

Title: Serie de Fourier

Keyword

Topic:

Función  
Herramienta  
Términos

Notes: La serie de Fourier es una herramienta matemática que permite descomponer una función periódica en una suma infinita de senos y cosenos de diferentes frecuencias y amplitudes.

La serie de Fourier de una función periódica con periodo  $T$  se expresa como la suma de una componente de valor medio, una serie de términos con cosenos y una serie de términos con senos.

Questions

Expresión:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{2n\pi}{T} t + b_n \sin \frac{2n\pi}{T} t \right]$$

Otra forma:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t)$$

Summary: En ingeniería, el análisis de señales en el dominio de la frecuencia se realiza a través de las series de Fourier, resultando:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} f(t) e^{-j\omega_k t} dt$$



NAME	PAGES	SPEAKER/CLASS	DATE - TIME
Amel & mior 2024 D.	2/3	Carlos Pichardo	04/10/2024

Title: Serie de Fourier

Keyword	Topic:
	Notes: <u>Forma compacta</u>
	<p>En series es más útil conocer la amplitud y la fase en términos cosinusoidales en lugar de amplitudes cosinusoidales y sinusoidales. Otra forma de expresar la compleja forma de la serie de Fourier es:</p> $F(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t - \theta_n)$
Questions	<p>donde: <u>Forma exponencial</u></p> <p> <math>A_0 = \frac{a_0}{2}</math>  <math>A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}</math>  <math>\theta_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}</math> </p> <p>           Por la identidad de Euler para la exponencial compleja, operando adecuadamente, si:  <math display="block">c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x) e^{-imx} dx</math> </p>

Summary: Formulación moderna

Realmente el desarrollo en serie de Fourier se hace para funciones de cuadrado integrable:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(x)|^2 dx < \infty$$



Title: Serie de Fourier

Keyword

Topic:

Notes: El conjunto de todas las funciones integrables definidas en el intervalo  $[-\pi, \pi]$  se denota con  $L^2$ .

Este conjunto, tiene definida un producto interno dado por:

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \overline{g(x)} dx.$$

Questions

que lo dota de estructura de espacio de Hilbert. De esta manera todos las funciones de  $L^2([-\pi, \pi])$  pueden desarrollarse en series de Fourier.

Así el conjunto  $\{e_n = e^{inx} : n \in \mathbb{Z}\}$  es una base ortonormal del espacio  $L^2([-\pi, \pi])$ . El desarrollo de Fourier se puede expresar como:

$$f = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f, e_n \rangle e_n.$$

Summary: Por último, la identidad de Parseval dice que dada una función  $f$  de cuadrado integrable y los coeficientes de Fourier  $c_n$ , se verifica que:

$$\|f\|^2 = \langle f, f \rangle = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2.$$