# Задание на третью неделю.
## Булевы функции. Теорема Поста

**Ex. 1.** Постройте СДНФ и СКНФ для функции $(xz + \overline{y}) \equiv (x \to y)$.

**Ex. 2.** Постройте замыкание базиса $\{\neg, \oplus\}$.

**Ex. 3.** Укажите существенные и несущественные (фиктивные) переменные функции $f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$ и разложите ее в ДНФ и КНФ.

**Ex. 4.** Докажите или опровергните полноту системы функций $\{+, \to\}$.

**Ex. 5.** Пусть $f(x_1, \ldots, x_n)$ — несамодвойственная функция. Докажите, что константы $0, 1$ вычисляются в базисе $\{\neg, f\}$.

**Ex. 6.** Запишите в виде КНФ функцию от $n$ переменных, принимающую значение $0$ лишь на $\vec{0}$ и на $\vec{1}$. Покажите, что эта функция равна дизъюнкции всевозможных скобок $(x_i + x_j)$, где $i \neq j$.

**Ex. 7.** Функцию алгебры логики называют *симметрической,* если она не меняет своего значения при любой перестановке значений переменных местами. Покажите, что функция $\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{zx}$ — симметрическая. Найдите число симметрических функций от $n$ переменных.

**Ex. 8.** Докажите, что любая неконстантная симметрическая функция существенно зависит от всех своих переменных.

**Ex. 9.** Докажите, что если система $\{f_1, \ldots, f_n\}$ полна, то и система двойственных функций $\{f_1^*, \ldots, f_n^*\}$ также полна.

**Бонусная задача.** Докажите, что штрих Шеффера и стрелка Пирса — единственные функции от двух переменных, через которые выражаются все функции алгебры логики.

# Задание на третью неделю.
## Булевы функции. Теорема Поста

**Ex. 1.** Постройте СДНФ и СКНФ для функции $(xz + \overline{y}) \equiv (x \to y)$.

**Ex. 2.** Постройте замыкание базиса $\{\neg, \oplus\}$.

**Ex. 3.** Укажите существенные и несущественные (фиктивные) переменные функции $f(x_1, x_2, x_3) = 00111100$ и разложите ее в ДНФ и КНФ.

**Ex. 4.** Докажите или опровергните полноту системы функций $\{+, \to\}$.

**Ex. 5.** Пусть $f(x_1, \ldots, x_n)$ — несамодвойственная функция. Докажите, что константы $0, 1$ вычисляются в базисе $\{\neg, f\}$.

**Ex. 6.** Запишите в виде КНФ функцию от $n$ переменных, принимающую значение $0$ лишь на $\vec{0}$ и на $\vec{1}$. Покажите, что эта функция равна дизъюнкции всевозможных скобок $(x_i + x_j)$, где $i \neq j$.

**Ex. 7.** Функцию алгебры логики называют *симметрической,* если она не меняет своего значения при любой перестановке значений переменных местами. Покажите, что функция $\overline{xy} \vee \overline{yz} \vee \overline{zx}$ — симметрическая. Найдите число симметрических функций от $n$ переменных.

**Ex. 8.** Докажите, что любая неконстантная симметрическая функция существенно зависит от всех своих переменных.

**Ex. 9.** Докажите, что если система $\{f_1, \ldots, f_n\}$ полна, то и система двойственных функций $\{f_1^*, \ldots, f_n^*\}$ также полна.

**Бонусная задача.** Докажите, что штрих Шеффера и стрелка Пирса — единственные функции от двух переменных, через которые выражаются все функции алгебры логики.