

VERSUCH 302

Elektrische Brückenschaltungen

Annika Bennemann
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.12.2021

Abgabe: 10.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Allgemein	3
1.2	Wheatstonesche Brücke	4
1.3	Kapazitätsmessbrücke	5
1.4	Induktivitätsmessbrücke	6
1.5	Maxwell Brücke	6
1.6	Wien-Robinson-Brücke	7
2	Durchführung	8
2.1	Wheatstonesche Brücke	8
2.2	Kapazitätsmessbrücke	8
2.3	Induktivitätsmessbrücke	9
2.4	Maxwell Brücke	9
2.5	Wien-Robinson-Brücke	9
3	Auswertung	9
3.1	Wheatstonesche Brücke	9
3.2	Kapazitätsmessbrücke	10
3.3	Induktivitätsmessbrücke	11
3.4	Maxwell Brücke	11
3.5	Wien-Robinson-Brücke	11
4	Diskussion	13
5	Anhang	15
	Literatur	17

1 Theorie

Ziel dieses Versuches ist es mithilfe verschiedener Brückenschaltungen unbekannte Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten zu bestimmen. Außerdem soll das Verhalten der Brückenspannung in Abhängigkeit von der Frequenz mithilfe der Wien-Robinson-Brücke untersucht werden.

1.1 Allgemein

Eine Brückenschaltung ist eine bestimmte Verschaltung von verschiedenen elektrischen Bauelementen, sie hat allgemein die in Abbildung 1 dargestellte Form.

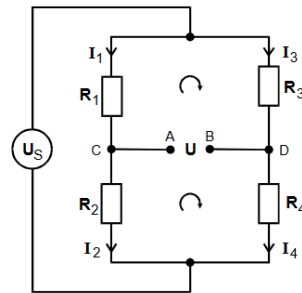


Abbildung 1: Allgemeine Form einer Brückenschaltung.[4, S. 216]

Innerhalb der Schaltung wird zwischen zwei Punkten eine Potentialdifferenz in Abhängigkeit von den vorliegenden Widerstandsverhältnissen analysiert. Diese Potentialdifferenz wird auch als Brückenspannung bezeichnet. Die Grundlage für die mathematischen Berechnungen sind die zwei Kirchhoffschen Gesetze.

Das erste Gesetz ist die Knotenregel

$$\sum_k I_k = 0. \quad (1)$$



Abbildung 2: Graphische Darstellung der Knotenregel.[4, S. 217]

Sie besagt, dass in einem Verzweigungspunkt die Summe aller zufließenden elektrischen Ströme gleich der Summe der abfließenden elektrischen Ströme ist.

Das zweite Gesetz ist auch bekannt als die Maschenregel

$$\sum_k E_k = \sum_k I_k R_k. \quad (2)$$

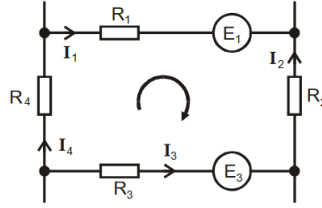


Abbildung 3: Graphische Darstellung der Maschenregel.[4, S. 217]

Nach diesem ist in einem in sich geschlossenem Stromkreis bzw. einer geschlossenen Masche die Summe der Spannungen gleich null. Dabei ist das Vorzeichen der einzelnen Summanden positiv, wenn die Stromrichtung vom betrachteten Bauteil mit dem Uhrzeigersinn läuft. Sobald in der Brückenschaltung Kapazitäten C und Induktivitäten L zusätzlich zu ohmschen Widerständen R enthalten sind, muss mit Impedanzen gerechnet werden. Dies ist zurückzuführen auf den Blind- und Wirkwiderstand eines Kondensators bzw. einer Spule. Die Widerstandsoperatoren sind

$$Z_C = -\frac{j}{\omega}C, \quad Z_L = j\omega L \quad \text{und} \quad Z_R = R. \quad (3)$$

Ein spezieller Fall einer Brückenschaltung ist die abgegliche Brücke, wo die Brückenspannung unabhängig von der anliegenden Speisepannung verschwindet, wenn

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (4)$$

gilt.

Die folgenden Brückenschaltungen sind Beispiele für abgegliche Brücken.

1.2 Wheatstonesche Brücke

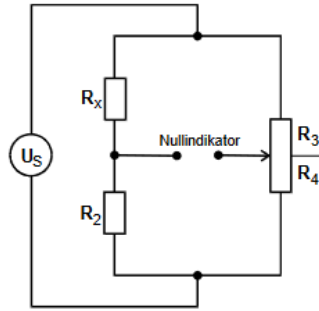


Abbildung 4: Schaltbild der wheatstoneschen Brücke.[4, S. 219]

Diese Schaltung besteht nur aus ohmschen Widerständen und wird zur Bestimmung eines unbekannten Widerstands R_x verwendet. Durch Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze folgt für den unbekannten Widerstand

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (5)$$

Für R_3 und R_4 wird ein Potentiometer benutzt, weil die Abgleichbedingung nur vom Verhältnis der beiden Widerstände abhängig ist und nicht von deren Größe.

1.3 Kapazitätsmessbrücke

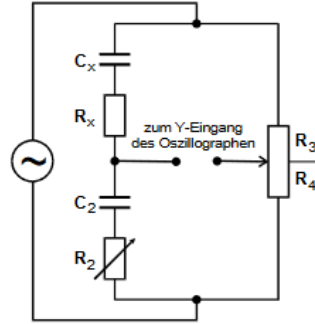


Abbildung 5: Schaltbild der Kapazitätsmessbrücke.[4, S. 220]

Die Wärmeverluste des realen Kondensators werden in der Schaltung durch einen (fiktiven) ohmschen Widerstand berücksichtigt, der mit der Kapazität in Reihe geschaltet wird. Im Gegensatz zu der Wheatstoneschen Brücke werden somit die zwei unbekannten Größen C_x und R_x bestimmt. Außerdem wird noch eine weitere bekannte Kapazität C_2 eingebaut und R_2 ist nun ein veränderbarer Widerstand. Der Widerstandsoperator hat die Form

$$Z_{C_{real}} = R - \frac{j}{\omega C} \quad (6)$$

dadurch gilt für die Kapazität

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (7)$$

und für den Widerstand

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (8)$$

Bei manchen Kondensatoren sind die dielektrischen Verluste so gering, dass der (fiktive) ohmsche Widerstand gegen null geht, somit gilt $R_2 \approx 0$.

1.4 Induktivitätsmessbrücke

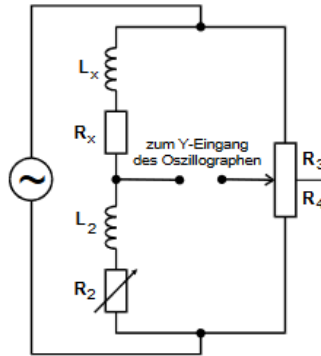


Abbildung 6: Schaltbild der Induktivitätsmessbrücke.[4, S. 221]

Diese Schaltung ähnelt der Kapazitätsmessbrücke mit dem einzigen Unterschied, dass anstelle von Kapazitäten nun Induktivitäten verwendet werden. Auch bei der Induktivitätsmessbrücke gibt es Wärmeverluste, aufgrund der magnetischen Feldenergie. Deswegen wird ein (fiktiver) ohmscher Widerstand mit der Induktivität in Reihe geschaltet. Der Widerstandsoperator wird abgebildet durch

$$Z_{L_{real}} = R + j\omega L. \quad (9)$$

Die Abgleichbedingung für die Induktivität ist

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (10)$$

und für den Widerstand gilt

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (11)$$

Die Spule mit der bekannten Induktivität L_2 sollte möglichst geringe Verluste besitzen, da diese sonst die Ergebnisse verfälschen. Deswegen wird häufig eine andere Brückenschaltung zur Bestimmung der Induktivität benutzt. Zum Beispiel die Maxwell-Brücke, die im Folgenden näher beschrieben wird.

1.5 Maxwell Brücke

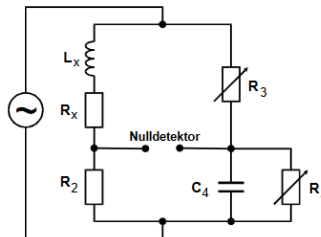


Abbildung 7: Schaltbild der Maxwell Brücke.[4, S. 222]

Anstelle einer bekannten Induktivität wird in dieser Schaltung eine bekannte Kapazität C_4 mit geringen Verlusten genutzt. Der Aufbau ist in Abbildung 7 dargestellt. Die verstellbaren R_3 und R_4 werden nun in Reihe und parallel zu C_4 geschaltet. Außerdem ist R_2 nun ein fester bekannter Widerstand. Die Widerstandsoperatoren sind

$$Z_1 = R_x + j\omega L_x \quad \text{und} \quad \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4} + j\omega C_4. \quad (12)$$

Daraus folgt

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (13)$$

für die Induktivität und

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (14)$$

für den Widerstand.

1.6 Wien-Robinson-Brücke

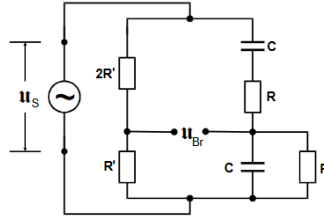


Abbildung 8: Schaltbild der Wien-Robinson-Brücke.[4, S. 222]

Im Gegensatz zu den anderen Brückenschaltungen ist diese nur bei bestimmten Frequenzen abgleichbar. Die Schaltung enthält nur bekannte Größen, die möglichst geringe Verluste und Toleranzen besitzen. Sie besteht nur aus festen ohmschen Widerständen und Kapazitäten. Die Wien-Robinson-Brücke ist eine Bandsperre und somit ein elektronischer Frequenzfilter. Eine Bandsperre schwächt ein bestimmtes Frequenzband um die Grenzfrequenz

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi CR} \quad (15)$$

ab und lässt diese nicht passieren. Die Übertragung lässt sich berechnen aus dem Spannungsverhältnis von Brückenspannung und Speisespannung

$$f(\Omega) = \left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right| = \sqrt{\frac{(\Omega^2 - 1)^2}{9((1 - \Omega^2)^2 + 9\Omega^2)}} \quad (16)$$

mit

$$\Omega = \frac{\nu}{\nu_0}. \quad (17)$$

Die Brückenspannung verschwindet bei

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (18)$$

Eine Sinusschwingung sollte keine Oberwellen enthalten. Der Klirrfaktor gibt den Anteil der Oberwellen im Verhältnis zur Grundwelle einer Sinusschwingung an. Die Kleinheit des Klirrfaktors

$$k = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^N U_i^2}}{U_1} \quad (19)$$

ist dementsprechend ein Maß für die Qualität eines Sinusgenerators. Mitsamt der Annahme, dass in diesem Versuch die Summe der Oberwellen nur aus der zweiten Oberwelle besteht, lässt sich dies zu

$$k = \frac{U_2}{U_S} \quad (20)$$

vereinfachen. Die Zweite Oberwelle wird bestimmt durch

$$U_2 = \frac{U_{Br}(\nu = \nu_0)}{f(2)}. \quad (21)$$

2 Durchführung

Die Brückenschaltungen werden nach den Abbildungen in Abschnitt 1 aufgebaut, wobei die Brückenspannung von einem Oszilloskop abgebildet wird. Das Oszilloskop stellt somit den Nullindikator dar. Die Amplitude, sowie die Frequenz der Speisepannung werden von einem Funktionsgenerator angelegt.

2.1 Wheatstonesche Brücke

Mithilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung (Abbildung 4) wird der unbekannte Widerstand *Wert10* bestimmt. Am Funktionsgenerator wird eine Amplitude von 1 V und eine konstante Frequenz von 76 Hz eingestellt. Das Potentiometer R_3/R_4 wird so eingestellt, dass die am Oszilloskop angezeigte Brückenspannung minimal wird. Nun werden die Werte für R_3 und R_4 abgelesen und in einer Tabelle notiert. Außerdem wird *Wert10* berechnet. Die Messung wird drei Mal mit verschiedenen Referenzwiderständen R_2 durchgeführt.

2.2 Kapazitätsmessbrücke

Als nächstes wird eine Kapazitätsmessbrücke nach Abbildung 5 aufgebaut und es werden nacheinander zwei unbekannte Kapazitäten, *Wert9* (mit integriertem Widerstand) und *Wert1* (ohne integriertem Widerstand), bestimmt. Zur Bestimmung der unbekannten Kapazitäten werden abwechselnd das Potentiometer R_3/R_4 und der verstellbare Widerstand R_2 so eingestellt, dass auch hier die Brückenspannung minimal wird. Das Potentiometer

dient hierbei der Grobeinstellung und der verstellbare Widerstand dient der Feineinstellung. Die Werte der Widerstände R_2 , R_3 und R_4 werden notiert und die unbekannten Kapazitäten mitsamt der zugehörigen Widerstände berechnet.

2.3 Induktivitätsmessbrücke

Nun wird die unbekannte Induktivität $L_x = Wert17$ und der zugehörige Widerstand R_x berechnet. Die Schaltung wird wie in Abbildung 6 konstruiert. Die Frequenz beträgt nun 2076 Hz. Zur Messung der unbekannten Induktivität werden das Potentiometer und der verstellbare Widerstand wieder so eingestellt, dass die Brückenspannung minimal wird. Die Werte der Widerstände R_2 , R_3 und R_4 werden notiert und die Induktivität, sowie der zugehörige Widerstand berechnet.

2.4 Maxwell Brücke

Mit der Maxwell-Brücke, die nach Abbildung 7 aufgebaut wird, wird die Induktivität $L_x = Wert17$ und der zugehörige Widerstand R_x nochmal bestimmt. Die Frequenz wird auf 4076 Hz erhöht. R_2 ist nun ein fester Widerstand und R_3 sowie R_4 sind verstellbare Widerstände, die so eingestellt werden, dass die Brückenspannung minimal wird. Analog zu Unterabschnitt 2.3 werden die Messwerte notiert und ausgewertet.

2.5 Wien-Robinson-Brücke

Die Bauteile der Wien-Robinson-Brücke werden wie in Abbildung 8 verschaltet. In dieser Schaltung sind die Stellglieder nicht die Widerstände, sondern die Frequenz. Die Amplitude wird auf 10 V erhöht. Nun wird die Grenzfrequenz berechnet und die Brückenspannung bei verschiedenen Frequenzen abgelesen. Es werden Frequenzen zwischen 20 und 20 000 Hz eingestellt, wobei der Abstand der Messpunkte in der Umgebung der Grenzfrequenz geringer wird. Zuletzt wird der Klirrfaktor berechnet.

3 Auswertung

Die Fehler der Widerstände R , Kapazitäten C und der Induktivitäten I betragen jeweils $\pm 0,2\%$. Das Verhältnis R_3/R_4 am Potentiometer weist einen Fehler von $\pm 0,5\%$ auf und die verstellbaren Widerstände eine Ungenauigkeit von $\pm 3\%$.

3.1 Wheatstonesche Brücke

In der folgenden Tabelle werden die Werte der Referenzwiderstände R_2 sowie die Widerstände des Potentiometers R_3 , R_4 aufgelistet. Mit diesen Werten wird nach Gleichung 5 der unbekannte Widerstand R_x berechnet.

Tabelle 1: Messwerte der Wheatstoneschen Brücke.

$R_2[\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_x = Wert10[\Omega]$
332	420	580	240,41
500	325	675	240,74
1000	194	806	240,70

Für die Berechnung des Mittelwerts

$$R_{\text{xm}} = 240.62\Omega$$

und der Standardabweichung

$$\sigma_{\text{xm}} = 0.14\Omega$$

von R_x wird das Pythonmodul Numpy [3] herangezogen. Der Fehler des Mittelwerts berechnet sich analog zu

$$\Delta R_{\text{xm}} = 0.08\Omega.$$

Die Fehlerfortpflanzung nach Gauß, gemäß

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \cdot (\Delta z)^2}$$

wird im folgenden mithilfe der Pythonmodule Uncertainties [2] und Numpy [3] berechnet.

3.2 Kapazitätsmessbrücke

Tabelle 2: Messwerte der Kapazitätsmessbrücke.

	$C_2 [\text{nF}]$	$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_x [\Omega]$	$C_x [\text{nF}]$
Wert 9	992	192	691	309	$429,36 \pm 2,31$	$443,60 \pm 2,39$
Wert 1	992	0	605	395	0 ± 0	$647,67 \pm 3,49$

Zur Bestimmung der unbekannten Kapazitäten und Widerständen wird eine Messung mit der Kapazitätsmessbrücke durchgeführt. Mit Gleichung 7 und Gleichung 8 werden C_x und R_x aus den Messwerten berechnet, siehe Tabelle 2.

3.3 Induktivitätsmessbrücke

Die gemessenen Werte für die Bestimmung von Wert 17 lauten:

$$L_2 = (27.50 \pm 0.06)\text{mH}$$

$$R_2 = (59.00 \pm 1.77)\Omega$$

$$R_3 = (609.00 \pm 3.05)\Omega$$

$$R_4 = (391.00 \pm 1.96)\Omega$$

Daraus berechnen sich

$$R_x = (91.90 \pm 0.49)\Omega$$

$$L_x = (42.83 \pm 0.23)\text{mH}$$

nach Gleichung 11 und Gleichung 10.

3.4 Maxwell Brücke

Die Bestimmung von Wert 17 wird noch einmal mithilfe der Maxwell Brücke durchgeführt. Nun betragen die Messwerte:

$$R_2 = (500.00 \pm 10.00)\Omega$$

$$R_3 = (291.00 \pm 8.73)\Omega$$

$$R_4 = (1000.00 \pm 30.00)\Omega$$

$$C_4 = (450.00 \pm 0.9)\text{nF}$$

Daraus berechnen sich

$$R_x = (145.50 \pm 6.18)\Omega$$

$$L_x = (65.48 \pm 1.97)\text{mH}$$

nach Gleichung 14 und Gleichung 13.

3.5 Wien-Robinson-Brücke

Mit den verwendeten Bauteilen

$$R = (1000.00 \pm 2.00)\Omega$$

$$R' = (332.00 \pm 0.66)\Omega$$

und

$$C = (660.00 \pm 1.32)\text{nF},$$

sowie einer Eingangsspannung $U_S = 10\text{ V}$ wird die Messung mit der Wien-Robinson-Brücke durchgeführt. Dabei wird die Frequenz von U_S variiert und die Werte der Brückenspannung U_{Br} in Tabelle 3 notiert. Die Grenzfrequenz wird nach Gleichung 15 zu $\nu_0 = 241,14\text{ Hz}$ berechnet.

Tabelle 3: Messwerte der Spannung bei variabler Frequenz.

$\nu / 1/\text{s}$	U_{Br} / V
20	3,0
50	2,9
100	1,9
200	0,4
220	0,2
230	0,1
240	0,02
250	0,09
260	0,19
280	0,36
300	0,44
350	0,8
400	1,1
500	1,5
750	2,2
1000	2,5
2000	3,0
3000	3,1
4000	3,2
5000	3,2
7500	3,2
10 000	3,2
15 000	3,1
20 000	3,0

Mithilfe von den Pythonmodulen Matplotlib [1] und Numpy [3] werden die Verhältnisse U_{Br}/U_S und ν/ν_0 berechnet und in einem Graphen gegeneinander aufgetragen. Zum Vergleich mit den theoretischen Daten wird außerdem die Funktion 16 in dasselbe Koordinatensystem geplottet (Abbildung 9).

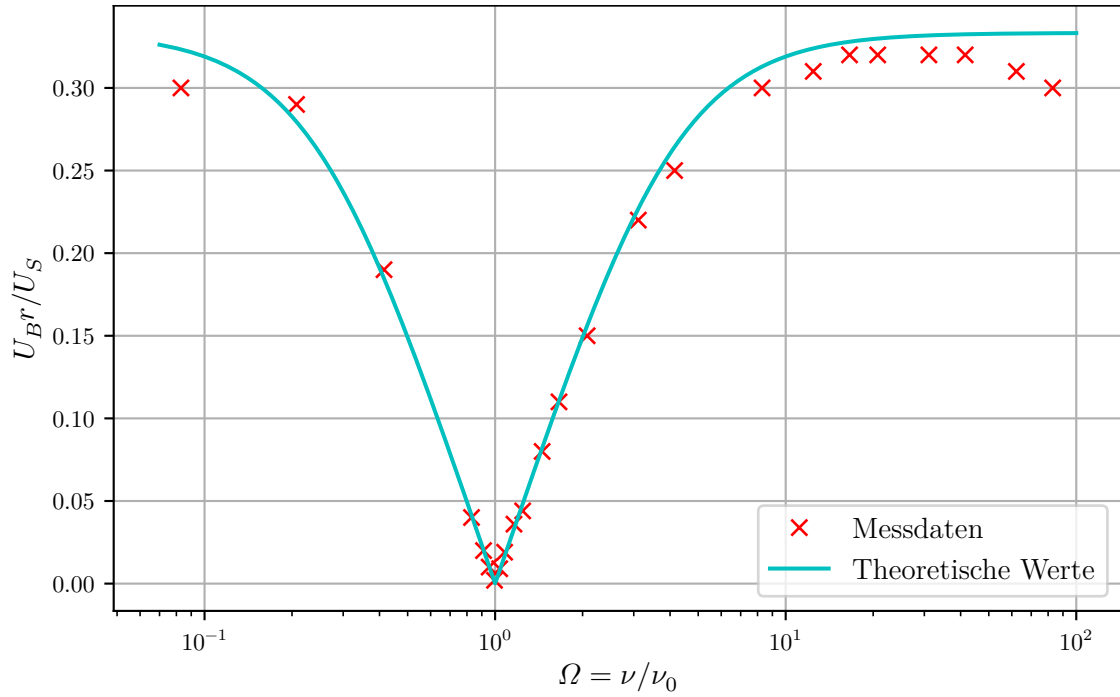


Abbildung 9: Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Werten der frequenzabhängigen Spannungsverhältnisse an der Wien-Robinson-Brücke.

Der Klirrfaktor berechnet sich nach Gleichung 20 zu

$$k = 1.34 \cdot 10^{-2}.$$

4 Diskussion

Tabelle 4: Ergebnisse der Messungen im Vergleich mit Theoriewerten.

unbekannte Größe	Theoriewert	Abweichung [%]
Wert 10 $R_x[\Omega]$	239,00	$0,68 \pm 0,03$
Wert 9 $R_x[\Omega]$	464,90	$7,64 \pm 0,50$
$C_x[\text{nF}]$	433,71	$2,28 \pm 0,55$
Wert 1 $C_x[\text{nF}]$	660,00	$1,87 \pm 0,53$
Wert 17 _I $R_x[\Omega]$	93,65	$1,87 \pm 0,53$
$L_x[\text{mH}]$	41,85	$2,35 \pm 0,55$
Wert 17 _M $R_x[\Omega]$	93,65	$55,37 \pm 6,60$
$L_x[\text{mH}]$	41,85	$56,45 \pm 4,71$

In Tabelle 4 sind die Theoriewerte der zu bestimmenden unbekannten Messgrößen aufgelistet. Außerdem wird die Abweichung zu den zuvor erfassten Messwerten (siehe Abschnitt 3) dargestellt. Die Berechnungen werden mithilfe der Pythonmodule Numpy [3] und Uncertainties [2] durchgeführt.

Anhand Tabelle 4 lässt sich feststellen, dass die gemessenen Werte kaum von den Theoriewerten abweichen. Diese Abweichungen sind durch geringe systematische Fehler zu erklären, zum Beispiel durch das manuelle Einstellen der verstellbaren Widerstände zur Minimierung der Brückenspannung. Die untersuchten Schaltungen eignen sich somit sehr gut zur Bestimmung der unbekannten Messgrößen.

Die einzige Ausnahme stellen die Werte der Maxwell-Brücke dar. Hier beträgt die Abweichung vom Referenzwert über 50 %. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Brückenspannung bei diesem Aufbau minimal wird, wenn R_4 $1000\ \Omega$ beträgt. Normalerweise sollte sich R_4 bei minimaler Brückenspannung im Bereich zwischen $200\ \Omega$ und $800\ \Omega$ bewegen. Eine mögliche Ursache für diesen Ausreißer sind die teilweise sehr alten Bauteile. So zeigt das Oszilloskop zum Beispiel auch eine Spannung an, wenn keine Kabel angeschlossen sind.

Sowohl durch Abbildung 9 als auch durch die Bestimmung des Klirrfaktors wird deutlich, dass die Abweichungen von den Theoriewerten sehr gering sind. Der geringe Klirrfaktor sagt aus, dass durch den Funktionsgenerator ein sehr reines Sinussignal erzeugt wird, welches einen geringen Anteil an Oberwellen besitzt. Anhand von Abbildung 9 lässt sich jedoch zusätzlich erkennen, dass dies nur in der Nähe der Grenzfrequenz der Fall ist. Im Bereich um die Grenzfrequenz sind die Messwerte am genauesten. Je größer der Abstand zur Grenzfrequenz ist, desto größer werden die Abweichungen. Deswegen ist anzunehmen, dass der Klirrfaktor nur begrenzt als Indikator für die Güte des Funktionsgenerators herangezogen werden kann.

5 Anhang

V302 Elektrische Brückenschaltungen 03.12.21

a) Wheatstone Brücke nur Mittelwert, Standardabw.
 $f = 76 \text{ Hz}$ Amplitude circa 1V

Wert 10

R_2	R_3	R_4	R_x
194	806	1000	

$R_x \approx \text{Wert 10} = R_2 \frac{R_3}{R_4} \approx 240,69$

~~Wert 10~~

R_2	R_3	R_4	Wert 10 = $R_2 \frac{R_3}{R_4}$
1000	194	806	240,695
500	325	675	240,740
332	420	580	240,414

"Literaturwert" 239 Ω

b) Kapazitätsmessbrücke $R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$ $C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}$

$C_2 \text{ (nF)}$	R_2	R_3	R_4	C_x	R_x	Wert 9	(H-□-)
992	192	691	309	443,6	429,36	Wert 9	-H-□-
				433,71	464,9		
992	0	605	395	647,67	0	Wert 1	-H-
				660			

"Literatur"

c) Induktivitätsmessbrücke $R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$ $L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}$

$L_2 \text{ (mH)}$	R_2	R_3	R_4	L_x	R_x
27,5	59	609	391	42,83	91,90
				41,85	93,65

Wert 17 mm^2

d) Maxwell-Schaltung $R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}$ $L_x = R_2 R_3 C_4$

R_2	R_3	R_4	C_4 (nF)	L_x	R_x
500	281	1000	450	65475000	145,5

e) Wien-Robinson-Brücke

R	R'	C
1000	332	West 1 (660)

Sperrfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{RC \cdot 2\pi} = 241,14 \text{ Hz}$ $U_s = 10 \text{ V}$

ω	
20	3 V
50	2,9 V
100	1,9 V
200	400 mV
220	200 mV
230	100 mV
240	20 mV
250	90 mV
260	180 mV
280	360 mV
300	440 mV
350	800 mV
400	1100 mV
500	1500 mV
750	2,2 V
1000	2,5 V
2000	3 V
3000	3,1 V
4000	3,2 V
5000	3,2 V
7500	3,2 V
10000	3,2 V
15000	3,1 V
20000	3 V

kur

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 302 elektrische Brückenschaltungen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.