```
Diffraction de Fraunhofer
    jeudi 4 avril 2024
                                     21:42
        Niveau: Licence
                                                   Bibliographie: Pérez, Optique / Poly Arnoud/ fento 4. / Instru. d'optique, DETT WILLER, ellipse.
         Prérequis : Optique géométrique,
                            Filtrage électronique
                             Modèle scalaire de la lumière
                            Transformée de Fourier
            Comprendre et avoiteirer le phénonière de diffraction. Pourquoi il linite la rédution des images?
     Expérience qualitative de mise en évidence: Diffraction par un trou, laser
      I/ La diffraction
                1) Le phéromère de diffraction
                                  C'est le phénomène de diffraction, mis en évidence en 1814 par François Arago, qui a permit de valider la théonie
                 ordulatoire de la Dunière proposée par Auguste Fresnel.
                                  ctrago a montré l'existence d'une tâche lumineuse au centre de l'ombre géométrique d'un objet circulaire.
                 Slide: Expérience d'Arago
                                 Les Dois de l'aptique géométrique re sont plus vérifiées, il fant prendre en compte l'aspect ordulatoire de la Dunière.
                                 Pour une fonte, on dorsve un étabonant de la leunière dans la potite décretion de la fente. Ce dernier
        augnente sorsque l'ouverture de la fente dininue
         Exp: Laser + fente réglable + acron.
                     2) Le principe de Huygens-Frasnel
                              1648 - Hugers: Chaque point du front d'orde se comporte comme une source endoire
                           2818 - Freezel: L'amplitude complexe en un point est la somme des amplitudes complexes
                                                        ne therseptitue inp coniderose corres cell ray etimbory somongie cop
                                                         ce point
                          Expression du champ complexe en P: E(P) = \int E(H) \times \frac{exp(ikr)}{i\lambda} dS(H)

avec r = 11HPil; k = 2T/\lambda

factour \frac{1}{i} car déphasage -T/\gamma % à l'ande incidente
                      3 Fonction de tronsporance
                               Lorsqu'un obstacle se trouve sur le chemin optique, il faut prendre en compte
         La fonction de transporence 1(H) de 2'obstade caractérisant sa capacité à transmettre
                       le lunière: Pas d'obstable: ± (H)=1
                                                     Obstacle opaque: ±(H) = 0
                                                    *Opstage boe 70/00 pount abodine: O< F(H)<7
                                                    Obstacle modifiant le chemin optique: \pm (H) = \pm i^{(H)}
                             => Pour un obstacle E:
                                                               E(b) = \frac{1}{12} \iint F(H) E(H) \frac{S(H)}{E(H)} dS(H)
                                  4) Piffraction par un diaphragme
                                                Dans ce cos, \Gamma = \left[ (X-x)^2 + (Y-y)^2 + z^2 \right]^{1/2}
                        II / etpproximation de Fraunhafer
                             1 Sinperfications
                                      On suppose &>> x, y, X, Y, A, donc &~R.
                                      où R = (x2+ y2+z2) = 00
                                       On pout ré-exprimer r:
                                                          \Gamma = \left[ X^{2} (J - \frac{x}{x})^{2} + Y^{2} (J - \frac{1}{4})^{2} + \epsilon^{2} \right]^{1/2}
D'après Chasles: \vec{\Gamma} = \vec{H}\vec{P} = \vec{H}\vec{O} + \vec{O}\vec{P}
                                                             ≈ [X2x (1-2x)+ y2 (1-28)+ 22] Y2
                                                             =[R2-2(Xx+Yy)]1/2
                                                                                                                                      \simeq R \left( J - \left( \frac{XX}{R^2} + \frac{YA}{R^2} \right) \right)
                                                                                                                                 on a r = R - OH . ii
                                                          \Rightarrow \qquad \Gamma \simeq R - \left(\frac{Xx}{R} + \frac{Yy}{R}\right)
                       On suppose une incidence normale at \varphi=0 dans le plan de \mathcal{E}: \underline{\xi}(P) = \frac{\xi_0}{i\lambda} \iint_{R} \underline{\xi}(R) dR = \frac{i}{k} \cdot (R \cdot OH \cdot \overline{u})^2
                                                                                                                                                                                                        terme Off. ii gardé dans sa
                                                                                                                                                                                                              phase car périodique et continue à
                                                                                                                                                                                                             varier beaucoup, même à grand 7.
                      Nombre de Fresnel: \mathcal{F} = \frac{a^2}{2\lambda}, over a la Laille typique de l'objet.
                                                                                                                                                                                                                         Bor rove Portille 7 = = -5:11 35 + 45
                                                                                                                                                              où si l'on se place
                        Les conditions de Frankoper correspondent ou cas FKI <=> =>> 02
                                                                                                                                                                                                                                          f = focale.
                 2) Fréquences spatiales
                                                                                                                                                                 au foyer image d'eine lentille CV/
                       Le champ en P se séécrit: E(P) = \frac{E_0}{i\lambda z} e^{ikz} \times \int_{\mathbb{R}^2} \pm (H) \exp(-2i\pi \times (\frac{kXx}{27z} + \frac{kYy}{27z}) dxdy
                                                                       et \frac{kx_x}{2x} = \frac{x_x}{2x}, on peut donc faire apparaître 2 fréquences spotiales:
                                                                                                                \int_{x} = \frac{x}{x} \text{ at } f_{x} = \frac{y}{x}
    LO E (P) = Eo inte / L exp[-2it (fxx+fyy)) dady: Le champ diffracte est donc proportionnel à la TF de L
                      31 Diffraction par une fente
                   Bide: chontage

Ici, \pm (P) = \begin{cases} 1 \text{ poor } |x| < \frac{a}{2} \text{ at } |y| < \frac{b}{2} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}, \pm (P) = \text{rect}(\frac{x}{a}) \text{ rect}(\frac{y}{b})
                     \hat{x}(x,y) = \int_{-4/2}^{4/2} \int_{-4/2}^{6/2} \exp(-2i\pi (fx+fy)) dxdy = \int_{-4/2}^{4/2} \exp(-2i\pi fx) dx \int_{-4/2}^{4/2} \exp(-2i\pi fy) dy
                      = D \qquad \hat{\mathcal{X}} = \alpha \left( \frac{\sin(\pi / y)}{\pi / \alpha} \right) \times b \left( \frac{\sin(\pi / y)}{\pi / \alpha} \right) = \alpha b \cdot \sin(\pi / \alpha) \times \sin(\pi / y)
                      Dide: Groph sinc et sinc? et formule for et fy.
                       E + I = \int \frac{E_0}{\lambda z} \hat{\mathcal{L}} \hat{I}^2 = \frac{E_0^2}{\lambda^2 z^2} \times \alpha^2 b^2 \cdot \operatorname{sinc}^2(\pi / \alpha) \operatorname{sinc}^2(\pi / \beta)
                        I(u,v)=0 <=> sin(\( \tau_{\text{ca}} \) =0 on sin(\( \text{Tfb} \) =0. On se restraint on cas 10 once 622/ => sinc(\( \text{Tfb} \) -> 8(0)
    En (fxf) = (0,0), I set maximale et I s'annule en II fa = nII <=> fx E N/a
      Distance entre deux minima consécutifs: \Delta f = 1/a et, pour rappel, f \approx \frac{X}{1 = 1/a}
                     Ride:

2 \times 10^{-19}

1 \times 1
                                                                                                                                        9, overlotion of our neighbor of the war x = \frac{5}{7} = \frac{7}{7}
                    4) Effet d'une translation
                                        上(x,y)=上(x-x,y) 0 0 R
                       Or 808 x'=x-x
                        On garde dx = dx' et fx devient fx(x-x) = fx-fx devient l'exp. complexe.
                                      L(x,y) exp(-2:11 (fx+fy))dredy = (x',y) exp(-2:11 (fx+fyy)) x exp(2:11 fx xo) dridy

diphosoge uniforms
                  ouver I = EE*, ce nouveau terme se simplifie, I reste inchange par translation
                III/ Impact pour les systèmes optiques
     1) Le diaphragne circulaire
            On doit introduire les fonctions de Bessel ( ) (x) = 1 (cos (nI - x sinT) dT)
           On obtient: \int I(\Theta) = I_{max} \left( \frac{8J_1(kasin\Theta)}{kasin\Theta} \right)^2
                                 \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times \left( \frac{1}{1} \frac{a^2}{a^2} \right)^2
      Dide: Schema of femto-physique + Image + Tache d'Airy.
             On obtient le royon angulaire de la taêtre centrale: 0,22 1
                                                                                  Soit un diamètre de d = 1,22 12
      Slide Backup: Calcul, femto-4.
     2) Résolution angulaire
       Lide: Image Il, fento-4, diff.
              Déf: Capacité à différencier 2 objets ponctuels.
                     Lo 80, séparation angulaire névinale entre 2 sources ponctuelles que l'instrument pout
                        distinguer.
Stêde: Critère de Raybeigh: 2 points images sont résolus quand leur séparation est plus
                                                      grande que la 1/2 Dargeur de la Lache d'Airy:
                                                      + Scheina (femto4)
      Conclusion: - a Caractérise la diffraction de Frankofer, vérifical expérimentale. Etude estele pour étudier ensuite l'utilisation de fusieurs fentes.
```

- Apodisation: Enlever les pieces du sinc en adocciosant les bords rets du diaphragne. (expérience SINTON)