_5(\mathbb{C})$ . On suppose que A a exactement deux valeurs propres 2 et 3. Alors,

- ☐  $\dim E_2 + \dim E_3 > 5$ .  
☐  $\dim E_2 + \dim E_3 < 5$ .

- ☒  $E_3 \cap E_2 \neq \{0\}$  et  $\dim E_2 + \dim E_3 \leq 5$ .  
☒  $E_2 \cap E_3 = \{0\}$  et  $\dim E_2 + \dim E_3 \leq 5$ .

Question 3 Soit  $A \in M_3(\mathbb{R})$  telle que  $\text{trace}(A) = 0$ ,  $\det(A) = 0$  et 1 est valeur propre de A.

- ☐  $\text{Ker}(A) \neq \{0\}$  et  $\text{Spec}(A) = \{1, -1\}$ .  
☐  $\text{Ker}(A) \neq \{0\}$  et  $\text{Spec}(A) = \{0, 1\}$ .

- ☐  $\text{Ker}(A) = \{0\}$  et  $\text{Spec}(A) = \{0, 1\}$ .  
☒  $\text{Ker}(A) \neq \{0\}$  et  $\text{Spec}(A) = \{0, 1, -1\}$ .

Question 4 Soit A la matrice de  $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$  définie par  $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 4 & 6 \\ 6 & 6 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ .

- ☐ -2 est valeur propre de la matrice A de multiplicité géométrique égale à 1.  
☒ 22 est valeur propre de la matrice A de multiplicité géométrique égale à 1.

- ☐ La matrice A possède exactement trois valeurs propres distinctes.  
☒ La matrice A n'est pas diagonalisable.

Question 5 Soit A une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , avec  $n \geq 2$ , vérifiant  $(A - 31_n)(A - 51_n) = 0$ .

- ☐ La matrice A est inversible et son inverse est  $A^{-1} = \frac{-1}{8}(A - 151_n)$ .  
☐ La matrice A n'est pas inversible

- ☒ La matrice A est inversible et son inverse est  $A^{-1} = \frac{-1}{15}(A - 81_n)$ .  
☐ La matrice A n'est pas diagonalisable.



Question 6 Soit  $A$  une matrice de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , avec  $n \geq 2$ , vérifiant  $(A - 2I_n)(A - 3I_n) = 0$ .

- ☐ La matrice  $A$  n'est pas inversible
- ☒ La matrice  $A$  est inversible et son inverse est  $A^{-1} = \frac{-1}{6}(A - 6I_n)$ .
- ☐ La matrice  $A$  est inversible et son inverse est  $A^{-1} = \frac{-1}{6}(A - 5I_n)$ .
- ☐ La matrice  $A$  n'est pas diagonalisable.

Question 7 Soit  $A$  la matrice de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  définie par  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

- ☒ Le polynôme caractéristique de la matrice  $A$  est  $p_A(x) = -(x-1)^3$
- ☐ Le polynôme minimal de la matrice  $A$  est  $m_A(x) = x-1$
- ☐ La matrice  $A$  est diagonalisable.
- ☐ Le polynôme caractéristique de la matrice  $A$  est  $p_A(x) = -x(x-1)^2$

Question 8 Soit  $A$  la matrice de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  définie par

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 21 & 12 \\ 0 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- ☐ Le polynôme minimal de la matrice  $A$  est  $m_A(x) = (x-22)^2$ .
- ☒ Le polynôme minimal de la matrice  $A$  est  $m_A(x) = x^3$ .
- ☐ Le polynôme minimal de la matrice  $A$  est  $m_A(x) = x^2$ .
- ☐ Le polynôme minimal de la matrice  $A$  est  $m_A(x) = (x-12)^3$ .

Question 9 Considérons la matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  de  $M_3(\mathbb{R})$ . Alors  $A$  admet deux sous-espaces propres  $E_2$  et  $E_3$  et

- ☐  $\dim(E_2) = 1$  et  $\dim(E_3) = 2$ .
- ☐  $\dim(E_2) = \dim(E_3) = 2$ .
- ☒  $\dim(E_2) = \dim(E_3) = 1$ .
- ☐  $\dim(E_2) = 2$  et  $\dim(E_3) = 1$ .

Question 10 Soit  $A$  une matrice de  $M_7(\mathbb{R})$  vérifiant  $(A - 2I_3)(A - 3I_3) = 0$ .

- ☒  $\text{Ker}(A - 3I_3) \oplus \text{Ker}(A - 2I_3) = \mathbb{R}^7$ .
- ☐ La matrice  $A$  n'est pas inversible.
- ☒ La matrice  $A$  n'est pas trigonalisable.
- ☐ La matrice  $A$  n'est pas diagonalisable.