# **ALCTG**

The Scientist must set in order. Science is built up with facts, as a house is with stones. But a collection of facts is no more a science than a heap of stones is a house.

Science and Hypothesis Henri Poincare

# Table of contents

Глава 1	Булева алгебра	3_
1.1 Булев		2
•	ы функции Теория	4
	Залачи	

### Введение

If you give a man a fish he is hungry again in an hour. If you teach him to catch a fish you do him a good turn.

Proverbial wisdom



#### §1.1 Булевы функции

#### Теория

#### Задачи

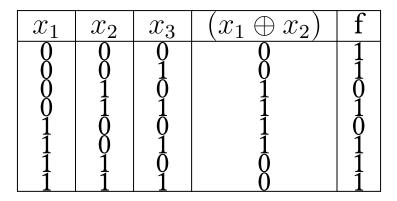
Задача 1.1.1.

Задача 1.1.2.

### Мини к/р №1. Алгебра логики: введение. В1

**Ех. 1.** Постройте таблицу истинности для функции  $f = (x_1 \oplus x_2) \to x_3$ 

Требуемая таблица представлена ниже:



Ех. 2. Докажите формулу разложения:

$$f(x_1,...,x_n) = (x_1 \lor f(0,x_2,...,x_n)) \land (\neg x_1 \lor f(1,x_2,...,x_n))$$

Пусть переменная  $x_1 - - . :$ 

$$f(0, ..., x_n) = f(1, ..., x_n)$$

Если f(x) = 1 при фиксированных  $x_2, ..., x_n$ 

$$1 = (x_1 \vee 1) \wedge (\neg x_1 \vee 1)$$

$$1 = 1 \land 1 = 1$$

Если f(x) = 0 при фиксированных  $x_2, ..., x_n$ 

$$0 = (x_1 \vee 0) \wedge (\neg x_1 \vee 0)$$

$$0 = x_1 \land \neg x_1 = 0$$

Пусть переменная  $x_1 - - . :$ 

$$f(0, ..., x_n) \neq f(1, ..., x_n)$$

При 
$$f(0,...,x_n)=1, \ f(1,...,x_n)=0$$

$$f(x_1,...,x_n) = (0 \lor x_1) \land (1 \lor x_1) = x_1 \land 1 = x_1$$

Обратное допущение доказывается аналогично.

Ех. 3. Выразите конъюнкцию и дизъюнкцию, используя только штрих Шеффера.

а) Сравним векторы значений функций 
$$f_1 = (x \wedge y)$$
 и  $f_2 = (x \mid y)$  :

$$f_1 = 0001, f_2 = 1110$$

$$\mathbf{f}_2,.,f_1,\;\mathbf{f}_2(f_2,f_2)$$
 или  $(x\mid y)\mid (x\mid y)$ 

x	y	$(x \mid y)$	$(x \mid y)$	$f_2(f_2, f_2)$
8	0	1	1	8
Ĭ	0	1 1		Ŏ

Данная таблица значений совпадает с конъюнкцией.

б) Пусть 
$$f_3 = x \vee y$$

$$f_3 = 0111$$

$$x = 0101y = 0011$$

 ${
m f}_2(x,x)$  получаем вектор значений 1010 (по аналогии с инверсией, т.к. штрих Шеффера при 2 истинах возвращает ложь.

При  $f_2(y,y)$  вектор значений – 1100

Очевидно, для того, чтобы в результате получился вектор значений 0111, достаточно использовать штрих Шеффера на  $f_2(x,x)$  и  $f_2(y,y)$  (при нем первые значения соответствующих функций равны истине и обращаются в ложь, а остальные дают истину) Т.е.  $(x\mid x)|(y\mid y)$  и есть искомая функция.

#### Ex. 4.