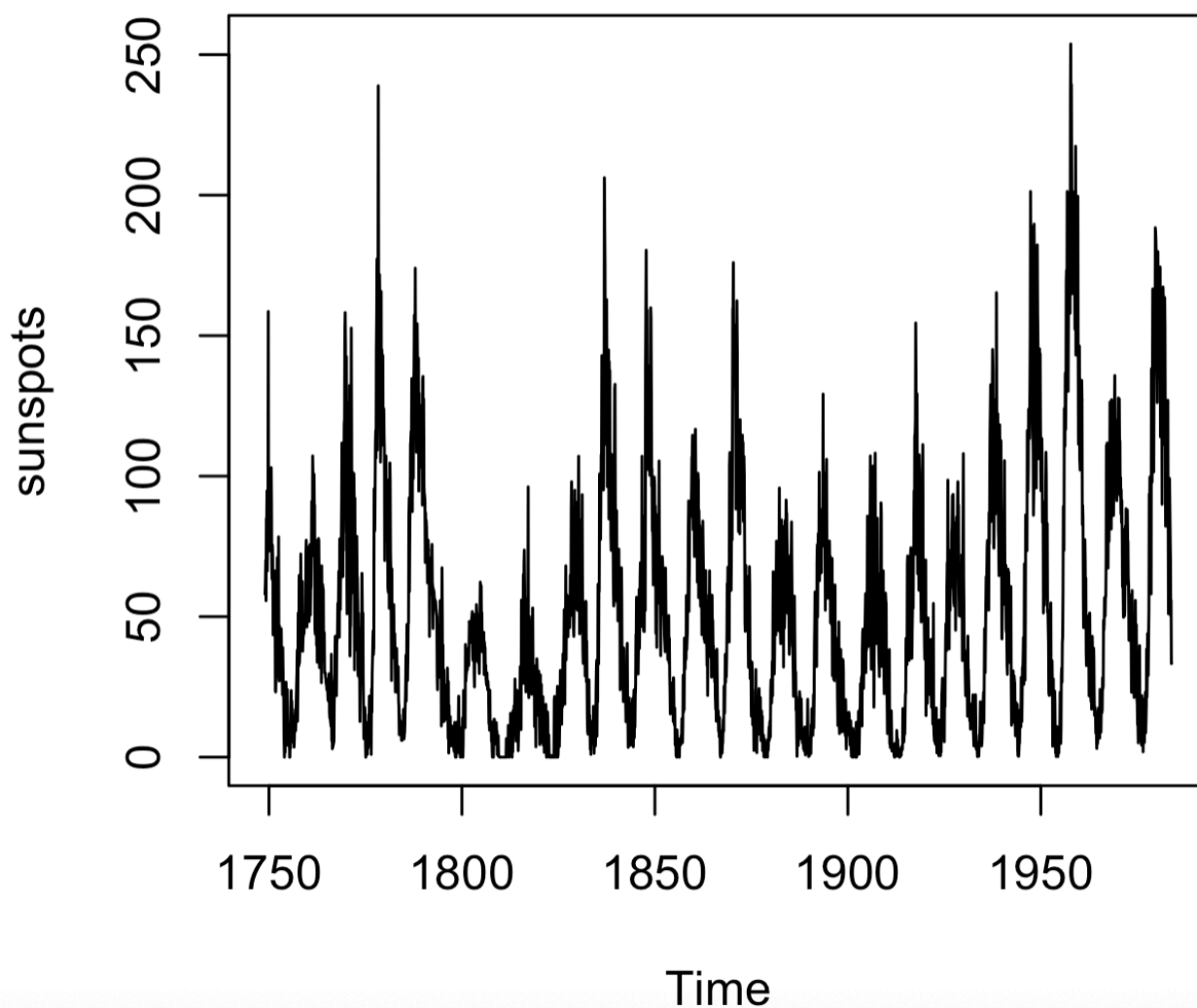


## sunspots

Costruiamo ora un modello per la serie storica mensile del numero di macchie solari. Il modello che vogliamo è composto da un random walk integrato, una stagionalità mensile a dummy stocastiche, un ciclo stocastico e un rumore bianco.

```
data("sunspots")  
plot(sunspots)
```



```
modello3 <- SSMModel(sunspots~0+SSMtrend(2, list(0, NA))+  
  SSMcycle(11, NA)+  
  SSMseasonal(12, NA, "dummy"),  
  H = NA)  
  
updtfn <- function(pars, model) {  
  model$Q[2, 2, 1] <- exp(pars[1])  
  model$Q[3, 3, 1] <- exp(pars[2])  
  model$Q[4, 4, 1] <- model$Q[5, 5, 1] <- exp(pars[3])  
  model$H[1, 1, 1] <- exp(pars[4])  
  rho <- 1/(1+exp(-pars[5]))  
}
```

```

cperiod <- 24 + 156/(1+exp(-pars[6]))
lambda <- 2*pi/cperiod
model$T[14, 14, 1] <- model$T[15, 15, 1] <- rho*cos(lambda)
model$T[15, 14, 1] <- -rho*sin(lambda)
model$T[14, 15, 1] <- rho*sin(lambda)
model
}

fit3 <- fitSSM(modello3, c(-1, 2, 5, 5, 2, 0.81), updtfn)

cat("period =", 24 + 156/(1+exp(-fit3$optim.out$par[6])))

## period = 144.0089

cat("rho =", 1/(1+exp(-fit3$optim.out$par[5])))
## rho = 0.9999996

```

Osserviamo che  $\text{logit}(\rho)$  è una trasformazione di periodo che garantisce che il parametro stia tra 2 e 15 anni.

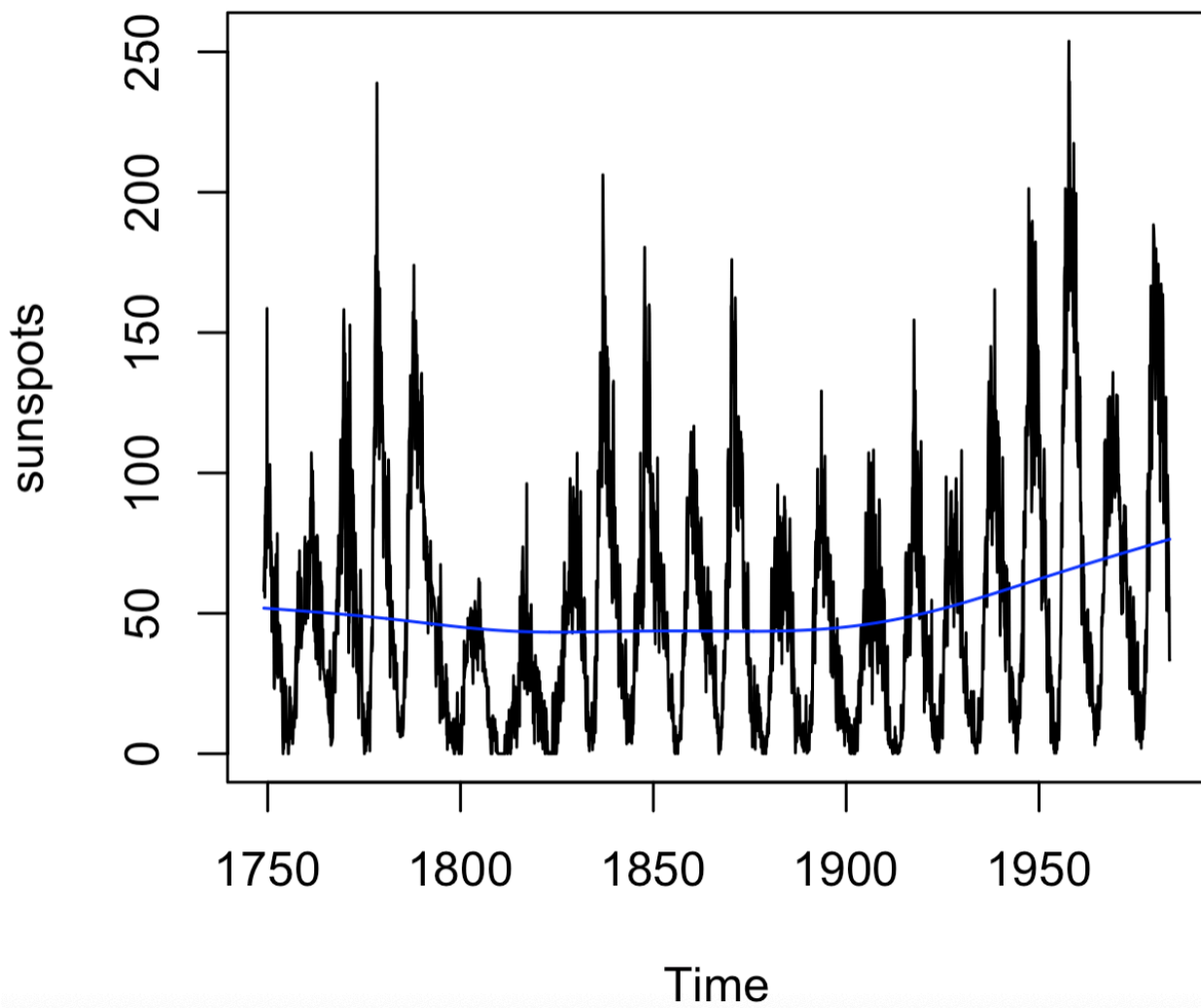
Il ciclo è molto persistente e ha una periodicità media di circa  $144/12 = 12$  anni. Vediamo le componenti.

```

smo3 <- KFS(fit3$model, smoothing = "state")
plot(sunspots, main = "Sunspots & level")
lines(smo3$alphahat[, 1], col = "blue")

```

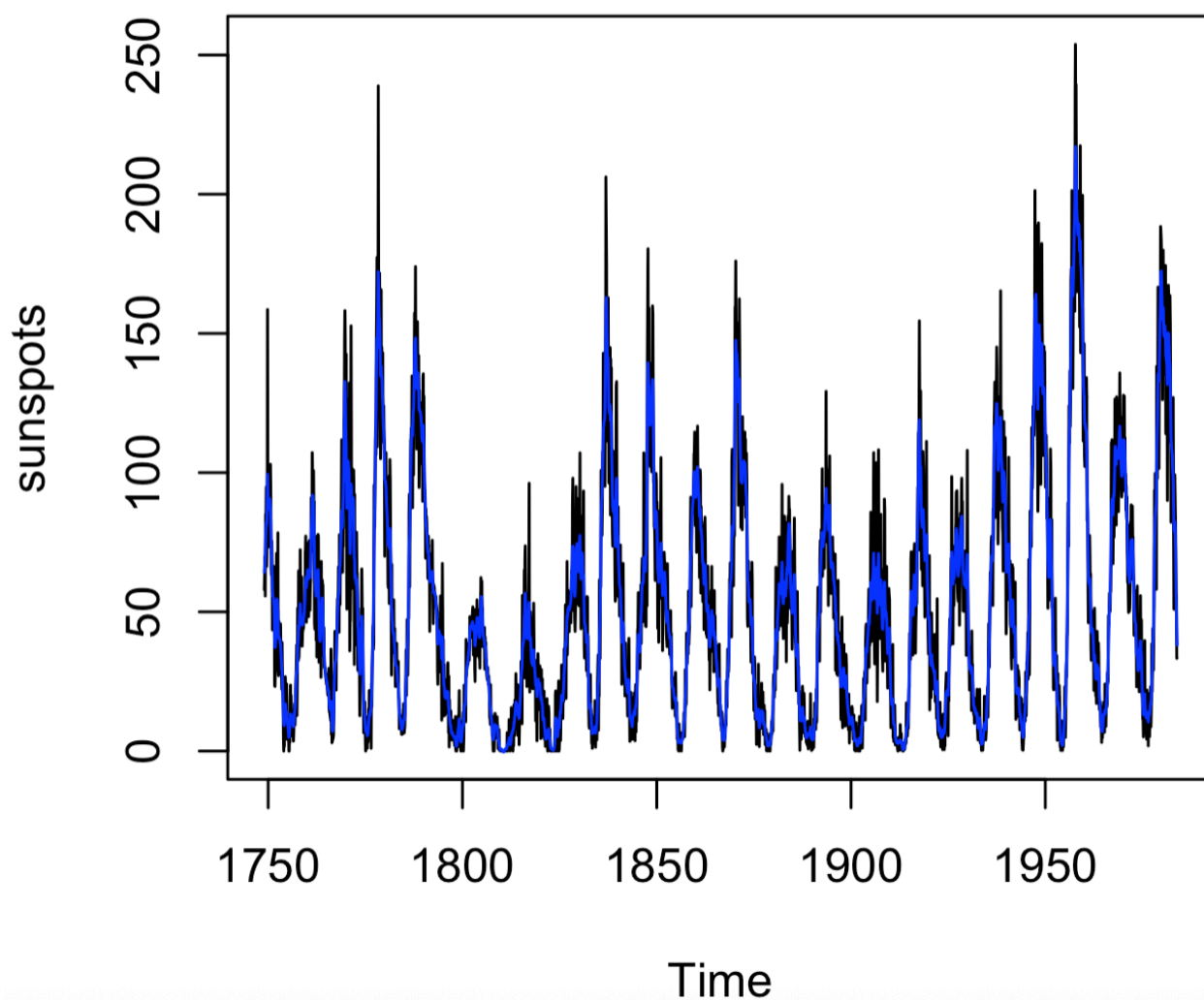
## Sunspots & level



Aggiungengo anche il ciclo:

```
plot(sunspots, main = "Sunspots & level + cycle")
lines(smo3$alphahat[, "level"] + smo3$alphahat[, "cycle"], col = "blue")
```

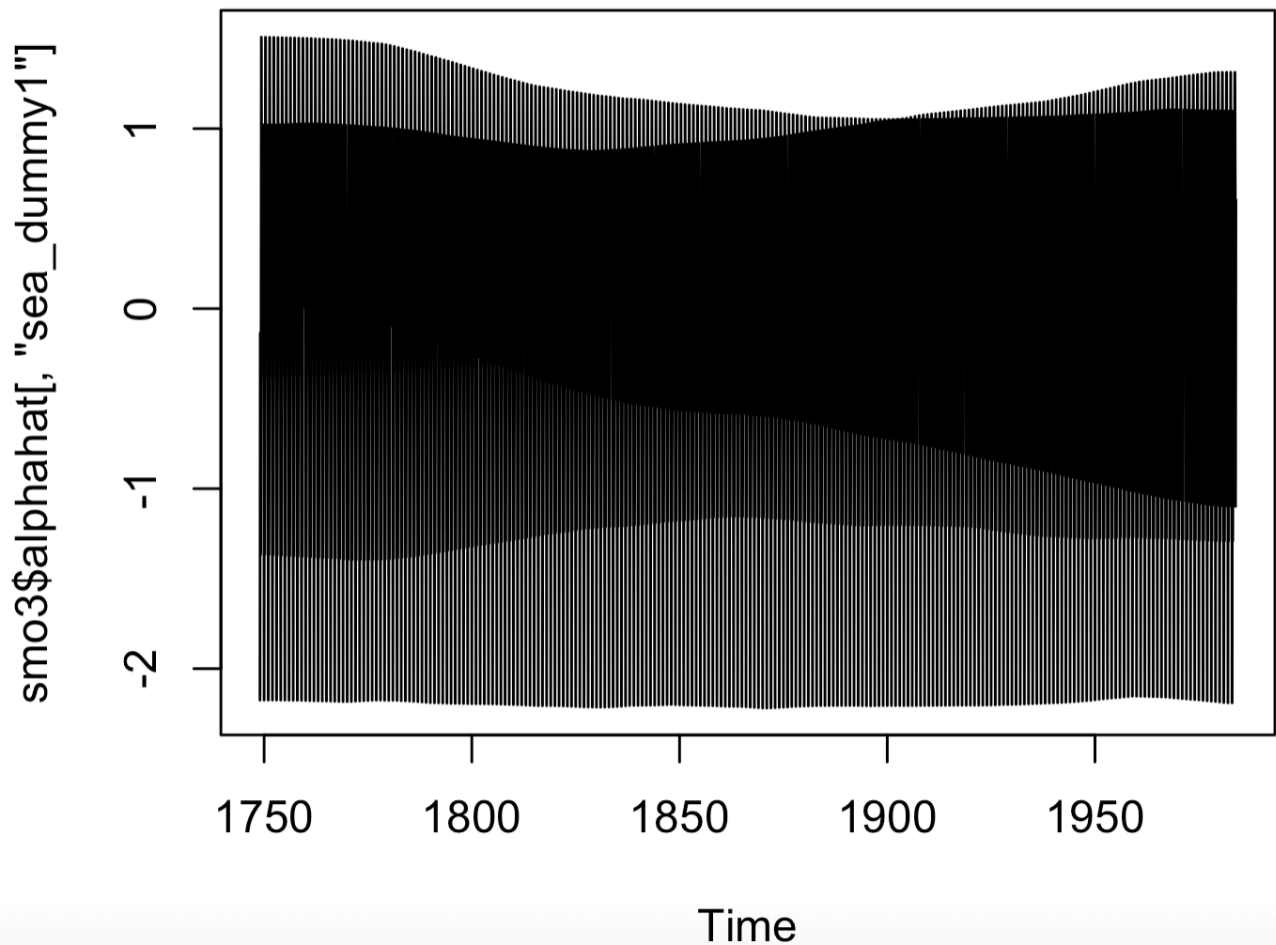
## Sunspots & level + cycle



mentre la componente stagionale:

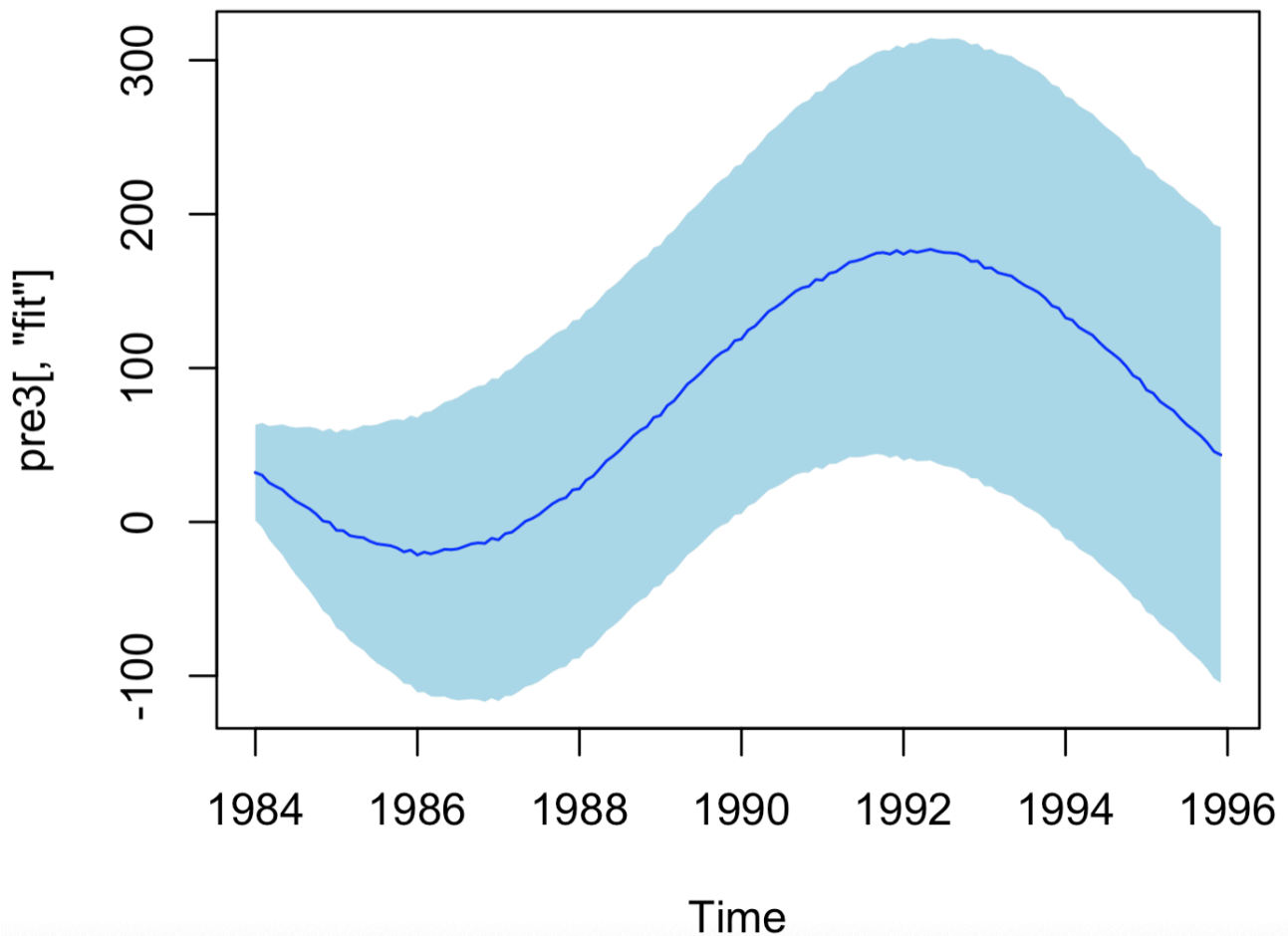
```
plot(smo3$alphahat[, "sea_dummy1"], main = "Seasonal component")
```

## Seasonal component



Per fare previsioni possiamo usare la funzione `predict()`.

```
pre3 <- predict(fit3$model, n.ahead = 144, interval = "prediction")
plot(pre3[, "fit"], ylim = c(min(pre3), max(pre3)))
polygon(c(time(pre3), rev(time(pre3))), c(pre3[, "lwr"], rev(pre3[, "upr"])),
col = "lightblue", border = FALSE)
lines(pre3[, "fit"], col = "blue")
```



Il risultato è un intervallo di valori entro cui, con un certo livello di confidenza, ci aspettiamo che la serie futura si collochi, tenendo conto dell'incertezza sia delle componenti latenti sia del rumore di osservazione.

Grazie alla formulazione state space e al filtro di Kalman, la previsione è rigorosamente ottimale nel senso di errore quadratico medio, e riflette dinamicamente la struttura complessa del modello (trend, stagionalità e ciclo). Questo consente di anticipare cambiamenti ciclici e stagionali, offrendo strumenti preziosi per analisi di lungo periodo e pianificazione.