Induction électromagnétique

mardi 23 avril 2024 15:08

Référence : CIGE, 4ème année. **Biblio** : Dunod (PC) (5ème édition)

Prérequis :
- Notions en électromagnétisme
- Actions d'un champ magnétique (Force de Lorentz)
- Electromagnétisme, tableau

Intro : mise en évidence : • Courant induit dans une boucle par un aimant
• A tableau fixe & fixe → courant induit
boucle mise sous
aspect aimantation

→ Champ $\vec{B}$ variable en tableau transformer $\vec{B}$ conduit

I/ Loi de l'induction

1) Flux du champ magnétique

Soit une spire placée dans $\vec{B}$:

Le flux magnétique traversant la spire est :

$$\boxed{\Phi = \vec{B}^T \cdot \vec{S}}$$ en S^* est la surface de la spire

(Pour les spires $\vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S$)

$[\Phi] = S^{-1} \cdot m^2$ en Weber (Wb)

Pour une bobine de N spires, $\boxed{\Phi_{tot} = N\Phi_1 = NB^T S^*}$

2) Force électromotrice induite

• **Loi de Faraday (-1831)**

Le courant induit dans la circuit est dû à celui qui produit un générateur fictif dont la force électromotrice (f.e.m) induite est :

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

avec Φ le flux magnétique à travers le circuit.

• **Convention générateur** :

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$

$\rightarrow$ partie suivante.

• **Méthode** :

Pour un conducteur en mouvement dans B_0 la loi est valable si :
- B_0 fixe est défini à chaque instant
- le conducteur coupe des lignes de courant dans son mouvement

3) Loi de Lenz

Loi de modération, énergique et prédictive :

Les phénomènes d'induction s'opposent, par leurs effets, aux causes qui leur ont donné naissance.

Dans l'expérience des 2 bobines :

(Notion que à chaque cas signe quand on ouvre ou ferme de 1ère bobine)

II/ Circuit fixe dans un champ magnétique variable → induction de Neumann

1) Auto-induction

$\vec{B}$ induit par i

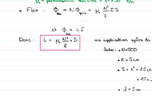
induit par flux propre

Flux propre de Neumann au circuit : flux du champ $\vec{B}$ créé par lui-même circulant dans le circuit.

$\Phi_{propre} = L \cdot i$ avec L>0 en Henry

avec L le coefficient d'auto-induction ou
inductance propre
ou
auto-inductance
(ou inductance sur un Anglo-saxon)

• **Définition** : Dunod p.1050 ; 5ème édition. Wikipédia



(N. calcul donnant $\vec{B}$ dans un solénoïde)

• Champ créé dans la bobine : $\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{l} i \vec{u}^*$

μ_0 perméabilité du vide = $4\pi \cdot 10^{-7}$

• Flux : $\Phi_{tot} = N\Phi_{spire} = \mu_0 \frac{N^2}{l} i S$

Donc : $\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S}$ $\Rightarrow$ application refait du tube : $\Phi = LI$

$\Rightarrow \Phi = L \cdot i$

• $L = 5mH$

• $S = \pi \cdot r^2 = 12 \cdot 10^{-4}$

• $\Phi = 12 \cdot 10^{-7} V$

• $i = 2A$

$\Rightarrow L = 6,04 \cdot 10^{-4}$

(Vérifier avec dessin utilisé du fait 2)

2) Fem auto-induit

Si $\vec{B}$ varie dans le temps, Φ_{tot} varie en donc

$e = -L\frac{di}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$

si supposé sans $\frac{d\Phi}{dt}$ Fem auto-induite

Convention générateur

Convention récepteur

3) Induction en deux bobines

Exemple

Flux à travers S_1 : $\Phi_1 = \vec{B}_1^T \vec{S}_1^* = L_1 i_1 + \Phi_{1\rightarrow 2}$

Flux à travers S_2 : $\Phi_2 = \vec{B}_2^T \vec{S}_2^* = L_2 i_2 + \Phi_{2\rightarrow 1}$

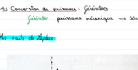
- $\vec{B}_1^T \vec{S}_2^* = \Phi_{1\rightarrow 2} = M_{12} i_1$ avec M en Henry
- $\vec{B}_2^T \vec{S}_1^* = \Phi_{2\rightarrow 1} = M_{21} i_2$ avec M = M$_{12}$ = M selon la théorie de Neumann

M est l'inductance mutuelle en Henry

• **Fem induites** :

$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$

$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -M\frac{di_1}{dt} - L_2\frac{di_2}{dt}$



Exemple : Inductance mutuelle du couplage.

$e_2 = 0$ donc : $e_2 = -M\frac{di_1}{dt} - L_2\frac{di_2}{dt} = 0$

$\Rightarrow \frac{di_2}{dt} = -\frac{M}{L_2}\frac{di_1}{dt}$

M mesure comme :

$M = -\frac{e_{2,max}}{\omega i_{1,max}}$

Principe des transformateurs utilisés dans le cas courant

Transfo : Transformer l'électricité haute tension à partir utilisée pour les transport en ligne haute tension.

haute intensité pour les moteurs. (à induction du circuit)

B. Tu une autre des qualités donnée à la loi de Lenz.

III/ Circuit mobile dans un champ magnétique, stationnaire, induction de Faraday

1) Conversion du mouvement - Générateur

Générateur mouvement mécanique → électrique

Aux rails de Laplace

$\vec{f}$: force de Laplace

(R) en coordonnée du référentiel.

$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L}(t) \cdot (\vec{B}\wedge\vec{L}^T) = \vec{f}$

$\Rightarrow$ $\boxed{m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{L}(t) \cdot B\wedge = \vec{f}}$ (Equation mécanique)

(1)

Simplifions les termes : $S = x \cdot L \cdot (t)$

Flux à travers les spires $\Phi_1 = B \cdot x \cdot L(t)$

Donc, $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot L \cdot v(t)$

Circuit équivalent

Loi des mailles : $e(t) + R \cdot i(t) = 0$

Donc : $-B \cdot L \cdot v(t) + R \cdot i(t) = 0$ (Equation électrique) (2)

• En combinant les deux : $m\frac{dv}{dt} = -\frac{(B^2L^2)}{R} \cdot v(t) = \vec{f}$

$\tau = \frac{mR}{(B^2L^2)}$

$v_{lim} = \frac{E(t)}{(BL)}$

$\Rightarrow v(t) = v_{lim}(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$

Vitesse limite

• Utiliser des puissances :

$\begin{cases} E(t) \cdot i(t) \\ B(t) \cdot v(t) \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \vec{f} \cdot v = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) + R \cdot i^2(t)$

$\underbrace{\vec{f} \cdot v}_{P_{mec}} = \underbrace{\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2)}_{P_{cinétique}} + \underbrace{R \cdot i^2(t)}_{P_{Joule}}$

Puissance fournie par le générateur

Puissance mécanique : $\vec{f} \cdot v = B \cdot L \cdot v \cdot i$

Donc, pour que circuit mobile fonc sur champ B stationnaire : $\underbrace{P_{mec}}_{P_{fournie}} = \underbrace{P_{Joule}}_{P_{consommée}} = 0$

2) Conversion de puissance - Moteur

Moteur puissance électrique → mécanique

Moteur : • Rails

Rails de Laplace 0:43:

Circuit équivalent

(EC) : $-E + R \cdot i = 0$

(EM) : $m\frac{dv}{dt} = -i \cdot L \cdot B$; $\vec{f}_L = \frac{dp}{dt} = -i \cdot L \cdot B$

Utiliser des puissances : $\underbrace{\vec{f}_L \cdot v}_{P_{mec}} = \underbrace{\frac{dp}{dt} \cdot v}_{P_{cinétique}}$

$\Rightarrow v(t) = \frac{E}{BL}(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$

$v_{lim} = \frac{E}{BL}$

$\tau = \frac{mR}{B^2L^2}$

$\Rightarrow \underbrace{\vec{f}_L \cdot v}_{P_{mec}} = \underbrace{\frac{dp}{dt} \cdot v}_{P_{cinétique}} + \underbrace{R \cdot i^2}_{P_{Joule}}$

• **Rendement** : $\eta_{mot} = \frac{P_{mec}}{P_{fournie}} = \frac{\vec{f}_L \cdot v(t)}{E \cdot i} = \frac{mR}{(BL)}$

$\Delta P_L = \frac{mR^2}{L(BL)^2} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau}(v_{lim} - v)$

$\eta_{mot} = 1 - \frac{\Delta P_L}{P_{mec}} = 1 - \frac{R}{v_{lim}}$

Donc, $\eta_{mot} = 80\%$ $\Rightarrow$ le rendement est de 80%

3) Induction de puissance : Alternateur

Dans le cadre du Dunod p.1050 ; 5ème édition. Wikipédia

Alternateur : • Machine tournante machine. p.1132, Dunod 5ème édition

Conclusion