

Technická univerzita v Košiciach  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Katedra elektrotechniky a mechatroniky

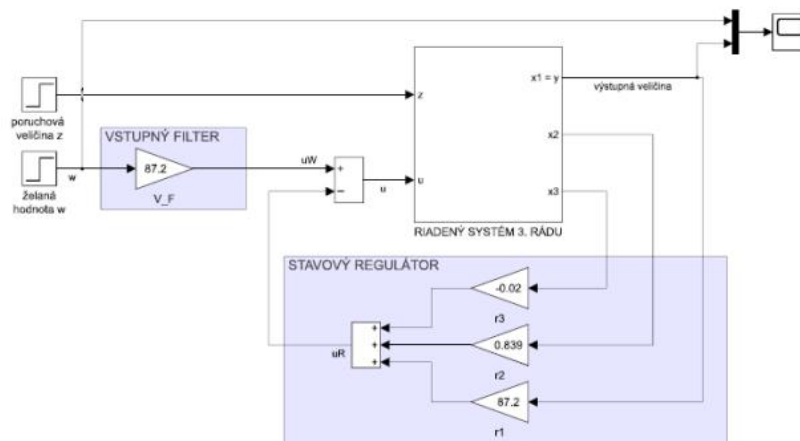
## **Regulácia rýchlosti jednosmerného cudzo–budeného motora**

## Zadanie:

1. **Úloha** - Zostaviť stavový opis - regulácia rýchlosti JSCB výstupná veličina je rýchlosť motora.
2. **Úloha** - Navrhnuť regulátor - navrhnete stavový regulátor s integračným členom pre prechod OS = 30 % a dobu regulácie  $t_r = 1$  s.
3. **Úloha** – Navrhnete Luenbergerov pozorovateľ bez pozorovania poruchy.

## Pokyny k 1. zadaniu z predmetu SERVOPOHONY

- zadanie musí byť spracované v písomnej forme, postačuje jedno vytlačené zadanie odovzdané za dvojicu, zadanie je potrebné odovzdať v termíne, ktorý vám určí váš cvičiaci.
- zostavte 3 rôzne modely v Simulinku podľa úloh v zadaní a k nim zostavte jeden spoločný m-file s parametrami motora, príslušnými maticami a výpočtami. V skripte naprogramujte všetky potrebné výpočty pre danú úlohu tak, aby sa po zmene želaného správania sa systému celý skript automaticky prepočítaval.
- pre každý model sa musí v zadaní nachádzať osobitný obrázok tak, aby bolo jasné, čo sa v úlohe rieši, napr. nejak takto:



Obrázok musí byť očíslovaný, musí mať názov.

- každý obrázok musí byť očíslovaný, mať názov a musí byť v texte okomentovaný
- pre **1. úlohu** vykreslite odozvy všetkých stavových veličín na vhodný skok (napr. na 1 otáčku, alebo na 1000 rpm) vstupnej veličiny a záťažného momentu.
- pre **2. úlohu** vykreslite priebeh želanej a regulovanej veličiny a vyznačte na obr. dobu regulácie a prechod, doplňte priebeh bez vstupného filtra a so vstupným filtrom, doplňte každý priebeh, ktorý pokladáte za dôležitý
- v **3. úlohe** dajte všetky potrebné priebehy, ktoré budú ukazovať, že váš návrh je správny.
- priebehy rozťahnuť po časovej osi tak, aby bolo možné dobre odčítať dynamiku nábehu a stručne okomentovať to, čo ukazujú priebehy.

- do pdf-ka pre odovzdanie ku každej úlohe treba uviesť podrobný výpočet, všetky potrebné matice, a potom slovne vysvetliť ako ste postupovali, uviesť dosadenie do vzorca, dôležité medzivýsledky a konečné vyčíslenie matic, regulátorov atď.
- v závere zhodnotiť či a prečo je návrh správny, t.j. či sa dosiahla doba regulácie, či sa vyreguluje porucha, alebo či pozorovateľ správne pozoruje – podľa toho čo obsahuje vaše zadanie.
- parametre JSCB a PMDC motorov sú dostupné v systéme MOODLE.

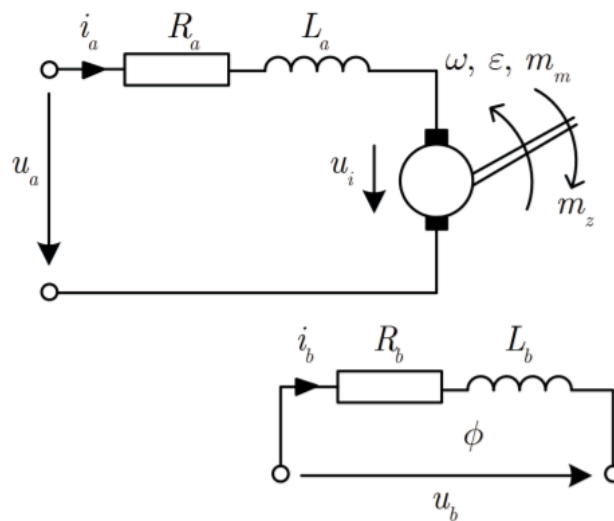
### Parametre motora a fyzikálne jednotky:

$U_N = 420 \text{ V}$ ,  $n_N = 1410 \text{ ot/min}$ ,  $P_N = 19,5 \text{ kW}$ ,  $M_N = 132 \text{ Nm}$ ,  
 $J_M = 0,29 \text{ kgm}^2$ ,  $J_C = 2,32 \text{ kgm}^2$ ,  $I_N = 52 \text{ A}$ ,  $R_a = 0,522 \Omega$ ,  
 $L_a = 8,10 \text{ mH}$ ,  $K_{TM} = 100 \text{ V/V}$ ,  $T_{TM} = 5 \text{ ms}$ .

### Úvod - Jednosmerný cudzobudený motor

#### Diferenciálne rovnice JCBM s konštantným budením

Schéma vnútorného zapojenia statora a rotora, je na obrázku (1.1). Pri písaní diferenciálnych rovníc vychádzame z daných schém. Rovnice si najprv napíšeme v diferenciálnom tvare a potom prevedieme pomocou Laplaceovej transformácie na požadovaný tvar.



Obr. 1 Schéma vnútorného zapojenia statora a rotora JCBM

Pred zostrojením modelu JCBM potrebujeme vypočítať magnetický tok.

Poznáme rovnice pre stator:

$$U_b = R_b I_b + L_b \frac{di_b}{dt} \quad [1]$$

$$U_b(s) = R_b I_b(s) + L_b \frac{dI_b(s)}{dt} \quad [2]$$

$$\phi_b = N_b \lambda I_b(s) = L_p I_b(s) \quad [3]$$

$$L_b = N_b \lambda = \text{konšt} \quad [4]$$

Taktiež poznáme rovnice pre rotor:

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + u_i \quad [5] \quad , \text{ kde } \quad u_i = c\phi\omega \quad [6]$$

$$\text{Z toho platí, že magnetický tok je} \quad c\phi = \frac{u_a - R_a i_a}{\omega} \quad [7]$$

Na zostrojenie nášho modelu JCBM potrebujeme štyri diferenciálne rovnice, ktoré sú zobrazené v Laplaceovej forme nasledovne:

$$1. \quad U_a(s) = R_a I_a(s) + sL_a I_a(s) + U_i(s) \quad [8]$$

$$2. \quad U_i(s) = c\phi\omega(s) \quad [9]$$

$$3. \quad M_m(s) = c\phi I_a(s) \quad [10]$$

$$4. \quad M_m(s) - M_z = Js\omega(s) \quad [11]$$

## Úloha 1. – Stavové veličiny jednosmerného cudzobudeného motora

Uhlová rýchlosť jednosmerného cudzobudeného motora:

$$\omega_N = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_N}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1410}{60} = 147,6 \text{ [rad/s]} \quad [1.12]$$

Magnetický tok:

$$c\phi = \frac{U_a - R_a I_a}{\omega_N} = \frac{420 - 0,52 \cdot 52}{147,65} = 2,66 \quad [1.13]$$

Regulácia rýchlosti JCBM je v stavovom opise ako systém 2. radu. Ako vstupná veličina je napätie kotvy motora. Do motora nám vstupuje ako porucha zaťažný moment motora. Ako výstupná veličina je uhlová rýchlosť.

$$\text{Vstup:} \quad U_a = u \quad [1.14] \quad x_1 = \omega_N \quad [1.17]$$

$$\text{Porucha:} \quad M_z = z \quad [1.15] \quad x_2 = I_a \quad [1.18]$$

$$\text{Výstup:} \quad \omega_N = y \quad [1.16] \quad y = x_1 = \omega_N \quad [1.19]$$

Prvú stavovú veličinu - uhlovú rýchlosť si vyjadríme z nasledujúceho vzťahu:

$$\frac{d\omega_N}{dt} = \frac{1}{J} M_m - \frac{1}{J} M_z \quad , \text{ kde } \quad M_m = c\phi \cdot I_a \quad [1.20]$$

$$sX_1 = \frac{c\phi}{J} X_2 - \frac{1}{J} z \quad [1.21]$$

Ako druhú stavovú veličinu - prúd kotvy motora si vyjadríme z nasledujúceho vzťahu:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{U_a}{L_a} - \frac{R_a \cdot I_a}{L_a} - \frac{u_i}{L_a} \quad [1.22]$$

$$sX_2 = \frac{1}{L_a} u - \frac{R_a}{L_a} X_2 - \frac{c\phi}{L_a} X_1 \quad [1.23]$$

Náš systém si v Simulinku namodelujeme pomocou nasledujúcich vzťahov a matíc.

$$sX = A \cdot x + b \cdot u + e \cdot z \quad [1.24]$$

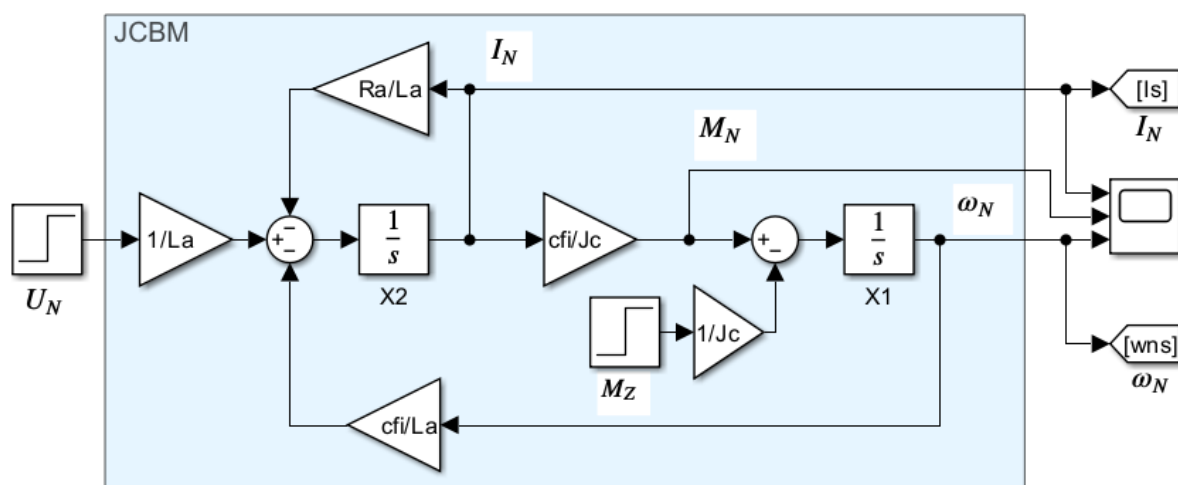
$$y = c^T \cdot x + D \cdot u \quad [1.25]$$

Stavové matice systému sú  $A, b, c^T$  vyjadrené podľa vzorca (1.24).

$$\begin{bmatrix} sX_1 \\ sX_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J} \\ -\frac{c\phi}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot z \quad [1.26]$$

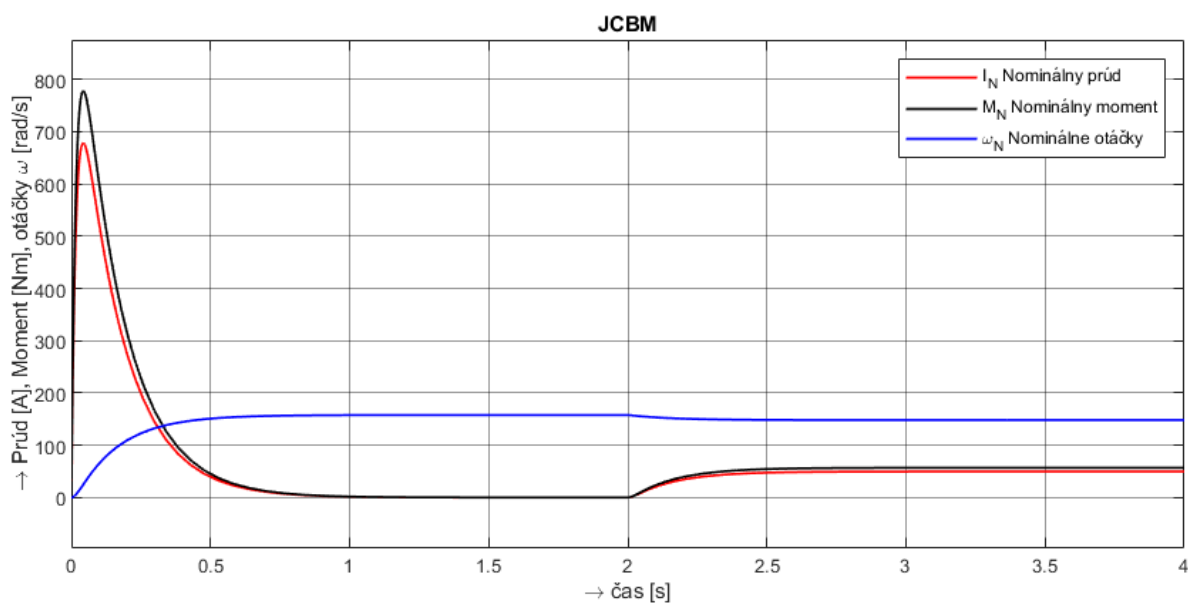
$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u \quad [1.27]$$

Na nasledujúcom obrázku je znázornená bloková schéma JCBM v programe Simulink s vyznačeným vstupom, výstupom a poruchy.



Obr. 1.1 Bloková schéma JCBM

Výstupné veličiny JCBM sú znázornené na nasledujúcom obrázku. Zaťaženie motora je v čase  $t = 2s$  zaťažným momentom, ktorý je rovný momentu nominálnemu.  $M_z = M_N$ .



Obr. 1.2 Výsledné priebehy JCBM

## Úloha 2. – Stavový regulátor s integračným členom

Pred samotným návrhom regulátora si musíme najprv overiť či je systém riaditeľný. Nutná a postačujúca podmienka pre riaditeľnosť SISO systému je ,aby matica riaditeľnosti  $Q_R$  mala hodnotu  $h = n$ . V skratke postačuje, aby determinant matice  $Q_R$  bol nenulový.

$$h(Q_R) = n \quad \det(Q_R) \neq 0 \quad [2.1]$$

$$Q_R = [b \quad Ab] \quad [2.2]$$

$$Ab = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J_c} \\ -\frac{c\phi}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c\phi}{J_c L_a} \\ -\frac{R_a}{L_a^2} \end{bmatrix} \quad [2.3]$$

$$\det(Q_R) = \begin{vmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J_c L_a} \\ \frac{1}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a^2} \end{vmatrix} = -\left(\frac{1}{L_a} \cdot \left(\frac{c\phi}{J_c L_a}\right)\right) = -\frac{c\phi}{J_c L_a^2} \quad [2.4]$$

$$\det(Q_R) = \begin{bmatrix} 0 & 141,6 \\ 123,5 & -7956 \end{bmatrix} = -141,6 \cdot 123,5 = -17479 \quad [2.5]$$

### Kompenzácia nemerateľnej poruchy integračným členom

Pre potlačenie vplyvu konštantnej alebo pomaly sa meniacej poruchy sa do regulátora pridá navyše integračný člen. Nulovú ustálenú odchýlku výstupnej veličiny zabezpečí integračný člen. Odvodenie stavového opisu s regulátorom:

$$sX = A \cdot x + b \cdot u + e \cdot z \quad [2.6] \quad , \text{kde} \quad u = v - r^T x \quad [2.7]$$

$$r^T = [r_1 \quad r_2] \quad [2.8]$$

Dosadíme za u:

$$sX = A \cdot x + b \cdot (v - r^T x) + e \cdot z \quad [2.9]$$

$$sv = K_i(U_w - c^T x) \quad [2.10]$$

Kde je nová stavová veličina  $v$  - výstup integrátora a  $K_i$  je zosilnenie integrátora. Vstup integrátora je vlastne regulačná odchýlka  $U_w - c^T x$ . Maticový zápis je:

$$\begin{bmatrix} sX \\ sV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - br^T & b \\ -K_i c^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_i \end{bmatrix} \cdot w + \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix} \cdot z \quad [2.11]$$

$$y = [c^T \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} X \\ V \end{bmatrix} \quad [2.12]$$

Získame novú maticu „A“ a nový vstup „b“:

$$A = \begin{bmatrix} A - br^T & b \\ -K_i c^T & 0 \end{bmatrix} \quad [2.13] \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ K_i \end{bmatrix} \cdot w \quad [2.14]$$

$$br^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \cdot [r_1 \quad r_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R_1 & R_2 \\ L_a & L_a \end{bmatrix} \quad [2.15]$$

$$A - br^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J} \\ -\frac{c\phi}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{R_1}{L_a} & \frac{R_2}{L_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J} \\ -\left(\frac{c\phi + R_1}{L_a}\right) & -\left(\frac{R_a + R_2}{L_a}\right) \end{bmatrix} \quad [2.16]$$

$$-K_i c^T = -K_i \cdot [1 \ 0] = [-K_i \ 0] \quad [2.17]$$

Nová matica nadobudne nasledujúci tvar: [2.18].

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J} & 0 \\ -\left(\frac{c\phi + R_1}{L_a}\right) & -\left(\frac{R_a + R_2}{L_a}\right) & \frac{1}{L_a} \\ -K_i & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1,15 & 0 \\ -(123,5r_1 + 328,5) & -(123,5r_2 + 64,4) & 123,5 \\ -K_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$sI = s \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} \quad [2.19]$$

Zmenila sa matica systému A, teda zmenili sa aj vlastné hodnoty matice a skutočný charakteristický polynóm. Ďalej zostavíme skutočný charakteristický polynóm (SCHP) podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\det(sI - A) = s^3 + 123,5r_2s^2 + (141,6r_1 + 376,7)s + 141,6K_i \quad [2.20]$$

Na základe želanej doby regulácie, prekmitu, tlmenia atď. získame póly systému:

$$\text{SCHP } f_0 = 141,6K_i \quad [2.21]$$

$$\text{SCHP } f_1 = 141,6r_1 + 376,7 \quad [2.22]$$

$$\text{SCHP } f_2 = 123,5r_2 \quad [2.23]$$

Ďalej zostavíme želaný charakteristický polynóm (ZCHP):

Podľa zadania prekmit OS je 30 % a doba regulácie  $t_r = 1$  s. Tlmenie „d“ vyjadríme z upraveného vzorca:

$$d = \frac{\ln \left( \frac{OS}{100} \right)^2}{\sqrt{\pi^2 + \ln \left( \frac{OS}{100} \right)^2}} = \frac{\ln \left( \frac{30}{100} \right)^2}{\sqrt{\pi^2 + \ln \left( \frac{30}{100} \right)^2}} = 0,36 \quad [2.24]$$

Zosilnenie  $\alpha = 5$ .

**Želaný charakteristický polynóm pre 2% rozmedzie:**

Výpočet vlastnej frekvencie pre 2% rozmedzie:

$$\omega_0 = \frac{4}{d \cdot t_r} = \frac{4}{0,36 \cdot 1} = 11,2 \text{ rad/s} \quad [2.25]$$

Z umiestnených pólov zostavíme póly systému:

$$s_1 = -d \cdot \omega_0 + j \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1 - d^2} = -0,36 \cdot 11,2 + j \cdot 11,2 \cdot \sqrt{1 - 0,36^2} = -4 + j \cdot 10,4 \quad [2.26]$$

$$s_2 = -d \cdot \omega_0 - j \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1 - d^2} = -0,36 \cdot 11,2 - j \cdot 11,2 \cdot \sqrt{1 - 0,36^2} = -4 - j \cdot 10,4 \quad [2.27]$$

$$s_3 = \alpha \cdot (-d \cdot \omega_0) = 5 \cdot (-0,36 \cdot 11,2) = -20 \quad [2.28]$$

$$ZCHP = (s - s_1) \cdot (s - s_2) \cdot (s - s_3) = (s + 4 - j10,4) \cdot (s + 4 + j10,4) \cdot (s + 20) \quad [2.29]$$

$$ZCHP = s^3 + 28s^2 + 284,9s + 2498,8 \quad [2.30]$$

Výsledné koeficienty sú:

$$ZCHP \quad f_0 = 2498,8 \quad [2.31]$$

$$ZCHP \quad f_1 = 284,9 \quad [2.32]$$

$$ZCHP \quad f_2 = 28 \quad [2.33]$$

Porovnáme ZCHP a SCHP pri rovnakých mocninách koeficientu „s“:

$$2498,8 = 141,6K_i \quad K_i = 17,65 \quad [2.34]$$

$$284,9 = 141,6r_1 + 376,7 \quad r_1 = -0,648 \quad [2.35]$$

$$28 = 123,5r_2 \quad r_2 = -0,295 \quad [2.36]$$

### Želaný charakteristický polynóm pre 5% rozmedzie:

Výpočet vlastnej frekvencie pre 5% rozmedzie:

$$\omega_0 = \frac{1}{d \cdot t_r} \cdot (3 - 0,5 \cdot \ln(1 - d^2)) = \frac{1}{0,36 \cdot 1} \cdot (3 - 0,5 \cdot \ln(1 - 0,36^2)) = 8,57 \text{ rad/s} \quad [2.37]$$

Z umiestnených pólov zostavíme poly systému:

$$s_1 = -d \cdot \omega_0 + j \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1 - d^2} = -0,36 \cdot 8,57 + j \cdot 8,57 \cdot \sqrt{1 - 0,36^2} = -3 + j \cdot 8 \quad [2.38]$$

$$s_2 = -d \cdot \omega_0 - j \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1 - d^2} = -0,36 \cdot 8,57 - j \cdot 8,57 \cdot \sqrt{1 - 0,36^2} = -3 - j \cdot 8 \quad [2.39]$$

$$s_3 = \alpha \cdot (-d \cdot \omega_0) = 5 \cdot (-0,36 \cdot 8,57) = -15,34 \quad [2.40]$$

$$ZCHP = (s - s_1) \cdot (s - s_2) \cdot (s - s_3) = (s + 3 - j8) \cdot (s + 3 + j8) \cdot (s + 15,34) \quad [2.41]$$

$$ZCHP = s^3 + 21,5s^2 + 167,7s + 1128,1 \quad [2.42]$$

Výsledné koeficienty sú:

$$ZCHP \quad f_0 = 1128,1 \quad [2.43]$$

$$ZCHP \quad f_1 = 167,7 \quad [2.44]$$

$$ZCHP \quad f_2 = 21,5 \quad [2.45]$$

Porovnáme ZCHP a SCHP pri rovnakých mocninách koeficientu „s“:

$$1128,1 = 141,6K_i \quad K_i = 7,97 \quad [2.46]$$

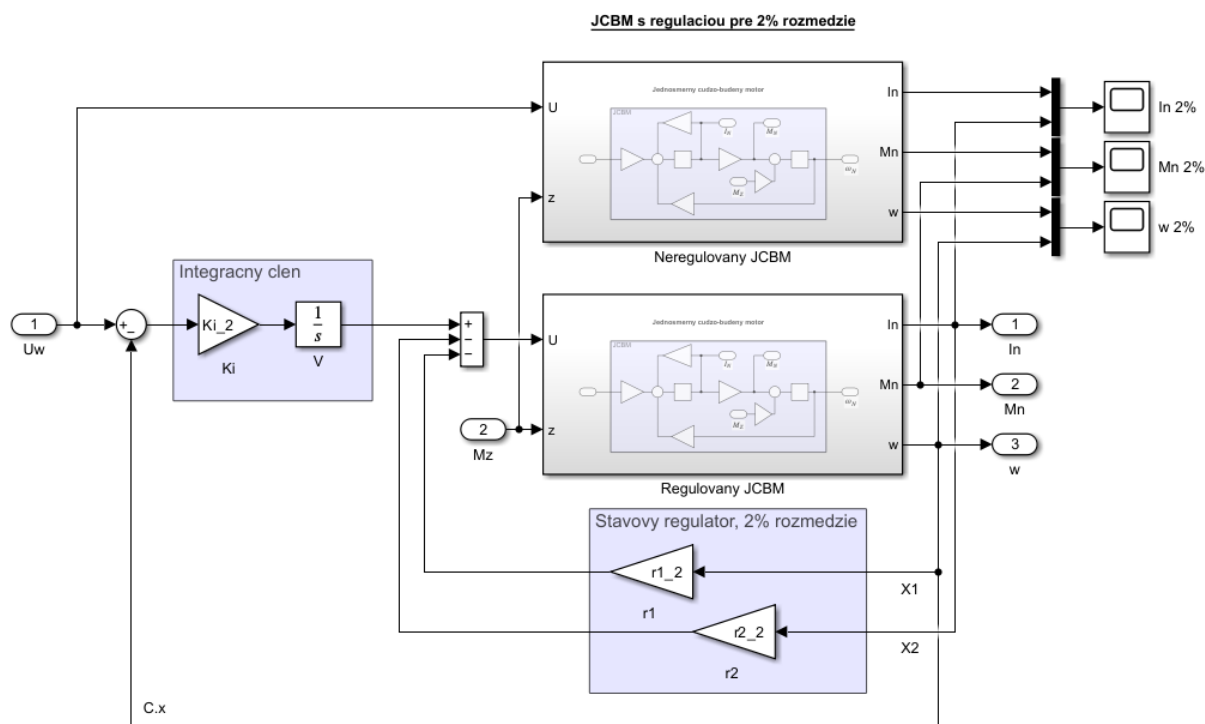
$$167,7 = 141,6r_1 + 376,7 \quad r_1 = -1,48 \quad [2.47]$$

$$21,5 = 123,5r_2 \quad r_2 = -0,35 \quad [2.48]$$



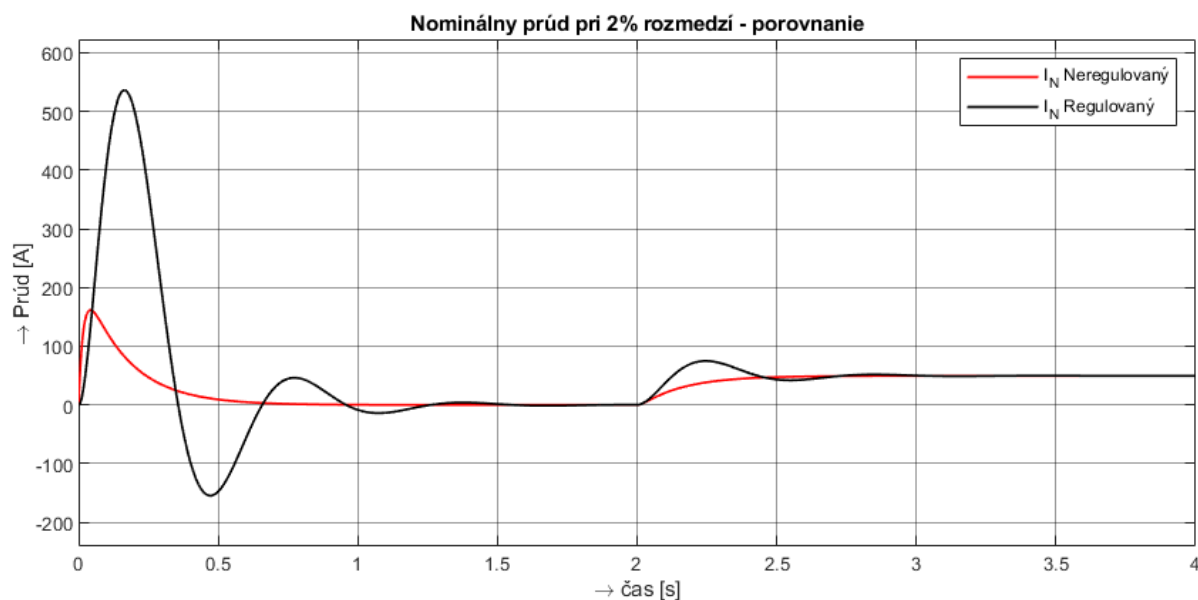
## Návrh blokovej schémy.

V Simulinku zostavíme nasledujúci model podľa rovníc vypočítaných pre 2% rozmedzie vlastnej frekvencie.



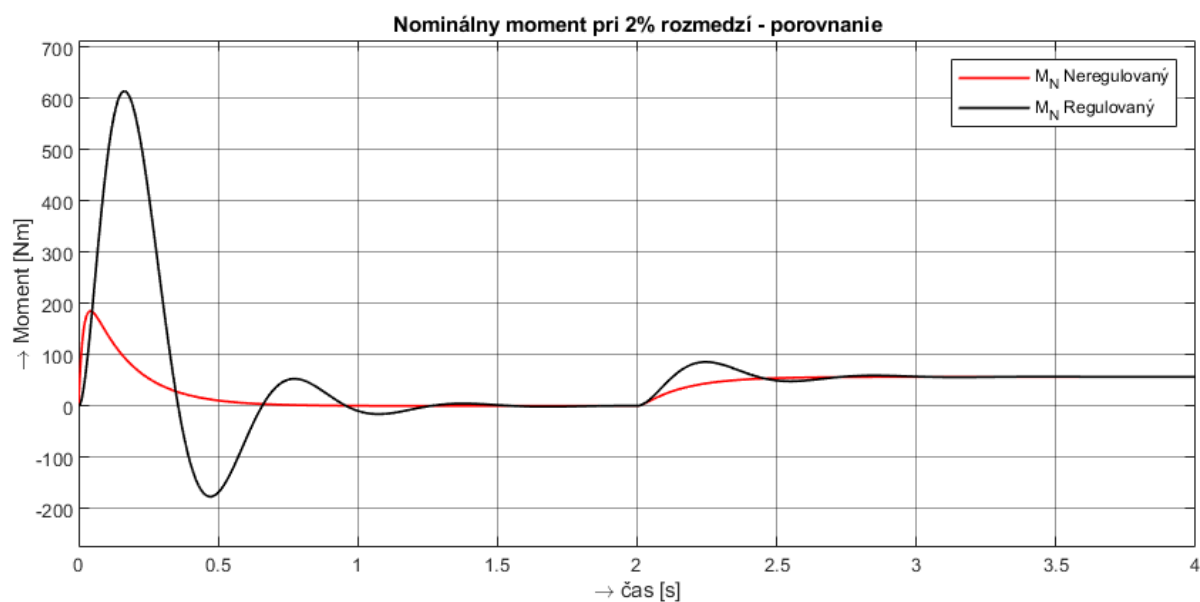
Obr. 2.1 Bloková schéma JCBM s reguláciou pre 2% rozmedzie

Nasledujúce obrázky znázorňujú výsledné priebehy výpočtov pre 2% rozmedzie vlastnej frekvencie. Nominálny prúd pri 2% rozmedzí v porovnaní s regulovaným prúdom:



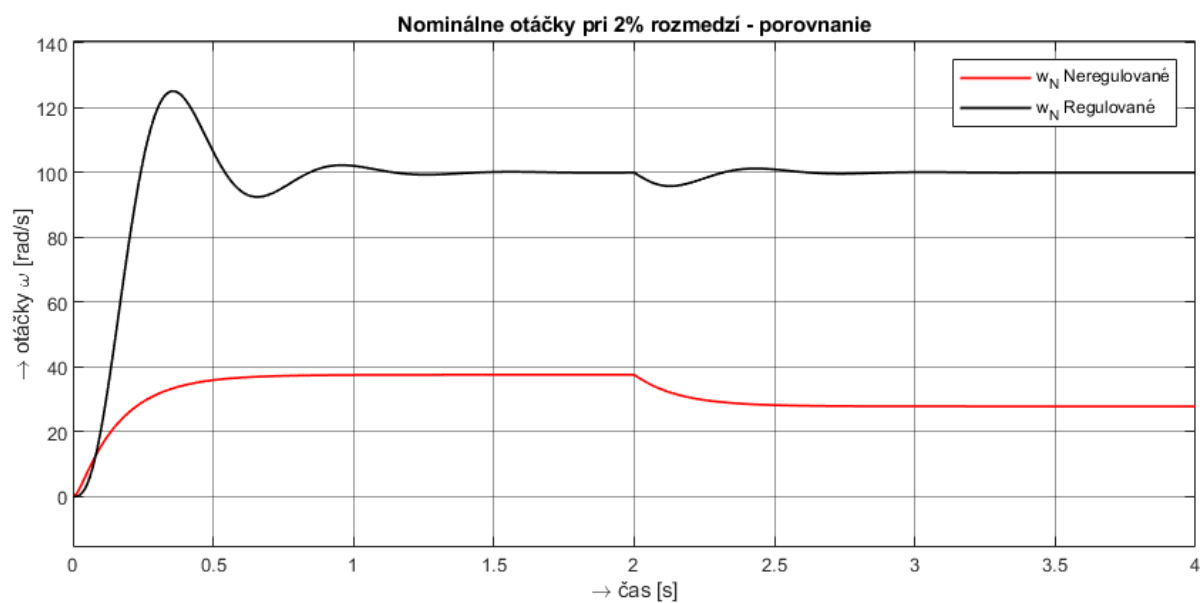
Obr. 2.2 Porovnanie nominálneho prúdu pri 2% rozmedzí

Nominálny moment pri 2% rozmedzí v porovnaní s regulovaným momentom:



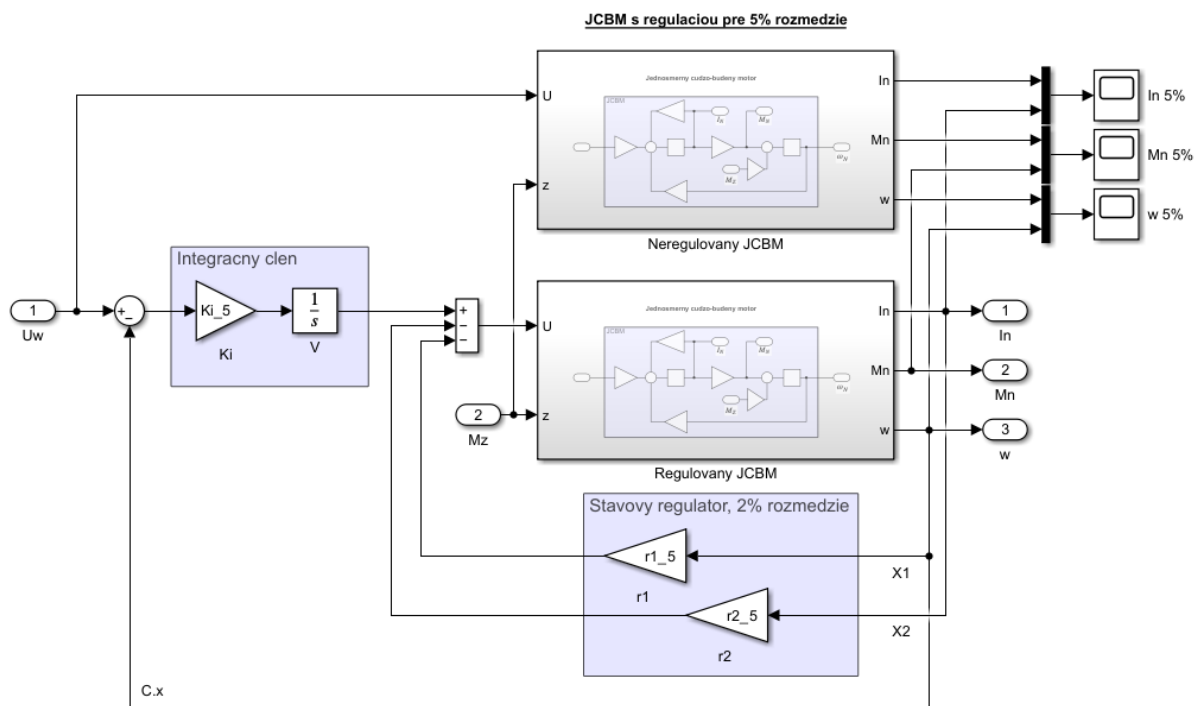
Obr. 2.3 Porovnanie nominálneho momentu pri 2% rozmedzí

Nominálne otáčky pri 2% rozmedzí v porovnaní s regulovanými otáčkami:



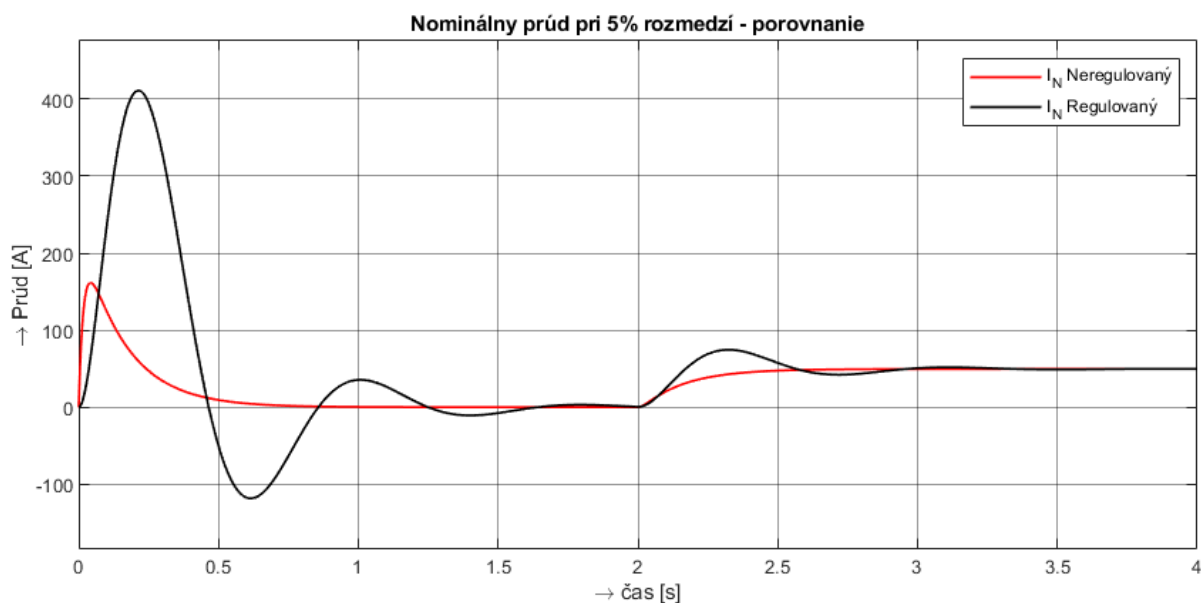
Obr. 2.4 Porovnanie nominálnych otáčiek pri 2% rozmedzí

V Simulinku zostavíme nasledujúci model podľa rovníc vypočítaných pre 5% rozmedzie vlastnej frekvencie.



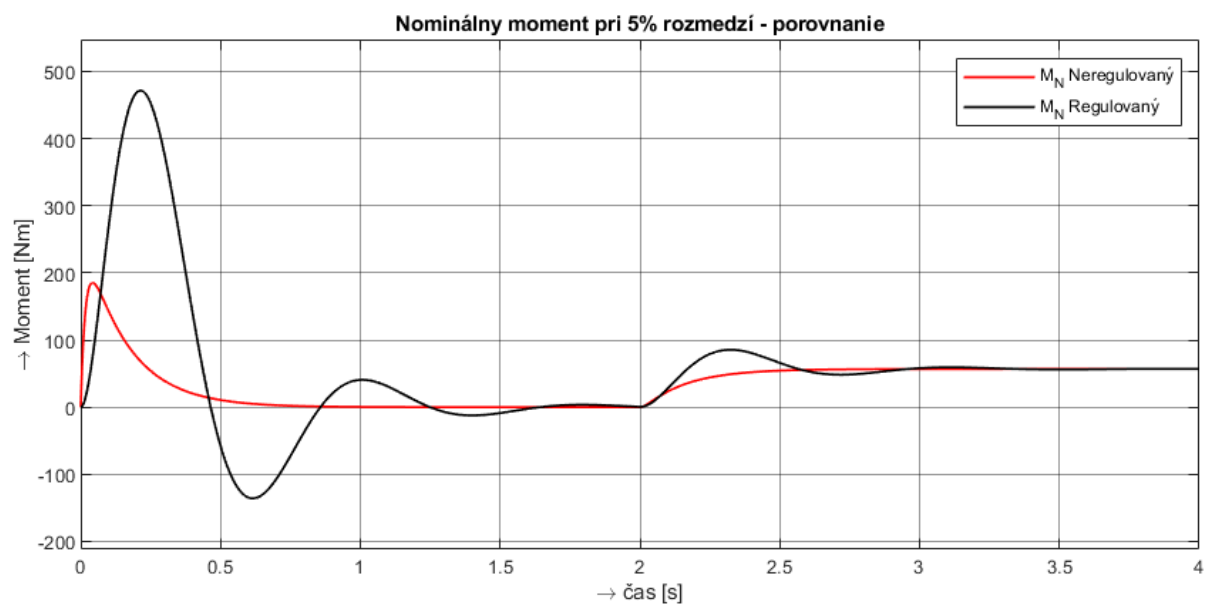
Obr. 2.5 Bloková schéma JCBM s reguláciou pre 5% rozmedzie

Nasledujúce obrázky znázorňujú výsledné priebehy výpočtov pre 5% rozmedzie vlastnej frekvencie. Nominálny prúd pri 5% rozmedzí v porovnaní s regulovaným prúdom:



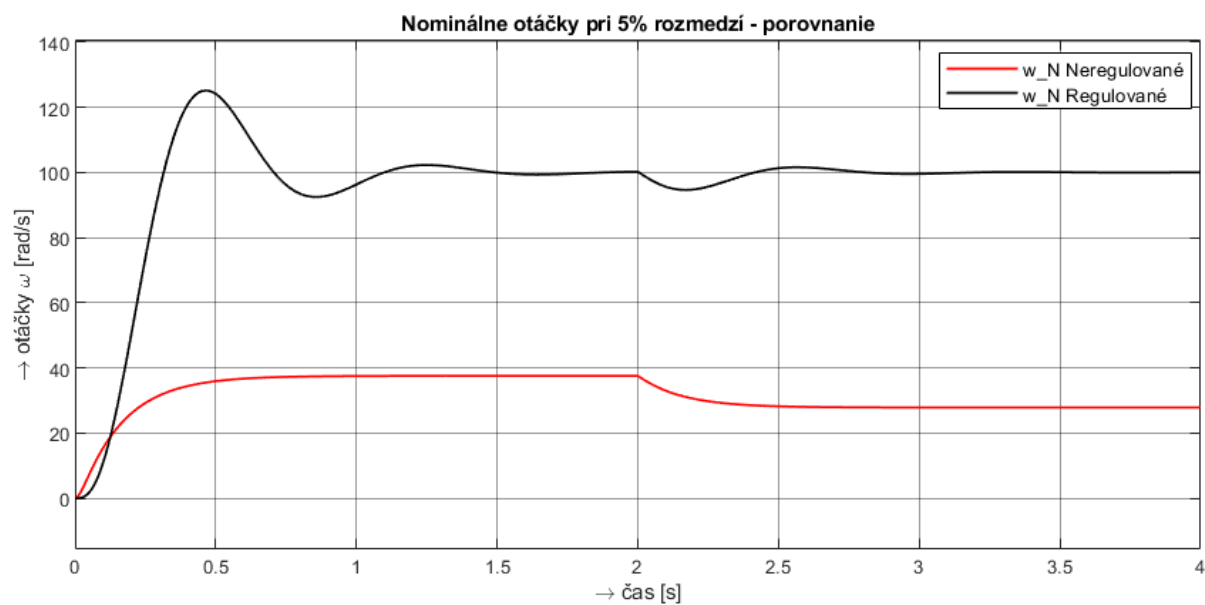
Obr. 2.6 Porovnanie nominálneho prúdu pri 5% rozmedzí

Nominálny moment pri 5% rozmedzí v porovnaní s regulovaným momentom:



Obr. 2.7 Porovnanie nominálneho momentu pri 5% rozmedzí

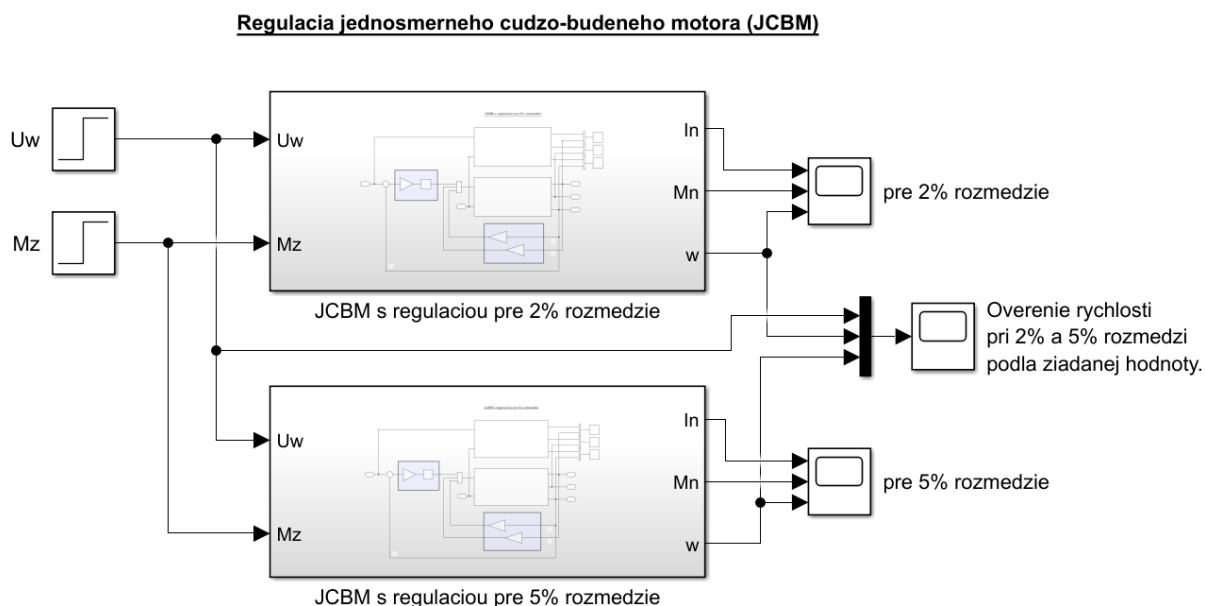
Nominálne otáčky pri 5% rozmedzí v porovnaní s regulovanými otáčkami:



Obr. 2.8 Porovnanie nominálnych otáčiek pri 5% rozmedzí

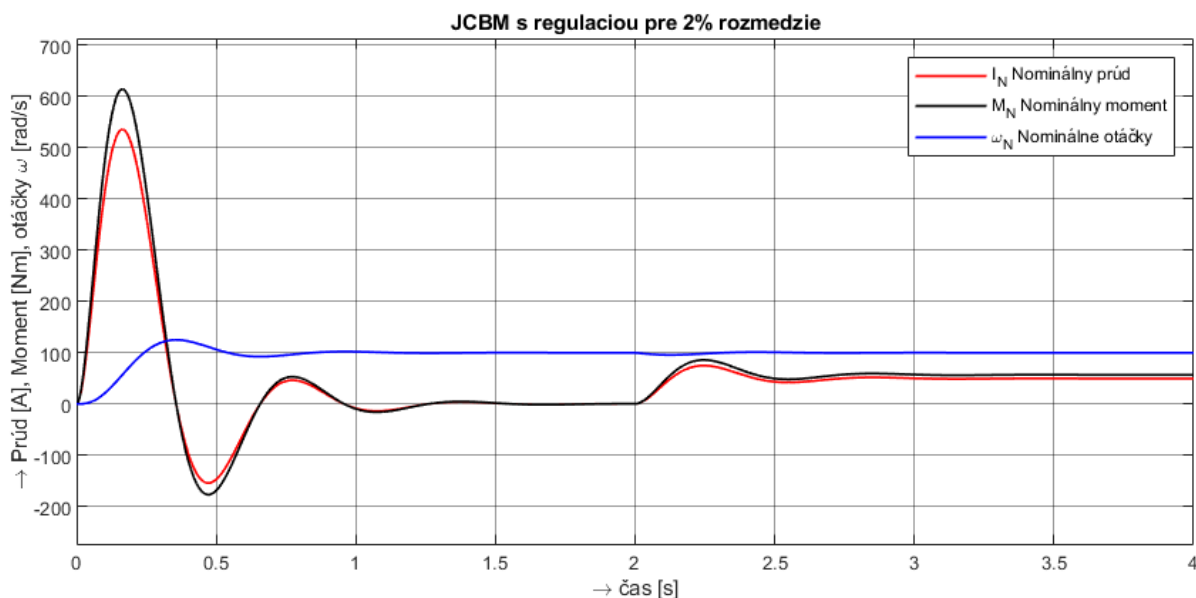
## Porovnanie regulácie otáčiek pri 2% a 5% rozmedzí.

Na nasledujúcom obrázku je zobrazená bloková schéma pre porovnanie regulácie rýchlosti pri 2% a 5% rozmedzí vlastnej frekvencie podľa žiadanej hodnoty.



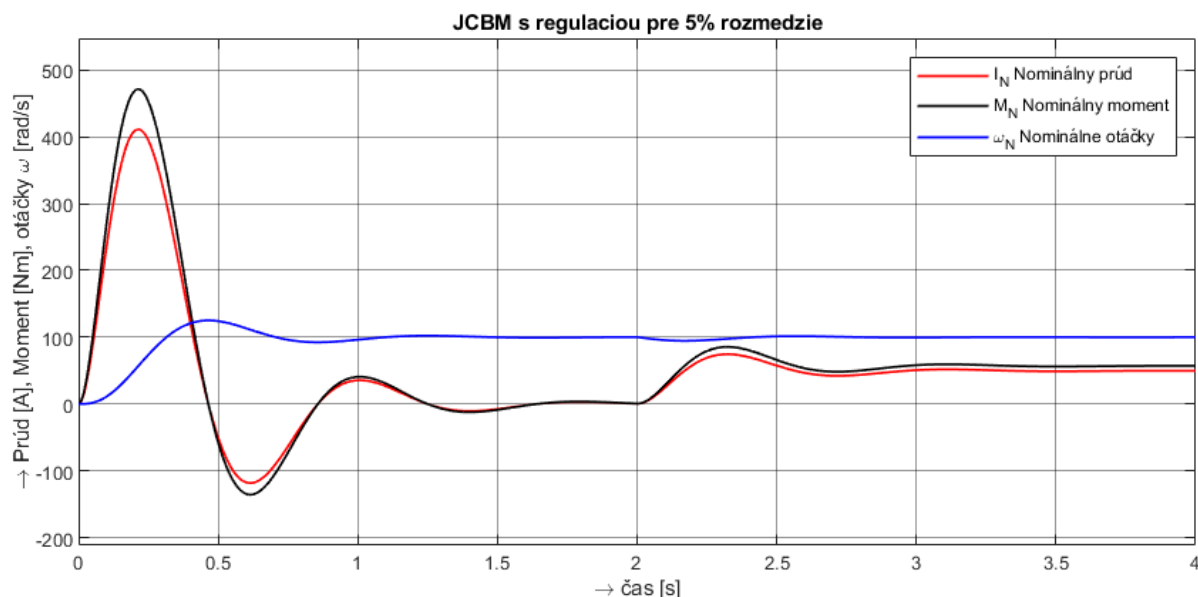
Obr. 2.9 Bloková schéma JCBM s reguláciou - porovnanie

Na nasledujúcom obrázku si môžeme všimnúť zobrazené priebehy regulovaného prúdu, momentu a rýchlosti, kde v čase  $t = 2\text{s}$  je motor zaťažný zaťažným momentom. Výsledné priebehy platia pre 2% rozmedzie vlastnej frekvencie.



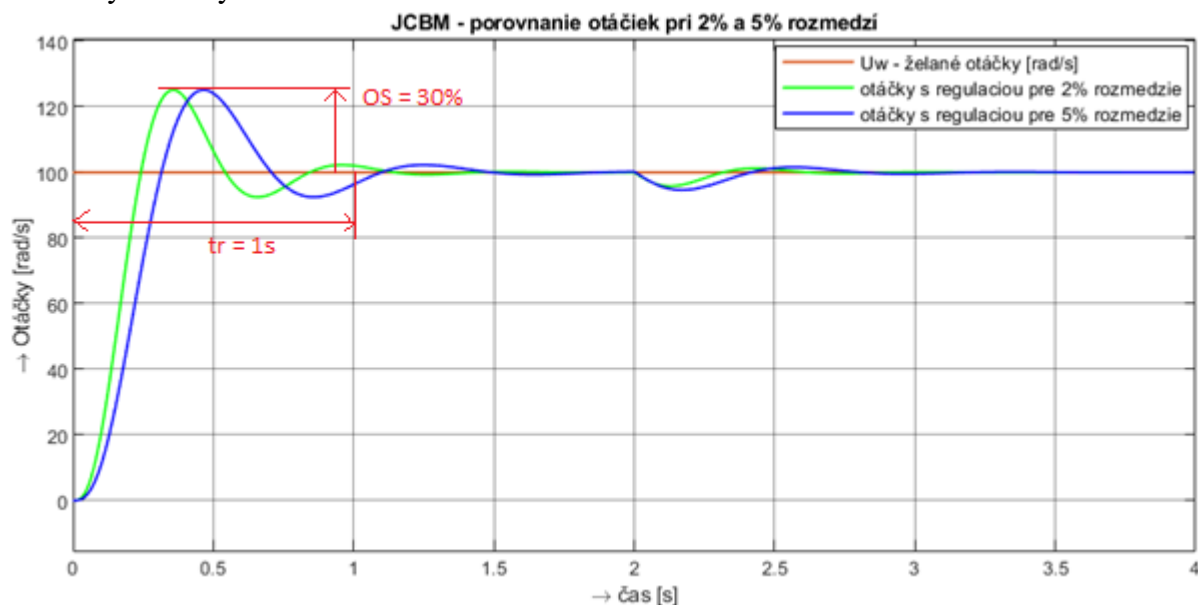
Obr. 2.10 Priebehy regulovaného prúdu, momentu a rýchlosti pri 2% rozmedzí

Na nasledujúcom obrázku si môžeme všimnúť zobrazené priebehy regulovaného prúdu, momentu a rýchlosti, kde v čase  $t = 2\text{s}$  je motor zaťažovaný zaťažným momentom. Výsledné priebehy platia pre 5% rozmedzie vlastnej frekvencie.



Obr. 2.11 Priebehy regulovaného prúdu, momentu a rýchlosti pri 5% rozmedzí

Na nasledujúcom obrázku sú zobrazené priebehy regulovanej rýchlosti v porovnaní pre 2% a 5% rozmedzie vlastnej frekvencie podľa želanej hodnoty, kde v čase  $t = 2\text{s}$  je motor zaťažovaný zaťažným momentom.



Obr. 2.12 Priebehy regulovanej rýchlosti - porovnanie pri 2% a 5% rozmedzí

### Úloha 3. – Luenbergerov pozorovateľ

Stavový pozorovateľ je systém, ktorý poskytuje odhad stavu daného reálneho systému, a to z merania vstupu a výstupu reálneho systému. Typicky býva implementovaný v mikropočítači alebo v podobnom riadiacom systéme. Luenbergerov pozorovateľ (Luenberger observer) je pomenovaný podľa prof. Davida Luenbergera zo Stanfordovej univerzity, CA, USA.

Pred samotným návrhom pozorovateľa si musíme najprv overiť či je systém pozorovateľný. Nutná a postačujúca podmienka pre pozorovateľnosť SISO systému je ,aby matica pozorovateľnosti  $Q_P$  mala hodnotu  $h = n$ . V skratke postacuje, aby determinant matice  $Q_P$  bol nenulový.

$$h(Q_P) = n \quad \det(Q_P) \neq 0 \quad [3.1]$$

$$Q_P = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} \quad [3.2]$$

$$c^T A = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J_c} \\ -\frac{c\phi}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\phi}{J_c} \end{bmatrix} \quad [3.3]$$

$$\det(Q_P) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{c\phi}{J_c} \end{bmatrix} = \frac{c\phi}{J_c} \quad [3.4]$$

$$\det(Q_P) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1,15 \end{bmatrix} = 1,15 \quad [3.5]$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{h}\mathbf{c}^T)(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \\ y - \hat{y} &= \mathbf{c}^T(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad [3.6]$$

Ak matica  $\mathbf{A} - \mathbf{h}\mathbf{c}^T$  bude mať záporné reálne hodnoty, chybový vektor  $\Delta\mathbf{x}$  bude časom konvergovať k nule. Rozdiel medzi veličinami systému a veličinami pozorovateľa časom zanikne. Pozorovateľ bude presne pozorovať veličiny systému. Návrh pozorovateľa spočíva vo výpočte konkrétnych hodnôt vektora  $\mathbf{h}$ :

$$\mathbf{h} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad \dots h_n]^T \quad [3.7]$$

Luenbergerov pozorovateľ je teda definovaný rovnicou:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{h}(y - \hat{y}) \quad [3.8]$$

Vypočítame vlastné hodnoty matice systému  $\mathbf{A}$  (bez regulátora). Pomocou MATLABU a príkazu „eig(A)“ získame vlastné hodnoty systému, ktoré sú  $v_{h1} = -6,5$  a  $v_{h2} = -57,94$ . Póly systému získame z koreňov pozorovateľa. Reálnu zložku týchto pólov posunieme na x-ovej osi doľava. Reálna zložka pólov pozorovateľa je 5 násobok reálnej zložky pólov systému.

$$s_1 = \text{real}(-6,5) - 5 + j.\text{imag}(-6,5) = -11,5 \quad [3.9]$$

$$s_2 = \text{real}(-57,94) - 5 + j.\text{imag}(-57,94) = -62,9 \quad [3.10]$$

Z pólů pozorovatele sestavíme želaný charakteristický polynom pozorovatele.

$$ZCHP = (s - s_1) \cdot (s - s_2) = s^2 + (74,4 + 6,5i)s + (723,9 + 409,2i) \quad [3.11]$$

Výsledné koeficienty sú:

$$ZCHP f_0 = 723,9 + 409,2i \quad [3.12]$$

$$ZCHP f_1 = 74,4 + 6,5i \quad [3.13]$$

$$ZCHP f_2 = 1 \quad [3.14]$$

Ďalej určíme koeficienty spätnej väzby pozorovatele. Zostavíme inverznú maticu pozorovateľnosti:

$$QP_{inv} = Q_P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,872 \end{bmatrix} \quad [3.15]$$

Posledný stĺpec inverznej matice pozorovateľnosti:

$$qp = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,872 \end{bmatrix} \quad [3.16]$$

Vypočítame hodnoty vektora „h“ podľa vzťahu:

$$h = [f_0 I + f_1 A + A^2] \cdot qp = \begin{bmatrix} 10 + 6,5i \\ -259 - 8,5i \end{bmatrix} \quad [3.17]$$

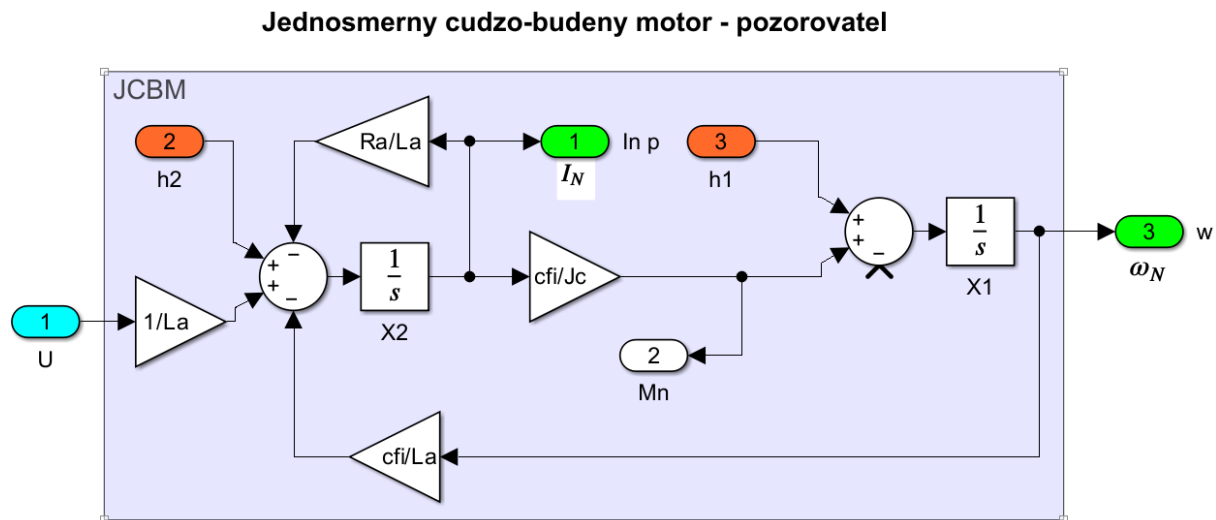
Výsledné koeficienty sú:

$$h_1 = 10 + 6,5i \quad [3.18]$$

$$h_2 = -259 - 8,5i \quad [3.19]$$

Porucha na pozorovateľ nepôsobí, takže po pripojení poruchy do systému sa priebehy reálnych a pozorovaných veličín prestanú zhodovať.

Na nasledujúcom obrázku je zobrazená bloková schéma pozorovatele:

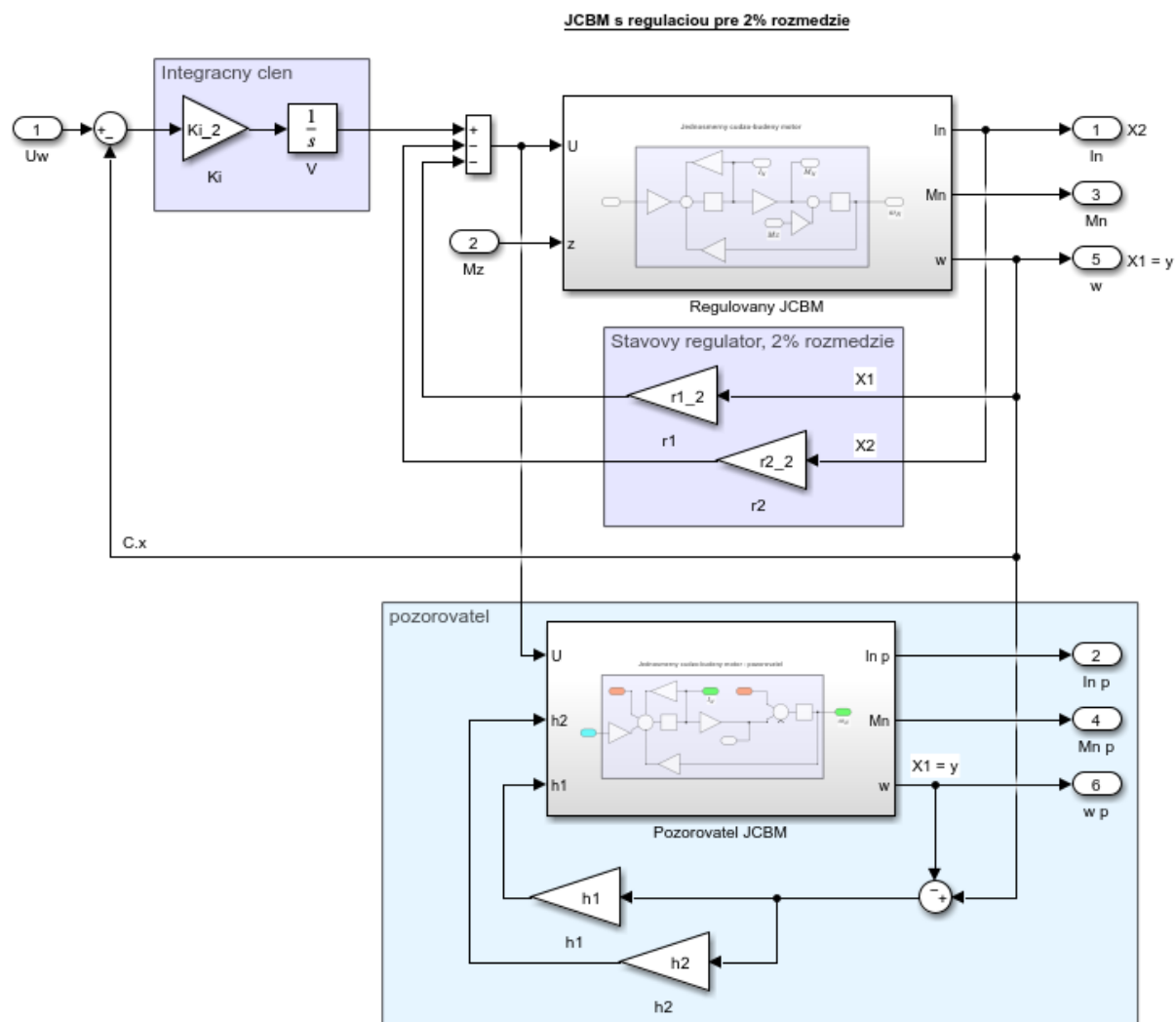


Obr. 3.1 Bloková schéma pozorovatele JCBM



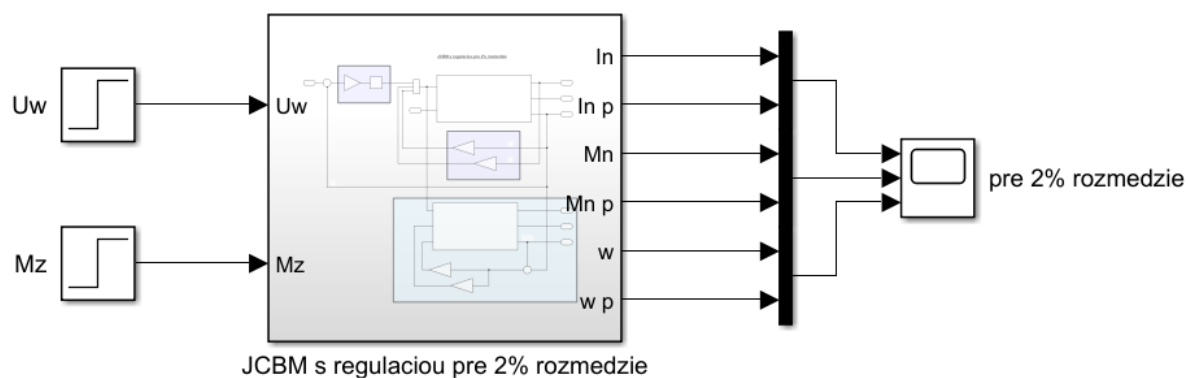
Na ďalšej blokovej schéme je kompletne zapojenie systému a jeho pozorovateľa.

Na vstup pozorovateľa sa privádza hodnota vstupu „u“ a tiež hodnota výstupnej veličiny „y“.



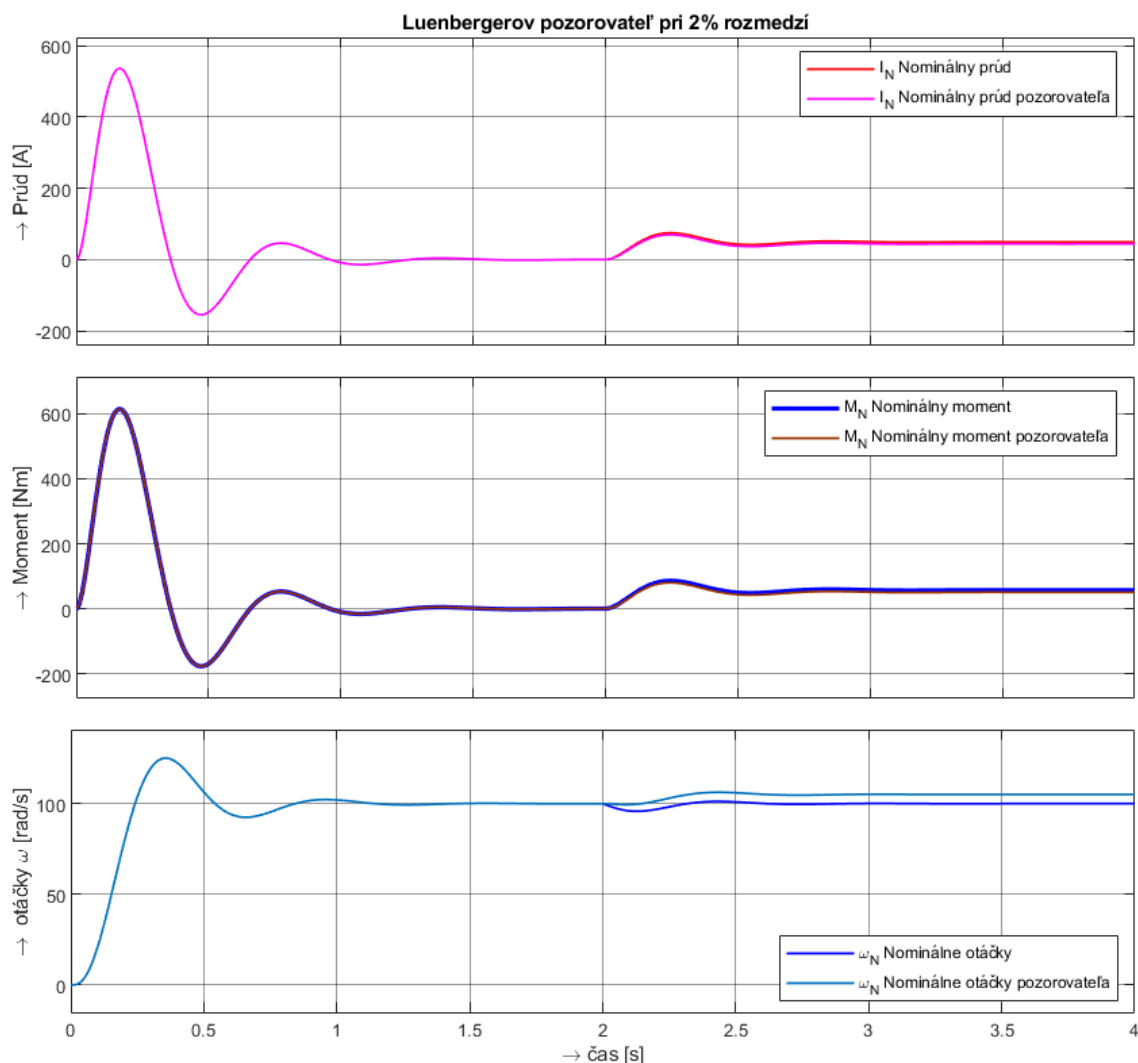
Obr. 3.2 Kompletne zapojenie systému JCBM a jeho pozorovateľa

Nasledujúci obrázok zobrazuje zjednodušené blokové zapojenie systému a jeho pozorovateľa pri 2% rozmedzí.



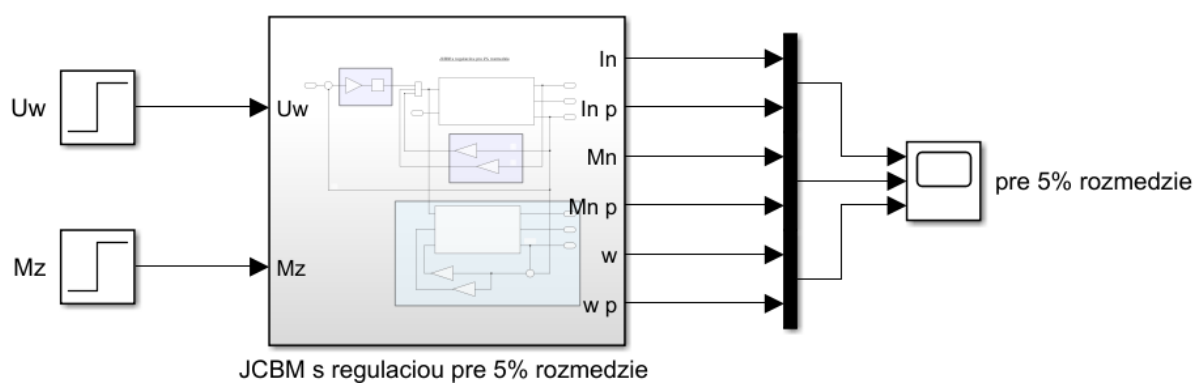
Obr. 3.3 JCBM a jeho pozorovateľ pri 2% rozmedzí

Na nasledujúcom obrázku sú znázornené výsledné priebehy prúdu, momentu a otáčiek pozorovateľa. Tu si môžeme všimnúť zaťaženie v čase  $t = 2s$ , kedy pozorovateľ nepozoruje poruchu.



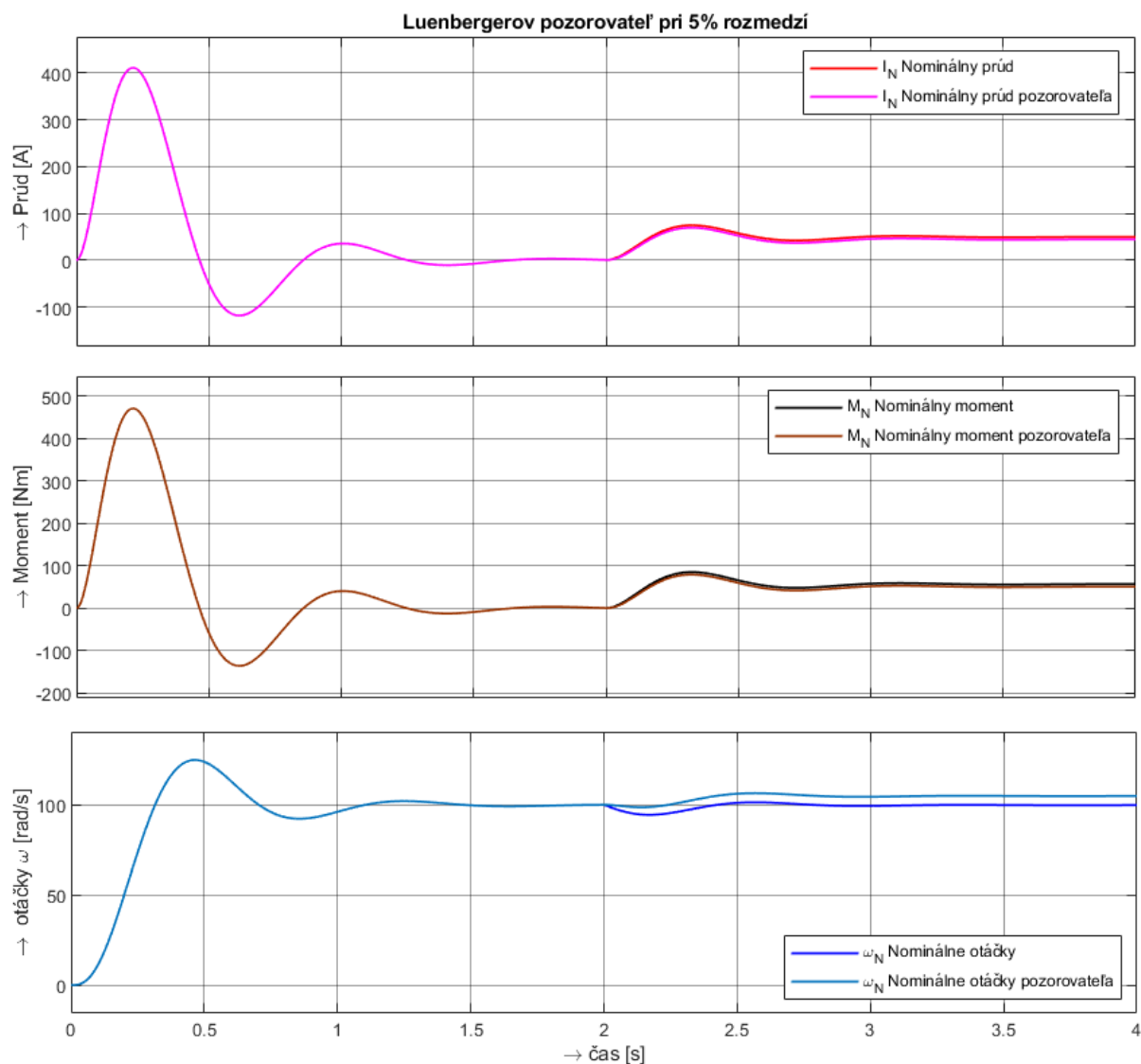
Obr. 3.4 Výsledné priebehy luenbergerovho pozorovateľa pri 2% rozmedzí

Nasledujúci obrázok zobrazuje zjednodušené blokové zapojenie systému a jeho pozorovateľa pri 5% rozmedzí.



Obr. 3.5 JCBM a jeho pozorovateľ pri 5% rozmedzí

Na nasledujúcom obrázku sú znázornené výsledné priebehy prúdu, momentu a otáčiek pozorovateľa. Tu si môžeme všimnúť zaťaženie v čase  $t = 2\text{s}$ , kedy pozorovateľ nepozoruje poruchu.



Obr. 3.6 Výsledné priebehy luenbergerovho pozorovateľa pri 5% rozmedzí

## ZDROJE

Skripta: Servopohony - doc. Ing. Karol Kyslan, PhD.

Skripta: Regulovane pohony - doc. Ing. František Ďurovský, PhD.