

概率统计课件之5

第五章 样本及抽样分布

主讲教师 邓小艳



第五章 样本及抽样分布

§ 5-1 随机样本

§ 5-2 描述统计

§ 5-3 统计量

§ 5-4 抽样分布



一、总体、样本、个体

总体 —— 所研究对象的全体

- 有限总体(容量有限)
- 无限总体(容量无限)

个体 —— 组成总体的每一个元素

容量 —— 总体中包含个体的个数

研究总体的某一数量指标 X ，故总体可用一个
 $R.V.$ X 来表示.

样本——从总体 X 中任抽取 n 个个体，称为一个容量为 n 的样本

样本容量——样本中包含个体的个数

<注> (1)样本的二重性：抽取前为 n 个 $R.V.$ ，抽取后为 n 个数
值。一次抽取后的值称为样本观测值；

(2)样本的选择方式：**有放回**的抽样，**无放回**的抽样。特别
地，当样本容量 \ll 总体容量时，无放回抽样可近似地看作
有放回抽样。

例1：研究某灯泡厂的灯泡的寿命

总体 ——该厂所有灯泡的寿命

个体 ——该厂每个灯泡的寿命

样本 X_1, X_2, \dots, X_n —— 抽出的 n 个灯泡的寿命

二、简单随机样本

定义： 若R.V. X_1, X_2, \dots, X_n 满足：(1) X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立；(2) $X_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 与总体 X 具有相同的分布，则称之为来自总体 X 的容量为 n 的**简单随机样本**，简称**样本**。它们的观测值 x_1, x_2, \dots, x_n 称为样本值。

<注> (1) 样本是一组**独立且与总体同分布**的随机变量；

$$(2) E(X_k) = E(X), D(X_k) = D(X) ;$$

$$(3) X_1, X_2, \dots, X_n \text{ 的分布函数: } F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n F(x_i)$$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \text{ 的概率密度为: } f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i)$$

例1: 设总体X服从参数为 θ 的指数分布, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自X的样本. (1)求 X_1, X_2, \dots, X_{10} 的联合概率密度;
(2) 特别地, 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 分别为10块独立工作的电路板的寿命(以年记), 求10块电路板的寿命都大于2的概率。

解: (1)由题, X_1, X_2, \dots, X_{10} 相互独立且同服从参数为 θ 的指数分布.故 X_1, X_2, \dots, X_{10} 的联合概率密度为:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = \prod_{i=1}^n f(x_i)$$
$$= \begin{cases} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta} e^{-x_i/\theta} = \frac{1}{\theta^{10}} e^{-(\sum_{i=1}^n x_i)/\theta} & x_i > 0, i = 1, 2, \dots, 10 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(2) 10块电路板的寿命都大于2的概率为:

$$\begin{aligned} & P\{X_1 > 2, X_2 > 2, \dots, X_{10} > 2\} \\ &= P\{X_1 > 2\}P\{X_2 > 2\} \cdots P\{X_{10} > 2\} \\ &= \left[\int_2^{\infty} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} dx \right]^{10} = [e^{-2/\theta}]^{10} = e^{-20/\theta} \end{aligned}$$