



Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :
BROILLET Virgile

Attention à ne pas vous tromper,
toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	0
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input checked="" type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	4
<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	5
<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	6
<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	7
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	8
<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	9

Statistiques – QCM2 – 30 Novembre 2022

Règlement – L'épreuve dure 30 minutes. Les téléphones, les ordinateurs et les documents sont interdits.
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Les calculatrices sont autorisées.
Toutes les questions, sauf celle sur l'intégrabilité, ont une seule bonne réponse. Le barème est indiqué pour chaque question. Attention, il y a une question de cours pour laquelle une réponse fausse fait perdre un point.

Question 1 [4 points si juste, -1 point si réponse fausse] Soit un échantillon probabiliste $X = (X_1, \dots, X_n)$ (donc en particulier de coordonnées indépendantes) de loi commune normale $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$, soit \bar{X} sa moyenne empirique et $s(X)$ son écart-type empirique ($s(X)^2$ est la variance empirique non-biaisée).

On note comme en cours les fractiles des lois usuelles qu'on trouve dans des tables, c'est-à-dire :

- 1. z_β le fractile de la loi normale standard $\mathcal{N}(0, 1)$ vérifiant $F_{\mathcal{N}(0,1)}(z_\beta) = 1 - \beta$,
- 2. $t(m)_\beta$ le fractile de la loi de Student à m degrés de libertés vérifiant $F_{T_m}(t(m)_\beta) = 1 - \beta$,

La borne inférieure a d'un intervalle de confiance bilatéral $[a, b]$ de niveau de confiance $1 - \alpha$ pour la moyenne théorique m est donné par

<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n)_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n)_\alpha$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n)_{\alpha/2}$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n-1)_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n)_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n-1)_\alpha$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} z_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n)_{\alpha/2}$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n-1)_{\alpha/2}$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n-1)_{\alpha/2}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n-1)_{\alpha/2}$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n-1)_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} z_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n-1)_\alpha$
<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} z_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} t(n)_\alpha$	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} + \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} t(n-1)_{\alpha/2}$
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$a = \bar{X} - \frac{s(X)}{\sqrt{n}} z_\alpha$	<input type="checkbox"/>	Aucune de ces réponses

Question 2 [3 points] Soient N une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(0, 4)$. Calculer, en arrondissant à trois décimales, la probabilité $p = \mathbb{P}(N \geq -1)$.

<input checked="" type="checkbox"/>	$p = 0.692$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.683$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.197$	<input type="checkbox"/>	$p = 1.000$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.308$
<input type="checkbox"/>	$p = 0.841$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.000$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.599$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.401$	<input type="checkbox"/>	$p = 0.383$
<input type="checkbox"/>	$p = 0.500$	<input type="checkbox"/>	Aucune de ces valeurs, j'ai trouvé $p = \dots\dots\dots$ (compléter)						

Question 3 [4 points] Cocher toutes les valeurs de α pour lesquelles l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{t\sqrt{t}}{(1+t)^\alpha} dt$ est convergente (et seulement celles-là) :

<input checked="" type="checkbox"/>	$\alpha = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\alpha = 4$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = 1$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\alpha = \frac{5}{2}$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = \frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = -\frac{1}{2}$
<input type="checkbox"/>	$\alpha = -1$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\alpha = 3$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = \frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = 0$				
<input type="checkbox"/>	Aucune de ces valeurs, l'intégrale est divergente dans tous les cas.										

**Question 4** [4 points]

Soit $c \in \mathbb{R}$. Soit U une variable aléatoire continue de densité g donnée par :

$$g(x) = c\left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{5}x^6\right)1_{[0,1]}(x) = \begin{cases} c\frac{3}{2}x^2 + c\frac{3}{5}x^6 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Calculer l'espérance $E(U)$ de U :

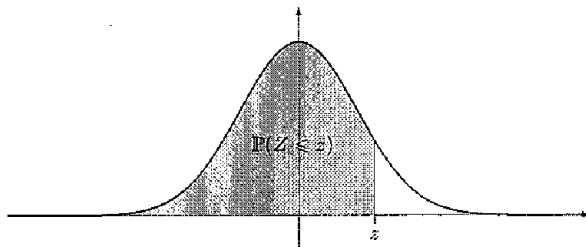
- ☐ $E(U) = \frac{20}{9}$ ☐ $E(U) = 0$ ☐ $E(U) = \frac{82}{63}$ ☐ $E(U) = \frac{41}{70}$ ☐ $E(U) = \frac{301}{246}$
☐ $E(U) = 1$ ☒ $E(U) = \frac{9}{20}$ ☐ $E(U) = \frac{70}{41}$ ☐ $E(U) = \frac{246}{301}$ ☒ $E(U) = \frac{63}{82}$
☐ Aucune de ces valeurs, j'ai trouvé $E(U) = \dots\dots\dots$ (compléter)

Question 5 [5 points] On suppose que le poids d'un nouveau né est (approximativement) une variable normale de loi $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ de variance théorique connue valant 0.160. Le poids moyen empirique des 9 enfants nés au mois de janvier 2004 dans l'hôpital de Charleville-Mézières a été de 3.5kg.

Déterminer les bornes du meilleur intervalle de confiance bilatéral $[a, b]$ au niveau de confiance 96% pour le poids moyen d'un nouveau né dans cet hôpital. (On gardera 3 décimales).

- ☐ $a = 3.266$ ☐ $a = 3.5$ ☐ $a = 3.221$ ☐ $a = 3.173$ ☐ $a = 3.216$
☐ $a = 3.372$ ☐ $a = 3.160$ ☒ $a = 3.226$ ☒ $a = 3.393$
☐ Aucune de ces réponses ne convient, j'ai trouvé $a = \dots\dots\dots$ (compléter)
- ☐ $b = 3.628$ ☒ $b = 3.607$ ☒ $b = 3.774$ ☐ $b = 3.840$ ☐ $b = 3.784$
☐ $b = 3.827$ ☐ $b = 3.779$ ☐ $b = 3.734$ ☐ $b = 3.5$
☐ Aucune de ces réponses ne convient, j'ai trouvé $b = \dots\dots\dots$ (compléter)

Fonction de répartition $F(z) = P(Z \leq z)$ de la loi normale centrée réduite



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.519	0.523	0.527	0.531	0.535
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

z	0.90	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.994	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.996	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.998	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Fractiles des lois normales et de Student (notations du cours rappelés à la question 1)

β	0.2	.1	0.05	0.04	0.03	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
$t(8)_\beta$	0.889	1.397	1.860	2.004	2.189	2.306	2.449	2.896	3.355	5.041
$t(9)_\beta$	0.883	1.383	1.833	1.973	2.150	2.262	2.398	2.821	3.250	4.781
$t(10)_\beta$	0.879	1.372	1.812	1.948	2.120	2.228	2.359	2.764	3.169	4.587
z_β	0.842	1.282	1.645	1.751	1.881	1.960	2.054	2.326	2.576	3.291