

VERSUCH 303

Der Lock-In-Verstärker

Annika Bennemann

annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling

paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.12.2021

Abgabe: 14.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Fehlerrechnung	4
4 Durchführung und Aufbau	5
5 Auswertung	6
5.1 Phasenabhängigkeit der Spannung	6
5.2 Rauschunterdrückung bei einer Photodetektorschaltung	10
6 Diskussion	11
Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuch ist es den Lock-In-Verstärker und dessen Funktionsweise zu verstehen.

2 Theorie

Der Lock-In-Verstärker ist, wie der Name schon sagt, ein Verstärker, in dem ein phasenempfindlicher Detektor integriert ist. Er wird hauptsächlich für die Messung verrauschter Signale benutzt, wobei das Messsignal mit einem Referenzsignal ω_0 moduliert wird.

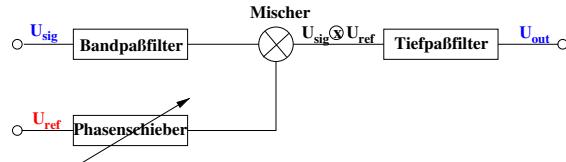


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Lock-In-Verstärkers[5, S. 1].

Im Folgenden wird der Lock-In-Verstärker schematisch mit Abbildung 1 erklärt. Das Nutzsignal U_{sig} , was moduliert und verrauscht ist, wird durch einen Bandpassfilter zu einem Mischer geleitet. Der Bandpassfilter befreit das Signal von Frequenzen, die viel größer sind als die Referenzfrequenz ($\omega \gg \omega_0$) und die viel kleiner ($\omega \ll \omega_0$) sind. Außerdem wird ein Referenzsignal U_{ref} durch einen Phasenschieber zum Mischer geleitet. Mit dem Phasenschieber kann die Phase des Referenzsignals variiert werden und mit dem Nutzsignal synchronisiert werden. Die beiden Spannungen werden im Mischer mit der Frequenz ω_0 multipliziert und es entsteht ein Mischsignal $U_{sig} \times U_{ref}$. Dieses wird im nachgeschalteten Tiefpassfilter über mehrere Perioden der Modulationsfrequenz integriert, sodass Rauschbeiträge herausgemittelt werden, die nicht zur Modulationsfrequenz synchronisiert sind. Durch diesen Aufbau kann eine Güte von $Q = 10^6$ erreicht werden, wobei ein normaler Bandpass im Vergleich eine Güte von $Q = 10^3$ erreicht.

Im Allgemeinen wird das Referenzsignal U_{ref} als Rechteckspannung realisiert, was durch eine Fourier-Reihe angenähert werden kann zu

$$U_{ref} = \frac{4}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right). \quad (1)$$

Zusammen mit dem sinusförmigen Nutzsignal

$$U_{sig} = U_0 \sin(\omega t) \quad (2)$$

ergibt sich das Produkt

$$U_{sig} \times U_{ref} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega t) + \dots \right). \quad (3)$$

Dies enthält die geraden Oberwellen der Grundfrequenz ω . Die Ausgangsspannung

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} U_0 \quad (4)$$

wird durch den Tiefpassfilter so angeglichen, dass sie proportional zur Signalspannung ist. Bei einer festen Phasendifferenz ergibt sich die Ausgangsspannung

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\phi), \quad (5)$$

welche auch maximal bei $\phi = 0$ ist.

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert wird durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

berechnet.

Der Fehler des Mittelwerts bzw. die Standardabweichung ergibt sich durch

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

Wird mit fehlerbehafteten Größen weiter gerechnet, muss der Fehler des Ergebnisses mit der Fehlerfortpflanzung nach Gauß

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \Delta x_j \right)^2}$$

bestimmt werden.

Mit Hilfe der linearen Regression

$$y(x) = A + B \cdot x \quad (6a)$$

werden Ausgleichsgeraden zu den Messwerten erstellt. Die Parameter der Ausgleichsgeraden berechnen sich zu

$$A = \bar{y} - B \cdot \bar{x} \quad (6b)$$

$$B = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (6c)$$

Abweichungen von den Theoriewerten werden mit der Formel

$$a = \frac{|a_{\text{gemessen}} - a_{\text{theorie}}|}{a_{\text{theorie}}} \quad (7)$$

berechnet.

Die Berechnungen der Mittelwerte, Standardabweichungen, sowie der weiteren Fehler und die Ausgleichsgeraden der linearen Regression und weiteren Funktionen wird im Folgenden mit Hilfe von Python und den Pythonmodulen Matplotlib [1], Scipy [2], Uncertainties [3] und Numpy [4] durchgeführt.

4 Durchführung und Aufbau

In Abbildung 2 ist der gegebene Lock-In-Verstärker dargestellt.

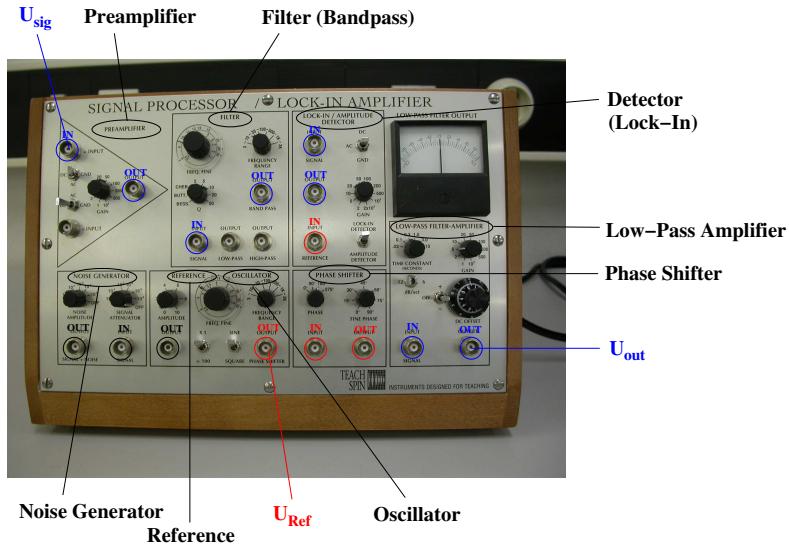


Abbildung 2: Der Lock-In-Verstärker[5].

Zunächst wird am Funktionsgenerator (Reference/Oscillator) geprüft, an welchem Ausgang die Spannung veränderlich ist und an welchem eine konstante Amplitude generiert wird. Um die Abhängigkeit von der Spannung zu der Phase zu zeigen wird die Schaltung gemäß Abbildung 3 aufgebaut, wobei der Noise Generator zunächst überbrückt wird.

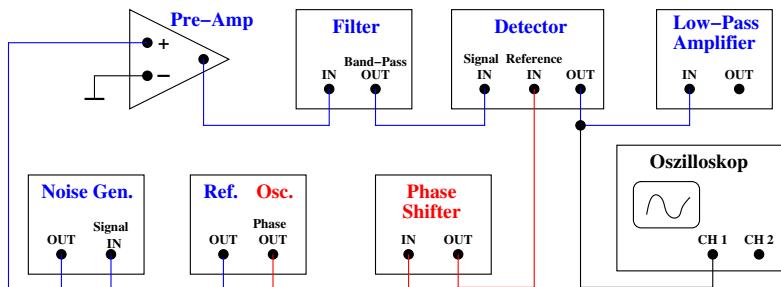


Abbildung 3: Schematischer Aufbau eines Lock-In-Generators[5].

Es wird ein Sinussignal mit dem Funktionsgenerator erzeugt. Die Amplitude der Ausgangsspannung wird für neun verschiedene Phasen im Abstand von 45° am Oszilloskop gemessen und auf einem USB-Stick gespeichert. Dies wird mit zugeschaltetem Noise Generator wiederholt.

Nun wird die Schaltung wie in Abbildung 4 aufgebaut.

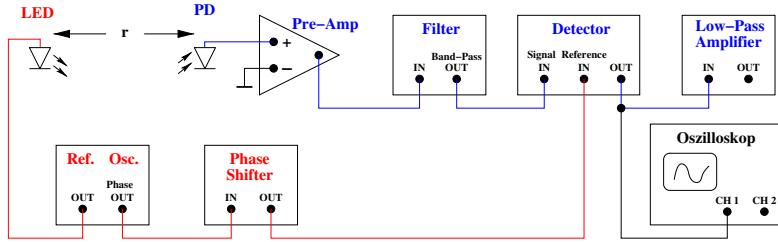


Abbildung 4: Photodetektorschaltung[5].

Es wird die von der Photodiode empfangene Lichtintensität der LED in Abhängigkeit vom Abstand zwischen LED und Photodiode untersucht. Dafür wird die LED in 5 cm Abständen weiter weg von der Photodiode geschoben und die jeweilige Spannungsamplitude notiert.

5 Auswertung

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Messungen ausgewertet.

5.1 Phasenabhängigkeit der Spannung

Am Reference Ausgang des Oszillators ist eine variable Spannung abzugreifen. Am Oszillator Ausgang des Oszillators kann hingegen eine Spannung von 32 V am Oszilloskop abgelesen werden. Dieser Wert dient als Referenzwert für U_0 in den folgenden Messungen. Abbildung 5 zeigt Bildschirmaufnahmen des Oszilloskops während der Messung ohne zwischengeschalteten Noise Generator. Aus diesen wird die Amplitude der Spannungen zu den verschiedenen Phasen abgelesen und in Abbildung 6 dargestellt.

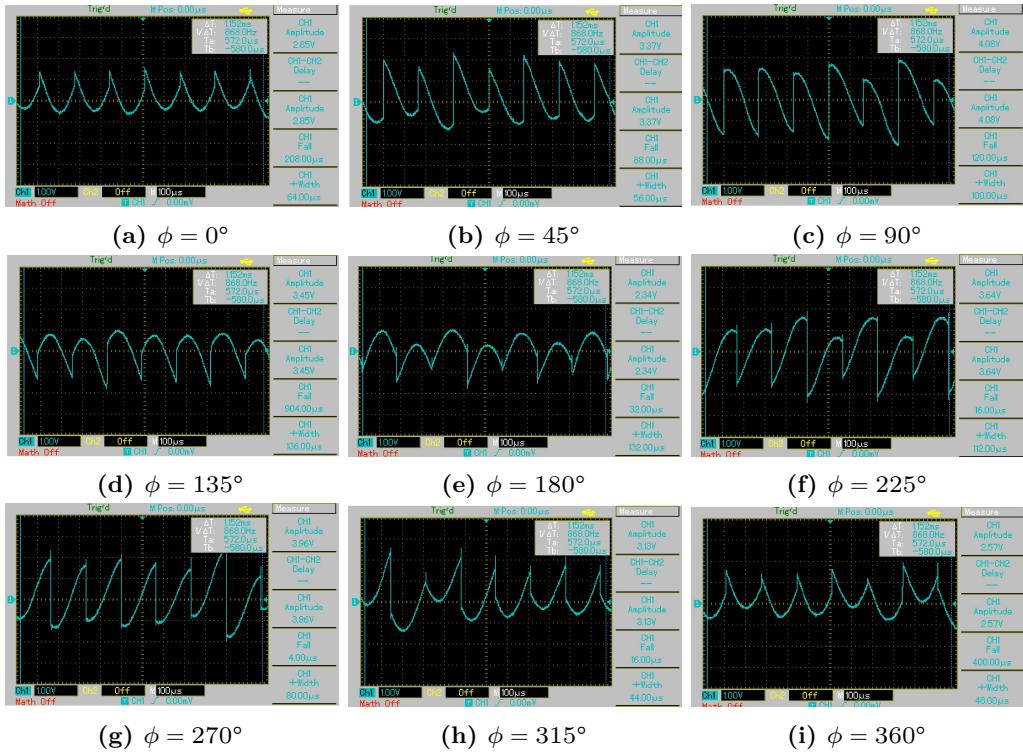


Abbildung 5: Bildschirmfotos der Spannung ohne zwischengeschalteten Noise Generator bei verschiedenen Phasenverschiebungen ϕ .

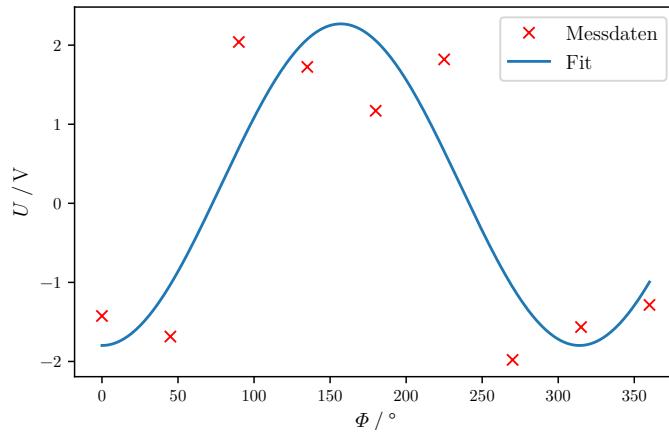


Abbildung 6: Spannungsverlauf am Oszilloskop, in Abhängigkeit von der Phase bei der Messung ohne Noise Generator.

In Abbildung 6 ist der Spannungsverlauf des Lock-In-Verstärkers in Abhängigkeit von der Phase, bei der Messung ohne vorgeschalteten Noise Generator abgebildet. Außerdem

wird eine Regression mit der Funktion

$$U(\Phi) = \frac{2}{\pi} a \cos(b\Phi \frac{2\pi}{360}) + c$$

eingefügt. Die Parameter berechnen sich zu

$$\begin{aligned} a &= (3.20 \pm 0.80)\text{V}, \\ b &= (1.10 \pm 0.15), \\ c &= (0.20 \pm 0.50)\text{V}, \end{aligned}$$

wobei

$$a = U_{\text{out}}$$

gilt. Mit diesem Wert lässt sich U_0 zu

$$U_0 = (5.0 \pm 1.1)\text{V}$$

berechnen.

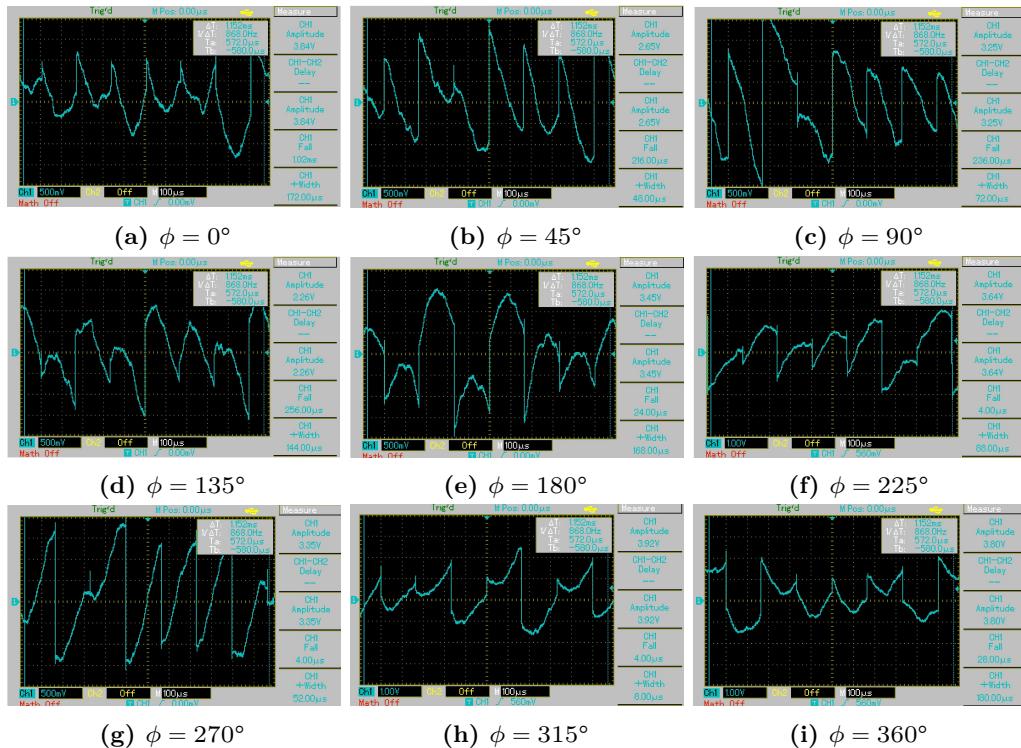


Abbildung 7: Bildschirmfotos der Spannung mit zwischengeschaltetem Noise-Generator bei verschiedenen Phasenverschiebungen ϕ .

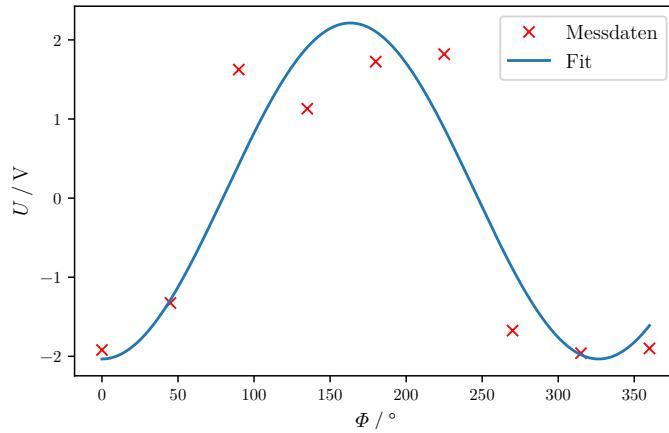


Abbildung 8: Spannungsverlauf am Oszilloskop, in Abhängigkeit von der Phase bei der Messung mit zwischengeschaltetem Noise Generator.

Auch in Abbildung 8 ist der Spannungsverlauf des Lock-In-Verstärker in Abhängigkeit von der Phase dargestellt. Dieses Mal wird die Messung jedoch mit zwischengeschaltetem Noise Generator durchgeführt. Die Werte entstammen den Bildschirmfotos vom Oszilloskop (siehe Abbildung 7). Analog zu oben, wird auch hier ein Fit mit der Funktion

$$U(\Phi) = \frac{2}{\pi} a \cos(b\Phi \frac{2\pi}{360}) + c$$

eingefügt. Die Parameter berechnen sich nun zu

$$\begin{aligned} a &= (3.40 \pm 0.60) \text{V}, \\ b &= (1.02 \pm 0.13), \\ c &= (0.30 \pm 0.40) \text{V}, \end{aligned}$$

wobei auch hier

$$a = U_{\text{out}}$$

gilt und somit

$$U_0 = (5.2 \pm 0.9) \text{V}.$$

5.2 Rauschunterdrückung bei einer Photodetektorschaltung

Abstand der Diode /cm	U / volt
10	104,00
15	108,90
20	107,91
25	106,92
30	88,11
35	77,22
40	57,42
45	46,53
50	35,64
55	29,70
60	24,75
65	21,78
70	18,81
75	16,83
80	15,84
85	13,86
90	11,88
95	10,89
100	10,89
105	9,90
110	8,91
115	8,91
120	7,92
125	6,93
130	6,93
135	6,93
140	6,93
145	6,93
150	6,93

Tabelle 1: Messwerte der Spannung am Photodetektor, sowie Abstand der LED vom Detektor.

In Abbildung 9 ist der Spannungsverlauf am Oszilloskop dargestellt. Die Phase wird hier im Gegensatz zu den vorangegangenen Messungen nicht verändert. Die Spannung ist in Abhängigkeit vom Abstand der LED vom Photodetektor aufgetragen. Es wird eine Regression mit der Funktion

$$U(x) = a \cdot \frac{1}{x} + b$$

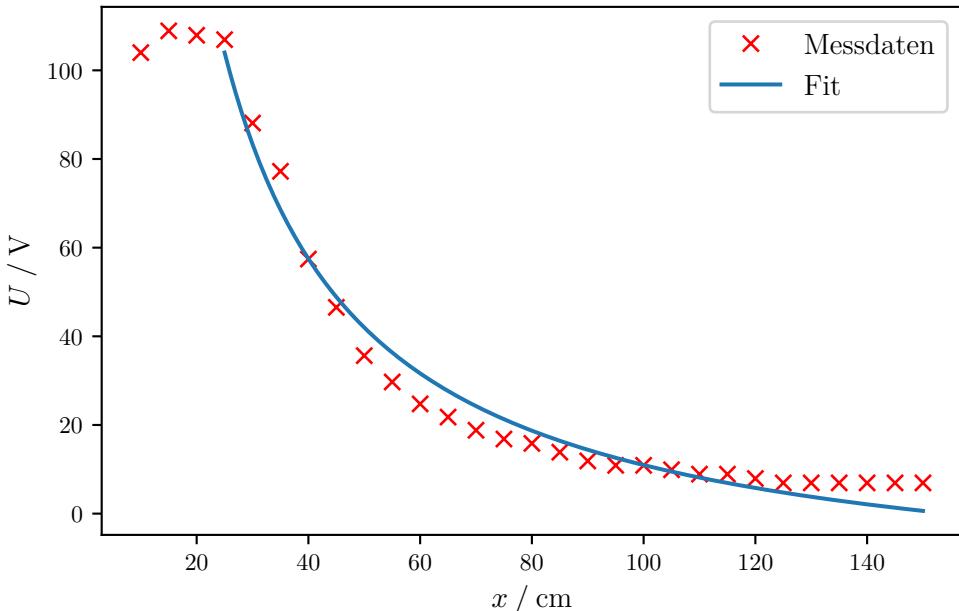


Abbildung 9: Spannungsverlauf am Oszilloskop, in Abhängigkeit vom Abstand der LED zum Photodetektor.

durchgeführt, allerdings erst ab einem Wert von 25cm, da die Werte davor nicht mit dem Faktor $\frac{1}{x}$ abfallen. Die Parameter der Regression berechnen sich zu

$$a = (3.10 \pm 0.10) \cdot 10^3 \text{ W cm}^2$$

$$b = (-20.1 \pm 1.7) \text{ W}.$$

6 Diskussion

Der Referenzwert für U_0 beträgt 32 V. Die aus den Messungen bestimmten Werte für U_{out} betragen

$$U_0 = (5.0 \pm 1.1) \text{ V}$$

für die Messung ohne Noise-Generator und

$$U_0 = (5.2 \pm 0.9) \text{ V}$$

für die Messung mit zwischengeschaltetem Noise-Generator. Die Messwerte weichen um eine Größenordnung vom Referenzwert ab. Daraus lässt sich folgern, dass der Referenzwert eventuell falsch abgelesen wurde. Eine andere Fehlerquelle stellt das Oszilloskop dar. Die Bildschirmfotos stellen nur eine Momentaufnahme der teilweise stark flackernden und schwankenden Amplituden dar. Die Werte der Amplituden können somit stark

fehlerbehaftet sein. Normalerweise sollte die Kurve bei der Messung ohne Noise-Generator nicht schwanken.

Da die Kurven in Abbildung 6 und Abbildung 8 sehr ähnlich verlaufen und die Werte für U_{out} nur um 0,2 V voneinander abweichen, lässt sich schließen, dass ein Lock-In-Verstärker gut geeignet ist um verrauschte Signale zu bereinigen und zu vermessen.

In Abbildung 9 ist zu sehen, dass die Lichtintensität der Diode mit dem Faktor $\frac{1}{x}$ abnimmt, obwohl das Eingangssignal durch Umgebungslicht verrauscht wird, was auch zu erwarten war. Die auf dem Photodetektor detektierte Spannung wird jedoch auch in großem Abstand der Diode nicht null, da der Raum in dem die Messung stattfand nicht komplett dunkel war. Ab einem Abstand von 130 cm ändert sich die detektierte Spannung jedoch nicht mehr, sodass dies als maximaler Abstand angenommen werden kann bis zu dem das Licht der Diode vom Detektor erfasst werden kann. Bis zu einem Abstand von 25 cm fallen die Werte nicht mit einem Faktor $\frac{1}{x}$. Dies kann darauf zurückzuführen sein, dass die LED nicht exakt so ausgerichtet ist, dass das Licht senkrecht zum Detektor auftrifft. Dies scheint mit zunehmendem Abstand geringere Auswirkungen zu haben. Der Lichtstrahl der LED scheint also nicht sehr stark gebündelt zu sein.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 303 Der Lock-In-Verstärker*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.