

VERSUCH 401

## Das Michelson-Interferometer

Annika Bennemann  
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling  
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.04.2022

Abgabe: 19.04.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht . . . . .	3
2.2 Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers . . . . .	4
<b>3 Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers . . . . .	7
5.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft . . . . .	9
<b>6 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>7 Anhang</b>	<b>11</b>
<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es die Wellenlänge eines Lasers unter Zuhilfenahme des Michelson-Interferometers zu bestimmen. Außerdem soll der Brechungsindex von Luft bestimmt werden.

## 2 Theorie

Im Interferometer treten Interferenzeffekte auf, weswegen im Folgenden die Voraussetzungen für Interferenz vorgestellt werden.

### 2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht

Licht wird als elektromagnetische Welle angenommen und seine Ausbreitung kann mit den Maxwellgleichungen beschrieben werden. Die Beschreibung der Lichtwelle erfolgt über die Feldstärke

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta), \quad (1)$$

wobei  $x$  die Ortskoordinate und  $k$  die Wellenzahl ist, welche den Zusammenhang  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  mit der Wellenlänge  $\lambda$  besitzt.  $\omega$  ist die Kreisfrequenz und  $\delta$  ist der Phasenwinkel. Die Intensität  $I$  des Lichtes ist eine messbare Größe, welche durch  $I = \text{const} |\vec{E}|^2$  berechnet werden kann. Sie gibt den Zeitmittelwert der Lichtleistung an, die auf eine Flächeneinheit trifft. Wenn zwei Lichtwellen auf einem Punkt zusammentreffen, überlagern sie sich nach dem Superpositionsprinzip und für die Intensität gilt

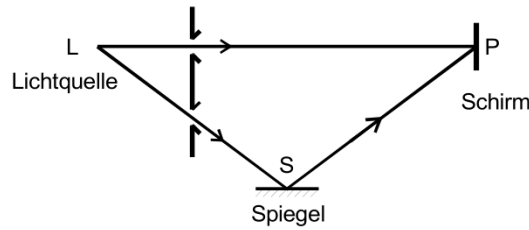
$$I_{\text{ges}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\vec{E}(x, t)|^2 dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2(x, t) dt.$$

Der Beobachtungszeitraum sollte groß gegenüber der Periodendauer sein. Besitzen beide Wellen die Form (1), so ergibt sich die Gesamtintensität zu

$$I_{\text{ges}} = 2\vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)),$$

wobei zur Addition der Intensitäten der einzelnen Lichtwellen noch ein Interferenzterm hinzukommt.

Eine wichtige Voraussetzung für Interferenz ist kohärentes Licht, also dass die Parameter  $k$ ,  $\omega$  und  $\delta$  in der Gleichung 1 feste Werte besitzen. Lichtquellen, die kohärentes Licht erzeugen, sind zum Beispiel Laser. Aber auch mit konventionellen Lichtquellen, kann mit einer Versuchsanordnung wie in Abbildung 1 kohärentes Licht erzeugt werden.



**Abbildung 1:** Prinzipielle Versuchsanordnung zur Erzeugung von kohärentem Licht aus einer konventionellen Lichtquelle [2, S. 3].

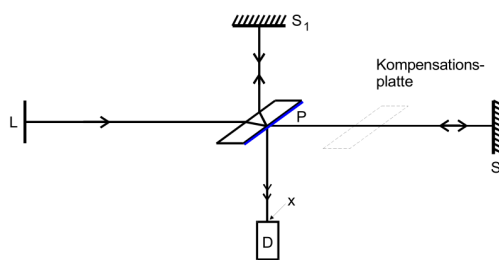
Dazu wird das Licht aus einer Lichtquelle durch eine Doppelblende aufgeteilt, wobei ein Strahl auf direktem Weg auf einen Schirm trifft. Der andere Strahl wird an einem Spiegel reflektiert und trifft auf dem gleichen Auftreffpunkt auf. Es ist zu beachten, dass der Emissionsakt nur eine endliche Zeit  $\tau$  andauert, also besitzt der Wellenzug eine endliche Länge. Wenn der Wegunterschied  $\Delta$  (in Abbildung 1 gilt  $\Delta = \overline{LSP} - \overline{LP}$ ) deutlich größer ist als die Länge des Wellenzuges, treten keine Interferenzeffekte auf. Der Grund dafür ist, dass die Lichtwellen, welche zeitgleich am Punkt  $P$  ankommen, keine feste Phasenbeziehung besitzen und somit nicht mehr kohärent sind. Der Wegunterschied, bei dem gerade keine Interferenzeffekte auftreten, wird Kohärenzlänge  $\ell$  genannt.

Nach dem Fourierschem Theorem kann ein Wellenzug endlicher Länge nicht monochromatisch sein. Jedoch ist polychromatisches oder nicht-monochromatisches Licht nicht interferenzfähig. Deswegen muss das Frequenzspektrum so schmal oder der Wegunterschied so klein sein, dass die Maxima- und Minimabedingungen von zwei Wellenlängen nicht an demselben Ort realisiert werden können.

## 2.2 Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers

Das Michelson-Interferometer wurde entwickelt um im Michelson-Morley-Experiment den Äther nachzuweisen, was nicht funktioniert hat, jedoch werden ähnliche Interferometer dazu benutzt um Gravitationswellen nachzuweisen.

Der prinzipielle Aufbau des Michelson-Interferometer ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Schematischer Aufbau des Michelson-Interferometer [2, S. 3].

Im Punkt  $L$  ist eine Lichtquelle stationiert, welche ihr Licht auf eine semipermeable Platte  $P$  emittiert. Dort wird der Lichtstrahl aufgespalten, wobei ein Teil reflektiert wird

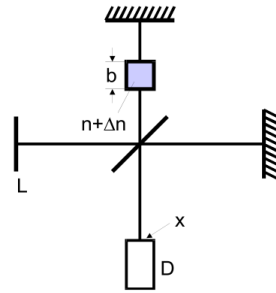
und der andere transmittiert. Beide treffen nach der Ausspaltung auf einen Spiegel, wo sie total reflektiert werden und wieder auf den semipermeablen Spiegel treffen. Anschließend werden beide wieder reflektiert und transmittiert. Zwei Strahlen treffen somit auf den Detektor  $D$ . Damit die einzelnen Strahlen beim Wiederaufeindertreffen am semipermeablen Spiegel  $P$  interferenzfähig sind, darf der Weglängenunterschied  $\Delta = 2\overline{PS}_2 - 2\overline{PS}_1$  nicht länger als die Kohärenzlänge sein. Die Kompensationsplatte in der Strecke  $\overline{PS}_2$  hat den gleichen Brechungsindex wie der semipermeable Spiegel; somit wird ausgeglichen, dass der reflektierte Strahl dreimal, während der transmittierte Strahl nur einmal durch  $P$  geht.

Sind die Strecken  $\overline{PS}_1$  und  $\overline{PS}_2$  gleich lang, haben die Lichtstrahlen am Detektor  $D$  einen Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$ , sodass destruktive Interferenz auftritt und sich die Strahlen gegenseitig auslöschen. Wird nun einer der Spiegel um die Strecke  $\Delta d$  bewegt, ändert sich das Interferenzbild und es gilt die Formel

$$\Delta d = z \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

wobei  $z$  die Anzahl der beobachteten Interferenzmaxima beschreibt.

Außerdem kann in dem Michelson-Interferometer ein optischer Weglängenunterschied erzeugt werden, indem, wie in Abbildung 3 zu sehen ist, in eine der Strecken ein Medium der Breite  $b$  mit einem anderen Brechungsindex eingebaut ist.



**Abbildung 3:** Schematischer Aufbau des Michelson-Interferometer mit Medium zur Bestimmung des Brechungsindex [2, S. 3].

Der Weglängenunterschied der beiden Strahlen beträgt  $\Delta nb$ . Bei der Änderung vom Druck lassen sich  $z$  Maxima beobachten und es gilt

$$\Delta n = \frac{z\lambda}{2b}. \quad (3)$$

Aus der klassischen Dispersionstheorie lässt sich

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}$$

folgern, wobei  $N$  die Anzahl der Dipole pro Volumeneinheit ist, die von der Lichtwelle zu Schwingungen erzwungen wurden. Die Gase, die hier benutzt werden, verhalten sich in

einem Bereich von 0 bis 1 bar wie ideale Gase, weswegen die ideale Gasgleichung benutzt werden kann und es gilt

$$N(r, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L.$$

Der Unterschied des Brechungsindex des Gases zu dem der Umgebung lässt sich durch  $\Delta n(p, p') = \frac{f}{2}(N(p, T) - N(p', T))$  angeben. Der Brechungsindex unter Normalbedingungen ergibt sich zu

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}, \quad (4)$$

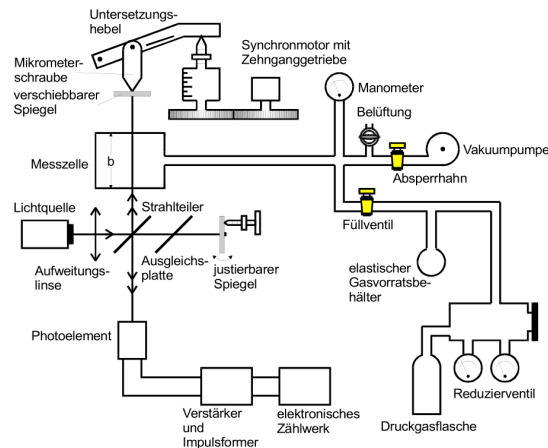
weswegen der Brechungsindex des Gases sich durch einsetzen von Gleichung 3 mit

$$n = 1 + z \frac{\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (5)$$

berechnen lässt.

### 3 Aufbau

Das Michelson-Interferometer ist wie in Abbildung 4 aufgebaut.



**Abbildung 4:** Aufbau des Experiments des Michelson-Interferometer [2, S. 3].

Damit Interferenzen beobachtet werden können, muss der Laserstrahl in zwei Teile aufgeteilt werden. Dies geschieht indem das Licht auf eine semipermeable Platte fällt, welche als Strahlteiler fungiert. Einer der Strahlwege kann durch einen beweglichen Spiegel, der durch einen Motor verschoben wird, verlängert werden. Außerdem ist bei dem verstellbaren Weg eine Messzelle angebracht, welche eine Breite von  $b = 50 \text{ mm}$  hat. Diese lässt sich sowohl evakuieren, als auch mit verschiedenen Gasen befüllen, sodass durch den geänderten Brechungsindex in der Messzelle ebenso ein optischer Wegunterschied zwischen beiden Strahlwegen entsteht. Im unbewegten Strahlweg ist zudem eine Ausgleichsplatte angebracht, da dieser Strahlweg im Gegensatz zum anderen Strahlweg nicht dreimal,

sondern nur einmal durch den in der Mitte angebrachten Strahlteiler führt. Die beiden Strahlwege enden beide auf dem Detektor, wo die Interferenzmaxima durch eine Schaltung mit einem elektronischem Zählwerk erfasst werden.

## 4 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs muss das Michelson-Interferometer für die Messung justiert werden. Dazu wird der Laser eingeschaltet und an die Position des Detektors ein weißes Blatt Papier, zur besseren Sichtbarkeit des Lasers, eingebracht. Der justierbare Spiegel wird so ausgerichtet, dass die beiden hellsten Intensitätsmaxima der beiden ankommenden Strahlen möglichst genau übereinander treffen. Der Detektor wird entsprechend so ausgerichtet, dass die Intensitätsmaxima beider Strahlen genau auf dem Eintrittsspalt des Detektors liegen.

Um die Wellenlänge des Lasers zu bestimmen, wird der verschiebbare Spiegel benutzt. Dazu wird der Motor eingeschaltet und eine Verschieberichtung ausgewählt. In 10 Messungen wird der Abstand  $d$  des Spiegels mithilfe des Motors solange vergrößert bis ungefähr 2000 Intensitätsmaxima durch das automatische Zählwerk erfasst werden. Wichtig ist, dass der Spiegel nicht zu schnell bewegt wird, sodass alle Intensitätsmaxima vom Detektor erfasst werden. Nachdem etwa 2000 Intensitätsmaxima am Zähler abzulesen sind, wird die Messung gestoppt, die Anzahl der Intensitätsmaxima und die Verschiebestrecke des Motors abgelesen und in eine Tabelle notiert. Mittels der Hebelübersetzung wird die Verschiebestrecke  $\Delta d$  des Spiegels berechnet. Die Messung wird zehnmal durchgeführt.

Zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft wird die Position des verschiebbaren Spiegels nicht mehr verändert. Die Messzelle wird mittels der Vakuumpumpe auf den Druck  $p$  evakuiert, welcher notiert wird. Beim langsamen Wiedereinlassen der Luft wird erneut die Anzahl der Intensitätsmaxima gezählt und sobald wieder der Normaldruck  $p_0$  in der Messzelle herrscht, wird deren Anzahl  $z$  notiert. Die Messung wird sechs Mal wiederholt.

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zur Bestimmung der Wellenlänge wird der Versuch, wie in Abschnitt 4 durchgeführt. Die Anzahl  $z$  der Maxima und die Abstandsänderung  $\Delta d$  sind in Tabelle 1 eingetragen.

**Tabelle 1:** Messdaten zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers.

$\Delta d/\text{mm}$	Anzahl $z$ der Intensitätsmaxima	Wellenlänge $\lambda/\text{nm}$
3,38	2005	668,17
3,37	2002	667,19
3,36	2006	663,88
3,39	2003	670,81
3,39	2007	669,48
3,38	2001	669,50
3,38	2003	668,83
3,37	1999	668,19
3,38	2003	668,83
3,38	2003	668,83

Aus den gemessenen Daten wird durch Umstellung von Gleichung 2 nach

$$\lambda = \frac{\Delta d \cdot 2}{U \cdot z}$$

die Wellenlänge des Lasers berechnet und auch in Tabelle 1 eingetragen.  $U$  steht hierbei für die Übersetzung des Motors mithilfe dessen der Spiegel verschoben wird. Bei dem gegebenen Motor beträgt die Übersetzung  $U = 1 : 5,046$ . Der Mittelwert der berechneten Wellenlängen ergibt sich durch

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \lambda_i. \quad (6)$$

Der Fehler des Mittelwerts wird durch

$$\Delta \bar{\lambda} = \frac{\sigma_\lambda}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (\lambda_j - \bar{\lambda})^2}}{\sqrt{m}} \quad (7)$$

berechnet. Somit ergibt sich als berechnete Wellenlänge des Lasers

$$\lambda = (668.37 \pm 0.58)\text{nm}.$$

Der reale Wert der Wellenlänge des Lasers ist auf dem Etikett des Lasers mit  $\lambda_{\text{real}} = 635\text{nm}$  angegeben. Im Folgenden wird mit diesem Wert weitergerechnet. Die Abweichung zu  $\lambda_{\text{real}}$  wird durch

$$a = \frac{|\lambda - \lambda_{\text{real}}|}{\lambda_{\text{real}}} \cdot 100 \quad (8)$$

zu

$$a = (5,26 \pm 0,09)\%$$

berechnet.



## 5.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Im zweiten Teil des Versuchs soll der Brechungsindex von Luft bestimmt werden. Nach Abschnitt 4 wird der Versuch durchgeführt und die Messwerte in Tabelle 2 eingetragen. Zur Berechnung des Brechungsindex nach Gleichung 5 werden die folgenden Werte verwendet[2]:

$$\begin{aligned}T_0 &= 273,15 \text{ K} \\p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\T &= 293,15 \text{ K} \\b &= 50 \text{ mm} \\\lambda &= 635 \text{ nm}\end{aligned}$$

**Tabelle 2:** Messdaten zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

Luftdruck $p/\text{bar}$	Anzahl $z$ der Intensitätsmaxima	Brechungsindex $n$
0,6	19	1,000 328
0,6	17	1,000 293
0,6	21	1,000 363
0,6	16	1,000 276
0,6	17	1,000 293
0,6	17	1,000 293

Analog zu Gleichung 6 und Gleichung 7 berechnet sich der Mittelwert des Brechungsindex zu

$$\bar{n} = (1.000308 \pm 0.000013)$$

Die Abweichung vom Literaturwert [1] des Brechungsindex von Luft  $n_{\text{lit}} = 1,000272$  wird analog zu Gleichung 8 berechnet und beträgt

$$a = (0,0036 \pm 0,0013)\%.$$

## 6 Diskussion

Für die zu bestimmende Wellenlänge des Lasers wurde der Wert

$$\lambda = (668.37 \pm 0.58)\text{nm}$$

ermittelt. Dieser Wert weicht um

$$a = (5,26 \pm 0,09)\%$$

vom gegebenen Wert  $\lambda_{\text{real}} = 635 \text{ nm}$  ab. Die Messung ist also relativ genau. Die Ursache der Abweichungen kann eine ungenaue Justierung des Lasers sein, wodurch vom Detektor nicht jedes Maximum erkannt wurde. Außerdem wurde der Motor manuell gestartet und gestoppt, wodurch kleine Erschütterungen am Messtisch stattfanden. Der Aufbau ist jedoch sehr sensibel, weshalb Erschütterungen am Versuch die Messung verfälschen können. Auch menschliche Ablesefehler bei der Mikrometerschraube des Motors sind als Fehlerquelle nicht auszuschließen.

Der Brechungsindex von Luft wurde durch den Versuch zu

$$n = (1.000308 \pm 0.000013)$$

bestimmt. Die relative Abweichung zum Literaturwert  $n_{\text{lit}} = 1,000272$  [1] beträgt hier

$$a = (0,0036 \pm 0,0013)\%.$$

Eine Fehlerquellen im zweiten Versuchsteil ist vor allem die Vakuumpumpe, da diese per Hand bedient wurde und somit Erschütterungen ausgelöst hat. Außerdem ist die Skala an der Pumpe nicht sehr genau, sodass es zu Ablesefehlern gekommen sein kann. Das Wiedereinlassen der Luft erfolgt auch manuell, sodass es auch hier durch ungleichmäßiges oder zu schnelles Einlassen der Luft dazu kommen kann, dass nicht alle Interferenzmaxima vom Detektor erkannt werden.

Insgesamt sind die Abweichungen in beiden Versuchsteilen jedoch sehr gering ausgefallen, sodass sich daraus schließen lässt, dass sich das Michelson-Interferometer gut für die Messung von Wellenlängen und Brechungsindizes eignet.

## 7 Anhang

V401 Michelson - Interferometer		
Startpunkt: 2 mm	Ende: 2000	Maxima
Maxima	Schraubenstand	Messreihe
2005	3,38	1
2002	3,37	2
2006	3,36	3
2003	3,39	4
2007	3,39	5
2001	3,38	6
2003	3,38	7
1999	3,37	8
2003	3,38	9
2003	3,38	10
Übersetzung: 1 = 5,046		
Luftdruck	Maxima	
0,6	19	
0,6	17	
0,6	21	← weg, Fehler
0,6	16	
0,6	17	
0,6	17	

Abbildung 5: Messwerte zum Versuch 401.

## Literatur

- [1] Spektrum - Lexikon der Physik. 1998. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am 02.04.2022).
- [2] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 401 Das Michelson-Interferometer*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.