

概率统计课件之5

第五章 样本及抽样分布

主讲教师 邓小艳



第五章 样本及抽样分布

§ 5-1 随机样本

§ 5-2 描述统计

§ 5-3 统计量

§ 5-4 抽样分布



一、用图形来显示数据

(1) 点图 (2) 茎叶图 (3) 直方图

二、用数字描述数据

(1) 用来描述数据中心的度量

算术平均值、中位数、截尾均值

(2) 用来描述数据分散性的度量

方差与标准差、极差

三、五数概括、箱线图

第五章 样本及抽样分布

§ 5-1 随机样本

§ 5-2 描述统计

§ 5-3 统计量

§ 5-4 抽样分布



一、统计量

定义： 设**R.V.** X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体**X**的一个样本，
样本 X_1, X_2, \dots, X_n 的**不含未知参数的函数** $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$
称为统计量， $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为该统计量的观测值。

<注> 统计量是一个**R.V.**，统计量的分布称为抽样分布。

例1： 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ, σ^2 未知，判定下列各式是否是统计量。

$$(1) \sum_{i=1}^n X_i \quad (2) \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i - \mu \right)^2 \quad (3) X_i + 1 \quad (4) \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i - \bar{X} \right)^2$$
$$(5) X_1^2 + X_2^2$$

二、几个常用的统计量

统计量

(1) 样本均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

(2) 样本方差

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

(3) 样本标准差

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

(4) 样本k阶矩

$$A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$$

(5) 样本k阶
中心矩

$$B_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k$$

统计量的观测值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$$

$$b_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k$$

(6)经验分布函数

统计量

$$F_n(x) = \frac{1}{n} (\# X_i \leq x) \quad -\infty < x < +\infty$$

其中 $(\# X_i \leq x)$ 表示 X_1, X_2, \dots, X_n 中小于或等于 x 的个数

统计量的观测值

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{当 } x \leq x_{(1)}, \\ \frac{k}{n}, & \text{当 } x_{(k)} \leq x < x_{(k+1)}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1, \\ 1, & \text{当 } x \geq x_{(n)}. \end{cases}$$

其中 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$

伯努利大数定律或 W. 格列汶科定理(1953) 可从理论上证明:
当 n 很大时, 有 $F_n(x) \approx F(x)$.