

VERSUCH 103

Biegung von elastischen Stäben

Annika Bennemann
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.11.2021

Abgabe: 26.11.2021

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Theorie | 3 |
| 1.1 | Allgemein | 3 |
| 1.2 | einseitige Einspannung | 3 |
| 1.3 | beidseitige Auflage | 3 |
| 2 | Durchführung | 4 |
| 2.1 | einseitige Einspannung | 4 |
| 2.2 | beidseitige Auflage | 5 |
| 3 | Auswertung | 5 |
| 3.1 | runder Stab, einseitige Einspannung | 6 |
| 3.2 | runder Stab, beidseitige Auflage | 8 |
| 3.3 | eckiger Stab, einseitige Einspannung | 9 |
| 3.4 | eckiger Stab, einseitige Einspannung | 11 |
| 3.5 | eckiger Stab, beidseitige Auflage | 12 |
| 4 | Diskussion | 12 |
| | Literatur | 12 |

1 Theorie

Ziel des Versuchs ist es, das Elastizitätsmodul eines Metalls zu bestimmen und die berechneten Daten mit Literaturwerten abzugleichen.

1.1 Allgemein

1.2 einseitige Einspannung

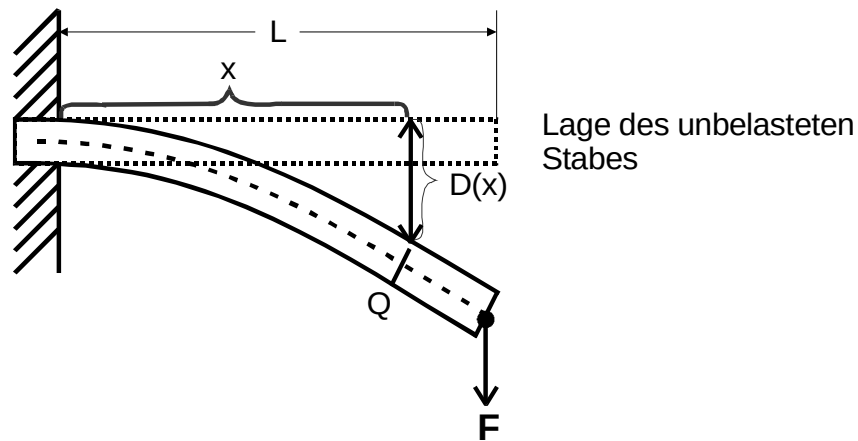


Abbildung 1: Durchbiegung eines elastischen Stabes bei einseitiger Einspannung [3, S. 107]

1.3 beidseitige Auflage

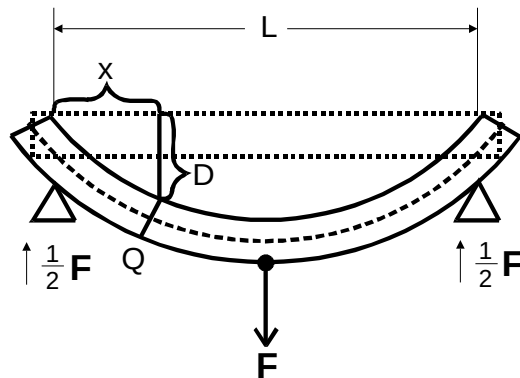


Abbildung 2: Durchbiegung eines elastischen Stabes bei beidseitiger Auflage [3, S. 110]

[sample]

2 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 schematisch dargestellt. An der Vorrichtung befinden sich auf einer Schiene mit Längenskalierung zwei verschiebbare Messuhren, die die Auslenkung messen. Zunächst werden die Massen und Maße der elastischen Stäbe mithilfe einer elektrischen Waage, eines Maßbandes und eines Messschiebers bestimmt. Bei den Probekörpern handelt es sich um einen rechteckigen und einen runden Stab des gleichen Materials.

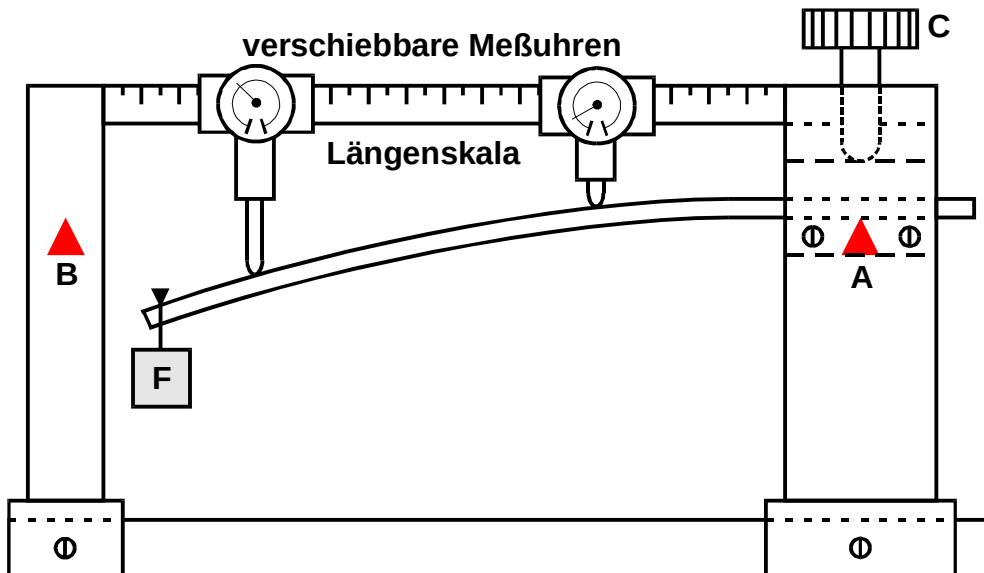


Abbildung 3: Aufbau der Apparatur zur Messung der Durchbiegung der elastischen Stäbe[3, S. 111]

2.1 einseitige Einspannung

Der Probekörper wird einseitig am Punkt C eingespannt. Am Ende des Stabes wird ein Gewicht angehängt, sodass sich der Stab durchbiegt. Hierbei soll eine maximale Auslenkung von 3 bis 7 mm erreicht werden. Es werden mehrere Messungen entlang des Stabes durchgeführt. Man kann nicht davon ausgehen, dass die Stäbe exakt gerade sind, daher werden die Messuhren vor jeder Messung der Auslenkung auf Null gesetzt, bevor das Gewicht angehängt wird. Nun wird die Auslenkung $D(x)$ bestimmt und in Abhängigkeit vom Abstand x zur Einspannung in einer Tabelle notiert, bevor die Messuhr um einen Abstand von 2,5 cm verschoben werden. $D(x)$ wird bestimmt durch die Formel:

$$D(x) = D_m(x) - D_0(x) \quad (1)$$

wobei $D_0(x)$ hier Null ist, wenn die Messuhr vor jeder Messung auf Null gesetzt wird und $D(x)$ somit direkt abgelesen werden kann.

2.2 beidseitige Auflage

Das Verfahren wird analog für die beidseitige Auflage wiederholt. Nun liegt der Probekörper jedoch auf den Punkten A und B auf und das Gewicht wird mittig angehängen anstatt am Ende des Stabes. Außerdem muss nun beachtet werden, dass an beiden Hälften des Stabes mit verschiedenen Messuhren gemessen wird.

3 Auswertung

Tabelle 1: Maße des runden und des eckigen Stabes

| | Runder Stab | Eckiger Stab |
|-----------------------|-------------|--------------|
| l / mm | 592,0 | 602,0 |
| l_{Lit} / mm | 551,82 | 591,18 |
| d bzw. h / mm | 10,0 | 10,0 |
| m / g | 129,4 | 167,2 |
| m_{Lit} / g | 120,9 | 164,0 |

Aus den bestimmten Daten der Stäbe wird die Dichte des Materials nach der Formel:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

mit V = Volumen des Stabs, zu $\rho_r = 2783,06 \text{ kg/m}^3$, sowie $\rho_e = 2777,41 \text{ kg/m}^3$ bestimmt. Aus dem Vergleich mit Literaturwerten [2] wird klar, dass es sich um Aluminium handelt.

Außerdem wird das Flächenträgheitsmoment I_r der Stäbe bestimmt. Bei einem runden Querschnitt wird dafür die Formel [1]

$$I_r = \frac{\pi(d/2)^4}{4}. \quad (3)$$

verwendet. Das Flächenträgheitsmoment für den runden Stab beträgt also:

$$I_r = 4,91 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4.$$

Das Flächenträgheitsmoment des eckigen Stabes mit quadratischem Querschnitt berechnet sich nach der Formel [1]:

$$I_e = \frac{b^4}{12}. \quad (4)$$

Das Flächenträgheitsmoment für den eckigen Stab beträgt also:

$$I_e = 8,33 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4.$$

3.1 runder Stab, einseitige Einspannung

Tabelle 2: Messung der Biegung des runden Stabs bei einseitiger Einspannung

| x / mm | $D(x) / \text{mm}$ |
|-----------------|--------------------|
| 100 | 0,28 |
| 125 | 0,35 |
| 150 | 0,36 |
| 175 | 0,45 |
| 200 | 0,51 |
| 225 | 0,62 |
| 250 | 0,78 |
| 275 | 0,93 |
| 300 | 1,16 |
| 325 | 1,34 |
| 350 | 1,58 |
| 370 | 1,78 |
| 400 | 2,07 |
| 425 | 2,30 |
| 450 | 2,58 |
| 475 | 2,79 |
| 500 | 3,10 |
| 525 | 3,48 |

Das Elastizitätsmodul kann mit der Hilfsfunktion $Lx^2 - \frac{x^3}{3}$ und der Formel ?? berechnet werden. Hierzu wird mit dem Pythonmodul Matplotlib [**matplotlib**] der Y-Achsenabschnitt und die Steigung der linearen Regression $y = a * x + b$ und ihre Fehler berechnet.

a = (0.0344 ± 0.0009)

b = (-0.0844 ± 0.0462)

Nach umstellen der Formel ?? nach E

$$a = \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \Leftrightarrow E = \frac{m \cdot g}{2 \cdot a \cdot I} \quad (5)$$

erhält man folgende Werte für das Elastizitätsmodul:

Mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet man

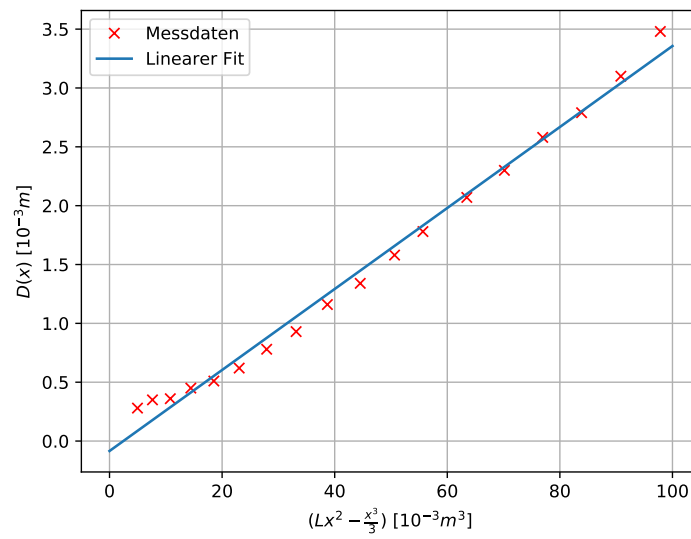


Abbildung 4: Lineare Regression: runder Stab, einseitige Einspannung

3.2 runder Stab, beidseitige Auflage

test

Tabelle 3: Messung der Biegung des runden Stabs bei beidseitiger Auflage

| x / mm | $D(x)$ / mm |
|----------|-------------|
| 100 | 0,22 |
| 125 | 0,25 |
| 150 | 0,31 |
| 175 | 0,30 |
| 200 | 0,42 |
| 225 | 0,38 |
| 250 | 0,40 |
| 275 | |
| 300 | 0,40 |
| 325 | 0,37 |
| 350 | 0,41 |
| 375 | 0,30 |
| 400 | 0,31 |
| 425 | 0,25 |
| 450 | 0,21 |
| 475 | 0,17 |
| 500 | 0,12 |

3.3 eckiger Stab, einseitige Einspannung

rundb1: $a = 0.0024963660231759333 \pm 0.000427138613034415$ $b = -0.004118075387476106 \pm 0.05756132336959278$

rundb2: $a = 0.002373265473474495 \pm 0.000196410962171616$ $b = 0.009000034335808427 \pm 0.02392505292907706$

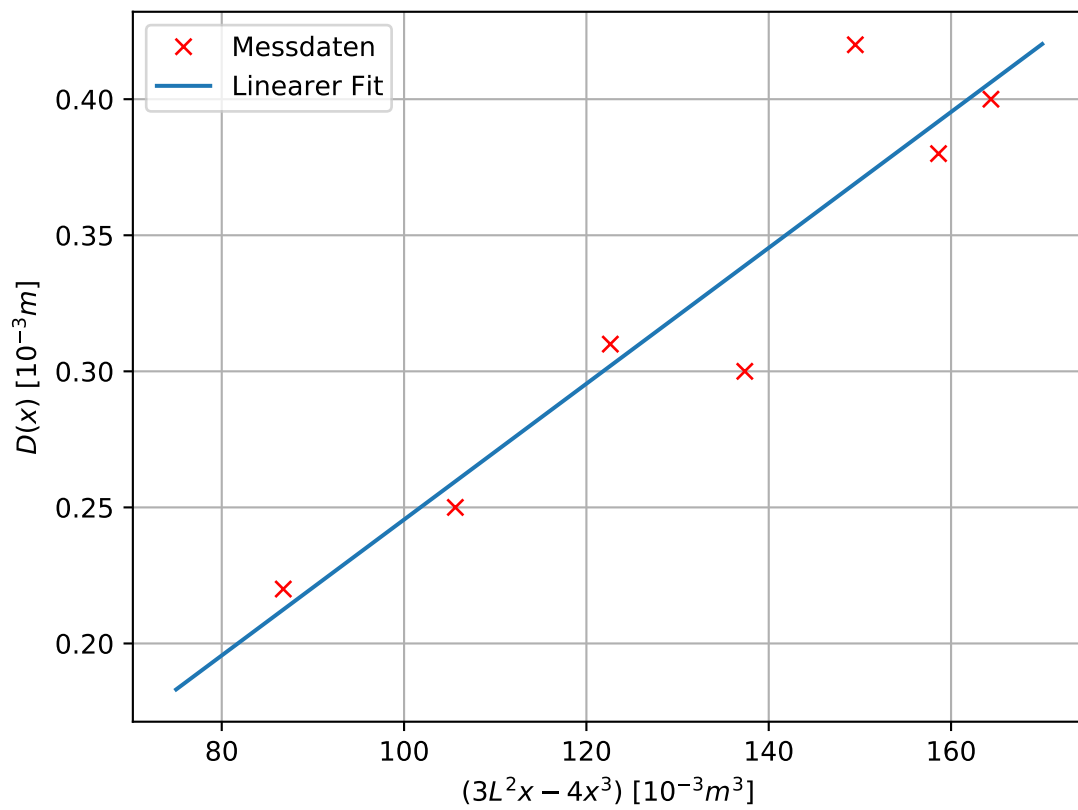


Abbildung 5: Lineare Regression: runder Stab, beidseitige Auflage, $0 < x < L/2$

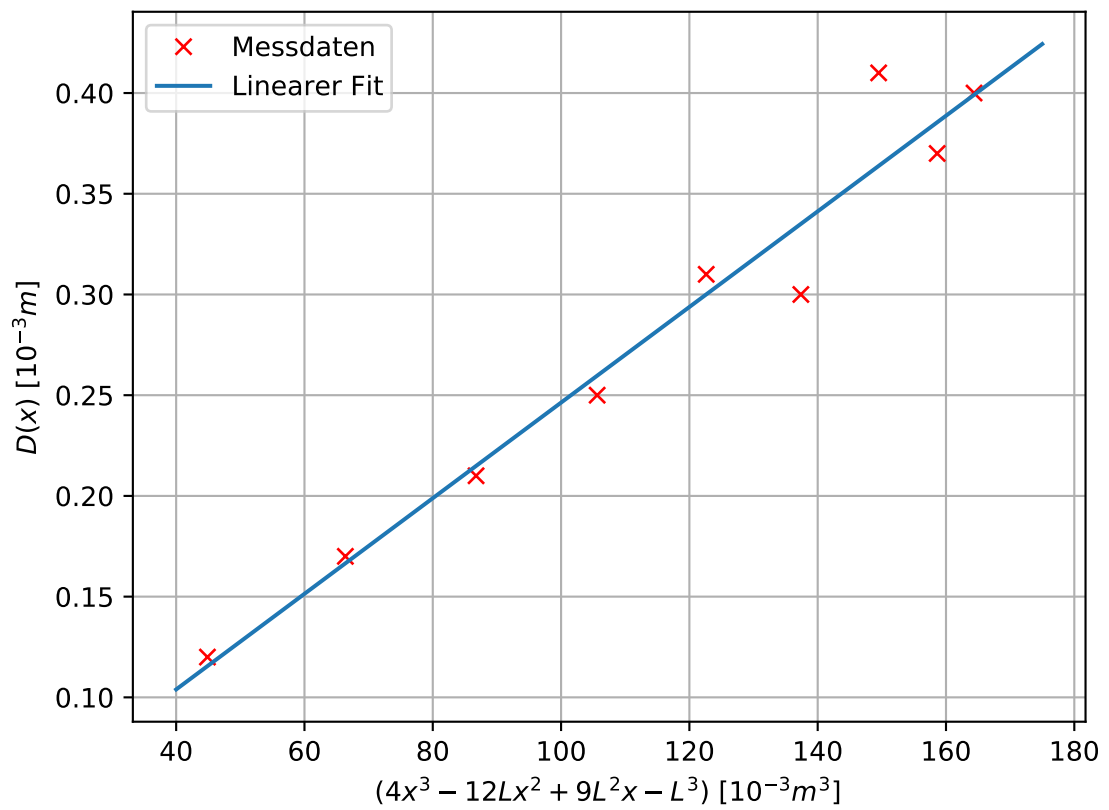


Abbildung 6: Lineare Regression: runder Stab, beidseitige Auflage, $X > L/2$

3.4 eckiger Stab, einseitige Einspannung

Tabelle 4: Messung der Biegung des eckigen Stabs bei einseitiger Einspannung

| x / mm | $D(x)$ / mm |
|----------|-------------|
| 100 | 0,32 |
| 125 | 0,46 |
| 150 | 0,62 |
| 175 | 0,73 |
| 200 | 0,87 |
| 225 | 1,03 |
| 250 | 1,15 |
| 275 | 1,32 |
| 300 | 1,64 |
| 325 | 1,86 |
| 350 | 2,01 |
| 375 | 2,32 |
| 400 | 2,68 |
| 425 | 2,90 |
| 450 | 3,05 |
| 475 | 3,44 |
| 500 | 3,75 |
| 525 | 4,11 |

3.5 eckiger Stab, beidseitige Auflage

Tabelle 5: Messung der Biegung des eckigen Stabs bei beidseitiger Auflage

| x / mm | $D(x) / \text{mm}$ |
|-----------------|--------------------|
| 50 | 0,01 |
| 75 | 0,03 |
| 100 | 0,06 |
| 125 | 0,07 |
| 150 | 0,08 |
| 175 | 0,11 |
| 200 | 0,14 |
| 225 | 0,15 |
| 250 | 0,16 |
| 275 | |
| 300 | 0,18 |
| 325 | 0,17 |
| 350 | 0,16 |
| 375 | 0,15 |
| 400 | 0,12 |
| 425 | 0,12 |
| 450 | 0,10 |
| 475 | 0,08 |
| 500 | 0,04 |

4 Diskussion

Literatur

- [1] *Flächenträgheitsmomente einiger Querschnitte*. Universität Siegen. URL: https://www.bau.uni-siegen.de/subdomains/bauinformatik/lehre/tm2/arbeitsblaetter/arbeitsblatt_08_flaechentraegheitsmomente_bsp.pdf (besucht am 21. 11. 2021).
- [2] *Metallglossar*. ESG Edelmetall-Service GmbH und Co. KG. URL: <https://www.scheideanstalt.de/metallglossar/metallglossar/> (besucht am 21. 11. 2021).
- [3] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 103 Biegung elastischer Stäbe*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.