

# Задание на первую неделю.

## Алгебра логики: введение

**Ех. 1.**  $x, y, z$  — целые числа, для которых истинно высказывание

$$\neg(x = y) \wedge ((y < x) \rightarrow (2z > x)) \wedge ((x < y) \rightarrow (x > 2z))$$

Чему равно  $x$ , если  $z = 7, y = 16$ ?

**Ех. 2.** Постройте таблицу истинности для функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \downarrow (x_2 \rightarrow x_3)$$

и укажите, какие у нее фиктивные переменные, а какие существенные.

**Ех. 3.** Докажите, что

$$1 \oplus x_1 \oplus x_2 = (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_1).$$

**Ех. 4.** Докажите формулу

$$\bigvee_{i,j;i \neq j} x_i \oplus x_j = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \dots \vee \neg x_n)$$

**Ех. 5.** Постройте таблицу истинности для  $f$  и выразите ее через операции  $\vee, \wedge, \neg$ , если

$$f = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

**Бонусная задача.** Найдите асимптотическую оценку количества булевых функций от  $n$  переменных, которые зависят от всех своих аргументов существенно. Иначе говоря, надо придумать такие верхнюю и нижнюю оценки на это количество, чтобы их отношение стремилось к 1 при  $n \rightarrow \infty$ .

# Задание на первую неделю.

## Алгебра логики: введение

**Ех. 1.**  $x, y, z$  — целые числа, для которых истинно высказывание

$$\neg(x = y) \wedge ((y < x) \rightarrow (2z > x)) \wedge ((x < y) \rightarrow (x > 2z))$$

Чему равно  $x$ , если  $z = 7, y = 16$ ?

**Ех. 2.** Постройте таблицу истинности для функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \downarrow (x_2 \rightarrow x_3)$$

и укажите, какие у нее фиктивные переменные, а какие существенные.

**Ех. 3.** Докажите, что

$$1 \oplus x_1 \oplus x_2 = (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_1).$$

**Ех. 4.** Докажите формулу

$$\bigvee_{i,j;i \neq j} x_i \oplus x_j = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \dots \vee \neg x_n)$$

**Ех. 5.** Постройте таблицу истинности для  $f$  и выразите ее через операции  $\vee, \wedge, \neg$ , если

$$f = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3.$$

**Бонусная задача.** Найдите асимптотическую оценку количества булевых функций от  $n$  переменных, которые зависят от всех своих аргументов существенно. Иначе говоря, надо придумать такие верхнюю и нижнюю оценки на это количество, чтобы их отношение стремилось к 1 при  $n \rightarrow \infty$ .