

VERSUCH 206

Die Wärmepumpe

Annika Bennemann
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.01.2022

Abgabe: 28.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Güteziffer	3
2.2 Massendurchsatz	4
2.3 Die mechanische Kompressorleistung	5
3 Aufbau	5
4 Durchführung	6
5 Auswertung	6
6 Diskussion	11
7 Anhang	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es den Wärmetransport entgegen des Temperaturgradienten zu untersuchen. Dafür werden Merkmale wie die Gütezahl und der Massendurchsatz und deren Qualität bestimmt.

2 Theorie

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besagt in diesem Zusammenhang, dass Wärme von einem wärmeren Reservoir in das Kältere fließt. Dieser Prozess kann auch umgekehrt werden, zum Beispiel, wie in diesem Versuch, mit der Wärmepumpe. Für diese Umkehrung wird Arbeit benötigt, was im Folgenden näher erklärt wird.

In Abbildung 1 ist der prinzipielle Aufbau einer Wärmepumpe gegeben, wobei $p_b > p_a$ und $T_1 > T_2$ gilt.

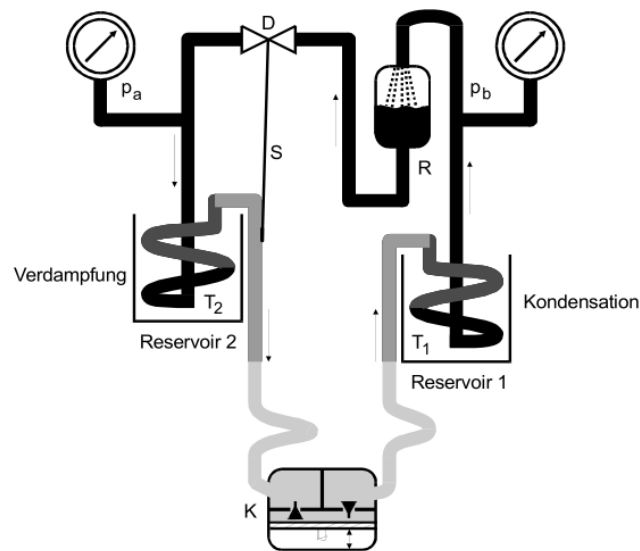


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe [2, S. 196].

2.1 Gütezahl

Die Gütezahl ν beschreibt das Verhältnis der transportierten Wärmemenge und der dafür aufgewandten Arbeit A im idealisierten Fall. So gilt für die Gütezahl einer idealen Wärmepumpe

$$\nu_{ideal} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (1)$$

und für die reale Wärmepumpe

$$\nu_{real} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}.$$

Q_1 steht für die abgegebene Wärmemenge. Nach dem ersten Hauptsatz der Wärmelehre gilt für die abgegebene Wärmemenge

$$Q_1 = Q_2 + A,$$

wobei Q_2 die entnommene Wärmemenge ist. Eine weitere wichtige Beziehung für die Wärmemengen lässt sich aus dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre herleiten. Für den idealen Fall gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0,$$

wenn die Wärmeübertragung reversibel ist. Für den realen, irreversiblen Teil gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0.$$

Zur Berechnung von der realen Güteziffer wird im Folgenden

$$\nu_{real} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \bar{N}} \quad (2)$$

benutzt. \bar{N} ist die vom Wattmeter angezeigte und über das Zeitintervall Δt gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors. Für $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}$ wird

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \quad (3)$$

eingesetzt, wobei $m_1 c_w$ die Wärmekapazität des Wassers im Reservoir 1 ist und $m_k c_k$ ist die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers.

2.2 Massendurchsatz

Die Wärmemenge

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t}, \quad (4)$$

die pro Zeiteinheit aus dem Reservoir 2 entnommen wird, wird mit der Verdampfungswärme L , die pro Zeit- und Masseneinheit verbraucht wird, gleichgesetzt

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta m}{\Delta t}. \quad (5)$$

Um den Massendurchsatz bestimmen zu können wird die Gleichung 5 nach

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t} \frac{1}{L} \quad (6)$$

umgestellt.

2.3 Die mechanische Kompressorleistung

Die Arbeit

$$A_m = - \int_{V_a}^{V_b} p dV$$

wird allgemein von dem Kompressor geleistet, wenn dieser ein Gasvolumen V_a auf V_b verringert. Es wird angenommen, dass die Kompression adiabatisch ist, sodass die Poissonsche Gleichung

$$p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa = p V^\kappa$$

angewendet werden kann. Mit den beiden Formeln ergibt sich die mechanische Kompressorleistung zu

$$N_{mech} = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t}, \quad (7)$$

mit der Dichte ρ beim Druck p_a .

3 Aufbau

Der Aufbau der Wärmepumpe zur Messung der gesuchten Kenngrößen ist in Abbildung 2 dargestellt. Sie besteht aus zwei Reservoiren, in denen sich Wasser befindet, welches von Rührmotoren durchgerührt wird. Das ist wichtig, damit das Wasser eine homogene Temperatur besitzt und die von den zwei digitalen Thermometern, die sich in den Reservoiren befinden, gemessene Temperatur keine großen Fehler aufweist. Das System der Wärmepumpe beruht auf einer Kupferschlange die mit dem Transportgas Dichlordifluormethan ($\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$) gefüllt ist und zu einem Kreislauf geschlossen ist. In dem sich in Reservoir 2 befindlichen Teil der Kupferschlange verdampft das Transportgas und entzieht dem Wasser in Reservoir 2 somit die Verdampfungswärme L . Reservoir 2 ist somit das wärmeabgebende, kältere Reservoir. Es folgt eine Steuerungsvorrichtung, die gewährleistet, dass flüssige Überreste im Gas zerstört werden, sodass nur Dampf vorhanden ist. Anschließend durchläuft der Dampf den Kompressor und wird dort nahezu adiabatisch komprimiert und somit stark erhitzt. Der Druck wird dadurch soweit erhöht, dass sich das Transportgas in der Kupferschlange im Reservoir 1 wieder verflüssigt. Währenddessen gibt das Transportgas die Kondensationswärme L an das Wasser im Reservoir ab und erhitzt es. Reservoir 1 ist somit das wärmeaufnehmende, wärmere Reservoir. Nach dem Reservoir wird der Druck p_b durch ein Barometer gemessen. Anschließend fließt das flüssige Transportgas durch einen Reiniger, der die Flüssigkeit von Gasresten trennt, damit im Folgenden das Drosselventil nicht beschädigt wird. Das Drosselventil ist mit einer Steuerungsvorrichtung vor dem Kompressor verbunden und regelt die Flüssigkeitszufuhr zum 2. Reservoir in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz vor und hinter dem Reservoir 2. Somit sorgt das Drosselventil mit dafür, dass nur das Transportmedium nur in Gasform in den Kompressor gelangt. Nach dem Drosselventil wird der Druck p_a gemessen und das flüssige Transportmedium wird wieder durch das Reservoir 2 geleitet, der Kreislauf beginnt erneut. Außerdem ist der Kompressor an ein Wattmeter angeschlossen, welches dessen elektrische Leistungsaufnahme misst.

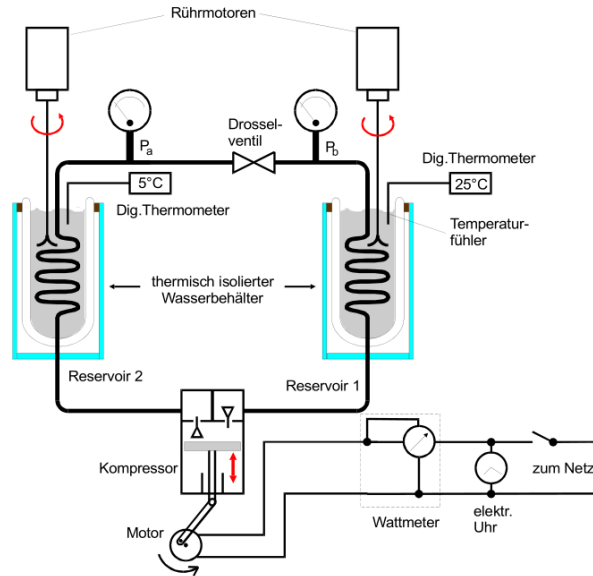


Abbildung 2: Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur [2, S. 197].

4 Durchführung

Die Reservoirs werden beide mit jeweils der gleichen Menge Wasser befüllt. Die Thermometer und die Rührmotoren werden angeschaltet und die Anfangswerte ohne Kompressor werden abgelesen und in eine Tabelle geschrieben. Anschließend wird der Kompressor angeschaltet und die Messung beginnt. Es werden nun jede Minute die Werte für die Temperaturen T_1 und T_2 , die Drücke p_a und p_b und die elektrische Leistungsaufnahme des Kompressors N abgelesen und in die Tabelle notiert. Die Messung geht solange bis T_1 eine Temperatur von mindestens 50° erreicht.

5 Auswertung

Die Messung wird nach Abschnitt 4 durchgeführt und die Temperatur- und Druckverläufe, sowie die Leistungsaufnahme des Kompressors werden in Tabelle 1 in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Hierbei werden die Werte direkt in SI-Einheiten umgerechnet und zu den Drücken, wie in der Versuchsanleitung [2] vorgegeben, 1 bar addiert.

Tabelle 1: Messwerte der Wärmepumpe.

t / s	T_1 / K	T_2 / K	$p_a \cdot 10^{-5} / \text{Pa}$	$p_b \cdot 10^{-5} / \text{Pa}$	N / W
0	294,15	293,85	4,8	4,5	0
60	294,85	293,75	4,0	6,0	115
120	296,05	292,65	4,2	6,5	120
180	297,55	291,15	4,4	6,8	122
240	299,05	289,75	4,4	7,0	125
300	300,55	288,55	4,4	7,1	125
360	302,05	287,45	4,2	7,5	122
420	303,45	286,45	4,0	7,9	122
480	304,85	285,35	4,0	8,0	122
540	306,15	284,35	3,8	8,3	122
600	307,35	283,45	3,7	8,8	122
660	308,45	282,55	3,6	9,0	125
720	309,65	281,65	3,5	9,1	125
780	310,65	280,75	3,4	9,5	125
840	311,65	279,85	3,4	9,7	125
900	312,65	279,05	3,2	10,0	115
960	314,45	278,15	3,2	10,2	115
1020	314,45	277,35	3,2	10,2	115
1080	315,25	276,75	3,0	10,5	115
1140	316,05	276,05	3,0	11,0	115
1200	316,75	275,35	3,0	11,0	115
1260	317,55	274,75	2,9	11,2	115
1320	318,95	274,05	2,8	11,5	115
1380	318,95	273,45	2,8	11,5	115
1440	319,55	272,95	2,7	11,8	115
1500	320,15	272,45	2,7	12,0	115
1560	320,75	271,85	2,7	12,0	115
1620	321,35	271,35	2,6	12,1	110
1680	321,95	270,75	2,6	12,2	110
1740	322,45	270,35	2,6	12,3	110
1800	322,95	269,85	2,5	12,6	110
1860	323,55	269,85	2,5	13,0	110

Aus den Werten in Tabelle 1 für die Temperaturen T_1 und T_2 wird ein Plot erstellt, siehe Abbildung 3. Hier werden die Temperaturverläufe in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen.

Außerdem wird nach der Formel

$$T(t) = at^2 + bt + c$$

jeweils eine Ausgleichskurve für T_1 und T_2 erstellt. Die Parameter werden mithilfe von

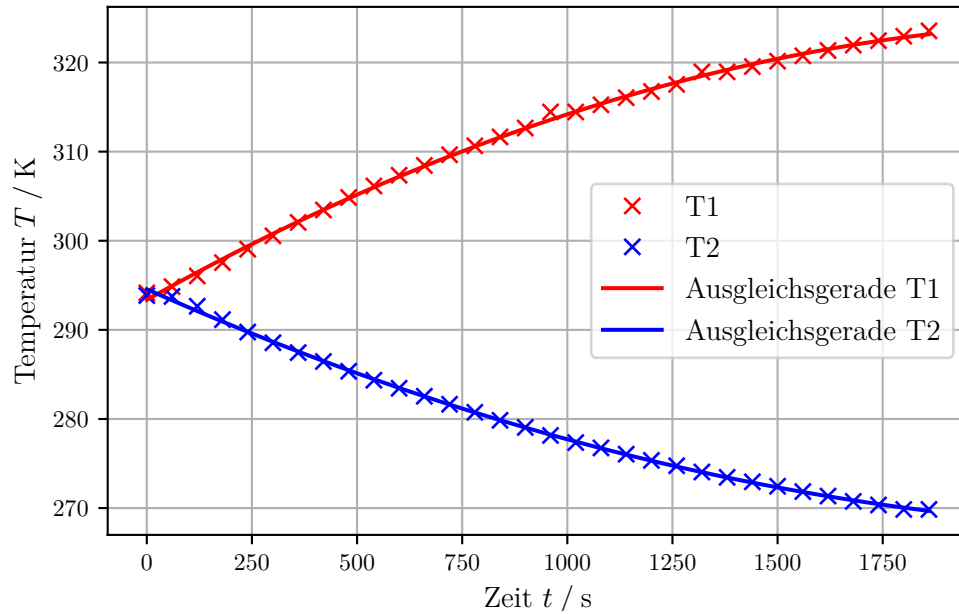


Abbildung 3: Temperaturverläufe von T_1 und T_2 .

Python bestimmt und lauten für die Ausgleichskurve von T_1

$$a = (-5,5677 \pm 0,1998) \cdot 10^{-6} \frac{\text{K}}{\text{s}^2}$$

$$b = (0,0264 \pm 0,0004) \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

$$c = (293,37 \pm 0,15) \text{K},$$

und für die Ausgleichskurve von T_2

$$a = (4,0330 \pm 0,1331) \cdot 10^{-6} \frac{\text{K}}{\text{s}^2}$$

$$b = (-0,0209 \pm 0,0003) \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

$$c = (294,56 \pm 0,10) \text{K}.$$

Aus den in Abbildung 3 dargestellten Funktionen werden nun die Differenzenquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ zu vier gewählten Zeitpunkten bestimmt. Die gewählten Zeitpunkte sind $t_1 = 420 \text{ s}$, $t_2 = 840 \text{ s}$, $t_3 = 1260 \text{ s}$ und $t_4 = 1680 \text{ s}$. Im Folgenden werden alle zu bestimmenden Größen jeweils zu diesen Zeitpunkten berechnet. Die Differenzenquotienten werden nach

$$\frac{dT}{dt} = 2at + b$$

berechnet, wobei der Fehler durch

$$\Delta \frac{dT}{dt} = \sqrt{(2t \cdot \Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

bestimmt wird. In Tabelle 2 sind die Differenzenquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ und ihre Fehler zu den vier gewählten Zeitpunkten aufgelistet.

Tabelle 2: Differenzenquotienten von Temperaturen T_1 und T_2 zu vier gewählten Zeitpunkten.

t / s	T_1 / K	$\frac{dT_1}{dt} / K/s$	T_2 / K	$\frac{dT_2}{dt} / K/s$
420	303,45	$0,0217 \pm 0,0004$	286,45	$-0,0175 \pm 0,0003$
840	311,65	$0,0170 \pm 0,0005$	279,85	$-0,0141 \pm 0,0003$
1260	317,55	$0,0124 \pm 0,0006$	274,75	$-0,0107 \pm 0,0004$
1680	321,95	$0,0077 \pm 0,0008$	270,75	$-0,0073 \pm 0,0005$

Im nächsten Schritt sollen die ideale und die reale Gütezahl der Wärmepumpe nach Gleichungen 1 und 2 bestimmt werden. N wird dafür gemittelt aus Tabelle 1 zu $\bar{N} = (114 \pm 4)W$. Die Wärmekapazität des Wassers beträgt $c_w = 4182 J/(kg K)$ [1, S. 381], die Masse des Wassers im Reservoir beträgt $m_1 = 3 kg$. Somit wird $m_1 c_w$ berechnet zu $m_1 c_w = 12546 J/K$. Die Wärmekapazität des Eimers und der Kupferschlange beläuft sich auf $m_k c_k = 750 J/K$. Mit den Werten aus Tabelle 2 werden nun die Gütezahlen bestimmt und in Tabelle 3 dargestellt. Der Fehler der realen Gütezahl wird nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch

$$\Delta \nu_{real} = \sqrt{\left(\frac{m_1 c_w + m_k c_k}{\bar{N}} \Delta \frac{dT_1}{dt}\right)^2 + \left(-(m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dt} \frac{1}{\bar{N}^2} \Delta \bar{N}\right)^2}$$

bestimmt.

Tabelle 3: Reale und ideale Gütezahl zu vier gewählten Zeitpunkten.

t / s	reale Gütezahl ν_{real}	ideale Gütezahl ν_{ideal}	Abweichung /%
420	$2,53 \pm 0,10$	17,85	85,0
840	$1,99 \pm 0,09$	9,80	79,7
1260	$1,44 \pm 0,09$	7,42	80,6
1680	$0,90 \pm 0,09$	6,29	85,8

Die Abweichung der realen von der idealen Gütezahl wird durch die Formel

$$abw = 100 \cdot \left(\frac{\nu_{real} - \nu_{ideal}}{\nu_{ideal}}\right)$$

bestimmt.

Um den Massendurchsatz $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ nach Gleichung 6 zu bestimmen wird zuerst ein Plot des logarithmierten Drucks $\frac{p_b}{p_0}$ in Abhängigkeit von $\frac{1}{T_1}$ erstellt, woraus die Verdampfungswärme L durch

$$L = -aR \quad (8)$$

bestimmt wird. Die universelle Gaskonstante lautet $R = 8,314\,462\,618\,153\,24\,\text{J}/(\text{mol K})$ und $p_0 = 100\,000\,\text{Pa}$.

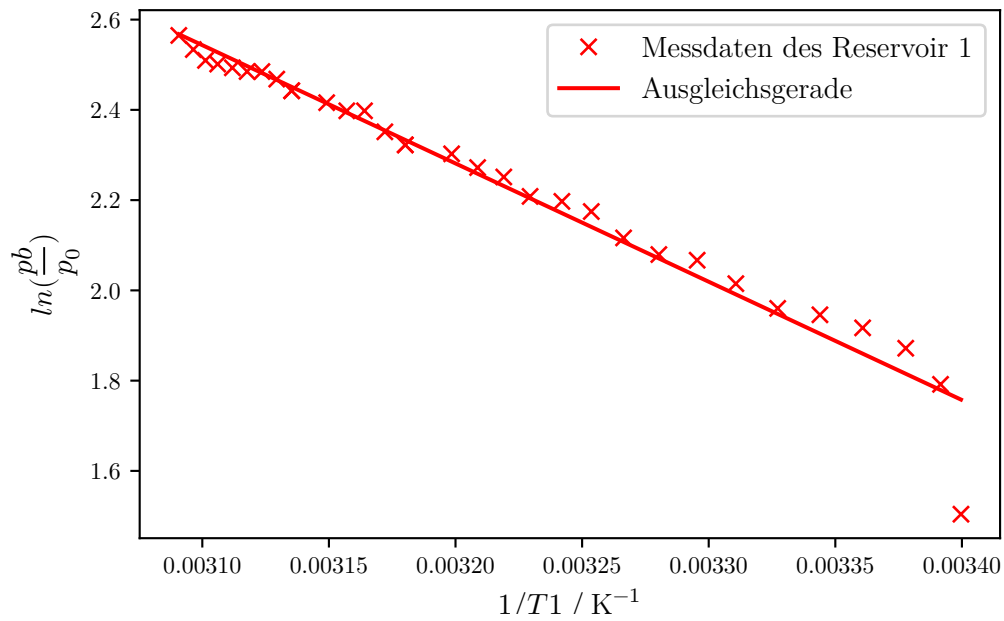


Abbildung 4: Dampfdruckkurve von Dichlordifluormethan zur Bestimmung der Verdampfungswärme L .

Die Ausgleichsgerade wird nach $y = a \cdot x + b$ mithilfe von Python bestimmt, daher lauten die Parameter

$$a = (-2621.10 \pm 97.45)\text{K}$$

$$b = (10.67 \pm 0.31)$$

und L kann nach Gleichung 8 bestimmt werden zu

$$L = (21793.07 \pm 810.28) \frac{\text{J}}{\text{mol}}.$$

Der berechnete Massendurchsatz wird in Tabelle 4 aufgetragen und zur besseren Darstellung in SI-Einheiten mit der molaren Masse von Dichlordifluormethan $M = 120,9\,\text{g/mol}$

multipliziert. Der Fehler des Massendurchsatzes wird durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung nach

$$\Delta \frac{\Delta m}{\Delta t} = \sqrt{\left(\frac{m_2 c_w + m_k c_k}{L} \Delta \frac{dT_2}{dt}\right)^2 + \left(-(m_2 c_w + m_k c_k) \frac{dT_2}{dt} \frac{1}{L^2} \Delta L\right)^2}$$

berechnet.

Tabelle 4: Massendurchsatz zu vier gewählten Zeitpunkten.

t / s	$\frac{dm}{dt} / \text{mol/s}$	$\frac{dm}{dt} / \text{g/s}$
420	$-0,0107 \pm 0,0004$	$-1,29 \pm 0,05$
840	$-0,0086 \pm 0,0004$	$-1,04 \pm 0,05$
1260	$-0,0065 \pm 0,0004$	$-0,79 \pm 0,04$
1680	$-0,0045 \pm 0,0004$	$-0,54 \pm 0,04$

In Tabelle 5 ist die Dichte des Transportgases Dichlordifluormethan, sowie die mechanische Leistung des Kompressors für die vier gewählten Zeitpunkte dargestellt. Die Dichte wird nach der Formel

$$\rho = \frac{\rho_0 \cdot T_0 \cdot p_a}{T_2 \cdot p_0}$$

berechnet. Hier ist $p_0 = 100\,000 \text{ Pa}$, $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und $\rho_0 = 5,51 \text{ kg/m}^3$. Mithilfe von Gleichung 7 und den zuvor berechneten Werten wird somit die mechanische Kompressorleistung bestimmt. κ entspricht für Dichlordifluormethan $\kappa = 1,14 \text{ W/(m K)}$. Der Fehler der mechanischen Kompressorleistung berechnet sich hierbei durch

$$\Delta N_{mech} = \sqrt{\left(\frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a\right) \frac{1}{\rho} \Delta \frac{\Delta m}{\Delta t}\right)^2}.$$

Tabelle 5: Dichte und mechanische Leistung des Kompressors zu vier gewählten Zeitpunkten.

t / s	$\rho / \text{kg/m}^3$	N_{mech} / W
420	21,02	$15,3 \pm 0,6$
840	18,29	$19,0 \pm 0,8$
1260	15,89	$18,6 \pm 1,0$
1680	14,45	$14,5 \pm 1,2$

6 Diskussion

Wie in Tabelle 3 zu sehen, weicht die reale Gütezahl stark von der idealen Gütezahl der Wärmepumpe ab, was auch zu erwarten war. Zu den vier betrachteten Zeitpunkten

liegt die Abweichung in einem Bereich zwischen 79,7% bei $t_2 = 840\text{ s}$ und 85,8% bei $t_4 = 1680\text{ s}$. Die starke Abweichung der realen von der idealen Güteziffer hat mehrere Gründe.

So wird bei den Berechnungen davon ausgegangen, dass es sich um einen reversiblen Prozess handelt, was bei dem Versuch in der Realität nicht umsetzbar ist. Zum Beispiel entsteht an verschiedenen Stellen im Aufbau Reibung, welche zu Energieverlusten führen kann. Das Gas wird im Kompressor außerdem nur nahezu adiabatisch komprimiert. Ein weiterer Grund für Unsicherheiten besteht in der Dichtigkeit der Apparatur. So sind die Eimer nicht dicht abgeschlossen und nicht komplett wärmeisolierend. Auch die Isolierung der Kupferrohre ist nicht optimal und kann den Wärmeaustausch mit der Umgebung nur begrenzt verhindern. Ein weiteres Problem stellt die Temperaturmessung dar. Die Temperatur in Reservoir 2 sinkt unter den Gefrierpunkt, sodass sich Eis bildet und das Wasser nicht mehr optimal durchgerührt werden kann, beziehungsweise keine homogene Temperatur mehr aufweist. Das manuelle Ablesen der Werte jede Minute kann auch zu Fehlern führen. Zum Einen sind die Barometer und das Wattmeter nicht digital und relativ grob skaliert, was ein genaues Ablesen erschwert. Außerdem ist es schwer fünf Werte gleichzeitig zu erfassen und aufzuschreiben, auch hier können menschliche Fehler unterlaufen, die jedoch in den berechneten Messungenauigkeiten der Werte nicht erfasst werden.

7 Anhang

Zeit in min	Temperatur A in °C	Druck pa	Temperatur B in °C	Druck bar	Kompressor
t	T _A /°C	pa	T _B /°C	pa	N/W
0	20,7	3,8	21	3,5	0
1	20,8	3,8	21,2	3,6	115
2	19,5	3,2	22,9	5,5	120
3	18,0	3,4	24,4	5,8	122
4	16,6	3,4	25,3	6,0	125
5	15,4	3,4	27,4	6,1	125
6	14,3	3,2	28,9	6,5	122
7	13,3	3,0	30,3	6,9	122
8	12,2	3,0	31,7	7,0	122
9	11,2	2,8	33,0	7,3	122
10	10,3	2,7	34,2	7,8	122
11	9,4	2,6	35,3	8,0	125
12	8,5	2,5	36,5	8,1	125
13	7,6	2,4	37,5	8,5	125
14	6,7	2,4	38,5	8,7	125
15	5,9	2,2	39,5	9,0	115
16	5,0	2,2	40,4	9,1	115
17	4,2	2,2	41,3	9,2	115
18	3,6	2,0	42,1	9,5	115
19	2,9	2,0	42,9	10,0	115
20	2,2	2,0	43,6	10,0	115
21	1,6	1,9	44,4	10,2	115
22	0,9	1,8	45,1	10,3	115
23	0,3	1,8	45,8	10,5	115
24	-0,2	1,7	46,4	10,8	115
25	-0,7	1,7	47,0	11,0	115
26	-1,3	1,7	47,6	11,0	115
27	-1,8	1,6	48,2	11,1	110
28	-2,4	1,6	48,8	11,2	110
29	-2,9	1,6	49,3	11,3	110
30	-3,3	1,5	49,8	11,6	110
31	-3,3	1,5	50,4	12,0	110

Abbildung 5: Messwerte der Wärmepumpe.

Literatur

- [1] Wolfgang Schenk. *Physikalisches Praktikum*. Friedrich Kremer, Springer Spektrum, 2014. ISBN: 978-3-658-00665-5.
- [2] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 206 Die Wärmepumpe*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.