

VERSUCH 407

Fresnel'sche Formeln

Annika Bennemann
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.06.2022

Abgabe: 21.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
5 Diskussion	8
6 Anhang	9
Literatur	10

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es den Brechungsindex von Silizium zu berechnen, indem die Abhängigkeit der Intensität des an einem Silizium-Spiegel reflektierten Lichtes vom Eintrittswinkel und der Polarisation zu untersuchen.

2 Theorie

Das sich ausbreitende Licht wird in den meisten Fällen beim Durchqueren von Grenzflächen zweier Medien mit zwei verschiedenen Brechungsindizes reflektiert und gebrochen. Dies wird in Abbildung 1 dargestellt.

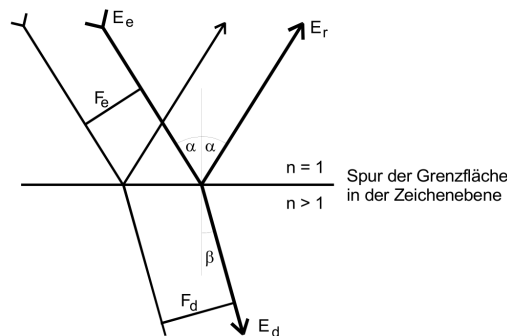


Abbildung 1: Wechselwirkung eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche [4, S. 42].

Ein allgemeiner Ausdruck für die Strahlungsleistung von Lichtwellen wird benötigt um den Anteil zu bestimmen, den das reflektierte und gebrochene Licht von der ursprünglichen Intensität besitzen. Aus den Maxwell Gleichungen und der Elektrizitätslehre folgt der Poynting-Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H},$$

wobei \vec{E} die elektrische und \vec{H} die magnetische Feldstärke ist, welche eine elektromagnetische Welle beschreibt. Der Poynting-Vektor beschreibt den Transport von Energie, weil er in die Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle zeigt und sein Betrag entspricht der Energie der Strahlung. Er besitzt die Dimension $\frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}}$.

Trifft eine elektromagnetische Welle auf eine Grenzfläche teilt sich die Strahlungsleistung auf den reflektierten und gebrochen Teil auf. In diesem Versuch wird nur ein nicht absorbierendes Medium betrachtet, weswegen für die Energieerhaltung

$$S_e \cos(\alpha) = S_r \cos(\alpha) + S_d \cos(\alpha)$$

gilt. Dabei bezeichnet S_e den Betrag des Poynting-Vektors, also der einfallenden Strahlung und S_r und S_d analog die reflektierte und gebrochene Strahlung. Der einfallende Winkel wird durch α dargestellt und der Brechungswinkel wird durch β dargestellt. Mit den

Winkeln und dem Snelliusschen Brechungsgesetz

$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$$

lässt sich der Brechungsindex n bestimmen, wobei außerdem

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

als Verhältnis der Geschwindigkeit von Licht in beiden Medien gilt. Das Verhältnis zwischen reflektiertem und gebrochenem Anteil der Strahlungsleistung ist stark vom Polarisationszustand abhängig, daher müssen der senkrechte und parallel polarisierte Strahlungsteil separat betrachtet werden. Für die senkrecht polarisierte Strahlung gilt

$$\vec{E}_{r\perp}(\alpha) = \vec{E}_{e\perp} \frac{(\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} - \cos(\alpha))^2}{n^2 - 1} \quad (2)$$

und für die parallel polarisierte Strahlung gilt

$$\vec{E}_{r\parallel}(\alpha) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n^2 \cos(\alpha) - \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}{n^2 \cos(\alpha) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \quad (3)$$

analog. Dabei ist n der Brechungsindex und α der Winkel in dem die Strahlung auf die Grenzfläche trifft. \vec{E}_r und \vec{E}_e sind die Amplituden der elektrischen Felder für den reflektierten und einfallenden Teil der Strahlung. Der Ausdruck für $\vec{E}_{r\parallel}(\alpha)$ lässt sich auch als

$$\vec{E}_{r\parallel}(\alpha) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (4)$$

schreiben, woraus folgt, dass $\vec{E}_{r\parallel}(\alpha)$ null werden kann, wenn $\alpha + \beta = 90^\circ$ erfüllt ist. $\vec{E}_{r\parallel}(\alpha)$ verschwindet somit für einen bestimmten Winkel α , sodass der gesamte reflektierte Anteil und die gesamte Strahlung in das brechende Medium eindringt. Dieser Winkel ist der Brewsterwinkel, welcher durch die Relation

$$\arctan(n) = \alpha_B \quad (5)$$

ausgedrückt wird.

3 Durchführung

Der Aufbau wird in Abbildung 2 dargestellt, wobei der He-Ne-Laser im Aufbau nicht um die Strahlachse schwenkbar ist.

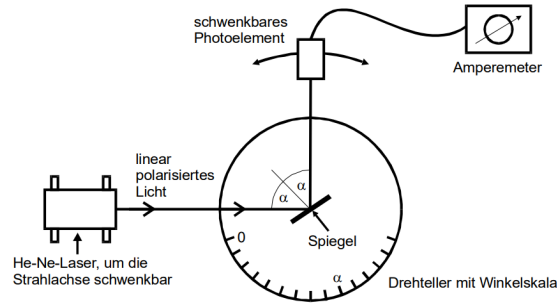


Abbildung 2: Schematische Darstellung der verwendeten Messapparatur [4].

Vor der eigentlichen Messung muss die Messapparatur richtig justiert werden. Dazu wird der Silizium-Spiegel entfernt und eine Messung der Intensität des Laser-Strahls durchgeführt. Anschließend wird der Spiegel auf den Probenhalter montiert und so kalibriert, dass der Laserstrahl direkt auf den Laserkopf zurück reflektiert wird. Das Goniometer soll in dieser Stellung auf 0° zeigen. Der Spiegel wird auf dem Drehteller fixiert und die Messung kann beginnen.

Für die eigentliche Messung wird der Winkel für die Polarisation am Polarisationsfilter, der sich im Lichtweg des Lasers befindet eingestellt. Es Messungen bei Polarisationswinkeln von 0° und 90° durchgeführt. Die Intensität des reflektierten Laserstrahls wird für unterschiedliche Eintrittswinkel gemessen und in eine Tabelle eingetragen. Das Winkelintervall geht hierbei von 4° bis 87° . Dabei werden die Messwerte in einem Abstand von 2° aufgenommen.

4 Auswertung

Zunächst wird die Apparatur einjustiert und der Dunkelstrom gemessen, also der Strom, der durch das Licht im Versuchsraum ausgelöst wird. Dieser beträgt

$$I_d = 5,9 \mu\text{A}.$$

Der Nullstrom, also die einfallende Lichtintensität des Lasers ohne Reflektion wird zu

$$I_{0, s} = 180 \mu\text{A}$$

bestimmt.

Anschließend werden die Messungen nach Abschnitt 3 durchgeführt. Die Messwerte für den Winkel und den gemessenen Photostrom sind in Tabelle 1 aufgeführt. In den Berechnungen im weiteren Verlauf wird mit den Photoströmen weitergerechnet bei denen der Dunkelstrom abgezogen wird. Zudem wird durch das Umstellen von Gleichung 2 und Gleichung 3 der Brechungsindex berechnet und auch in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1: Messwerte des Versuchs.

Winkel /°	I_s / μA	senkrecht	I_p / μA	parallel
		Brechungsindex n_\perp		Brechungsindex n_\parallel
4	30	2,37	44	2,96
6	58	3,61	60	3,75
8	60	3,70	65	4,05
10	60	3,68	66	4,13
12	63	3,82	61	3,87
14	58	3,53	60	3,84
16	66	3,92	62	3,99
18	68	4,00	60	3,91
20	58	3,42	60	3,96
22	70	4,02	59	3,95
24	72	4,08	60	4,06
26	70	3,90	60	4,13
28	74	4,07	58	4,08
30	70	3,77	57	4,10
32	72	3,80	55	4,06
34	80	4,18	54	4,09
36	80	4,09	51	4,01
38	82	4,11	50	4,05
40	84	4,12	46	3,92
42	85	4,06	45	3,98
44	84	3,88	40	3,80
46	84	3,76	39	3,88
48	88	3,85	37	3,90
50	99	4,40	33	3,81
52	100	4,29	30	3,78
54	100	4,11	29	3,90
56	100	3,92	27	3,96
58	100	3,73	23	3,90
60	105	3,83	20	3,90
62	110	3,93	18	4,00
64	110	3,69	12	3,76
66	110	3,44	10	3,86
68	110	3,20	7	3,86
70	110	2,95	4,8	3,95
72	115	2,93	2,5	3,98
74	120	2,89	1,2	4,16
76	130	3,13	1,2	4,76
78	140	3,45	3,8	6,37
80	170	12,19	8,8	8,97

Tabelle 1: (fortgesetzt)

Winkel /°	$I_s / \mu\text{A}$	senkrecht	$I_p / \mu\text{A}$	parallel
		Brechungsindex n_\perp		Brechungsindex n_\parallel
82	175	19,76	18	13,79
84	175	14,86	36	25,02
86	180	8512,52	62	55,05
87	190	4,00	84	101,48

Bei der Berechnung des Mittelwertes werden nur Werte von $n_s < 4.5$ und $n_p < 4.5$ beachtet, um große systematische Fehler zu vernachlässigen. Die Mittelwerte der Brechungsindizes und deren Fehler werden mit den Pythonmodulen Numpy [2] und Uncertainties [1] berechnet und ergeben sich zu

$$\bar{n}_s = 3.73 \pm 0.43$$

$$\bar{n}_p = 3.92 \pm 0.20.$$

Eine andere Möglichkeit der Bestimmung des Brechungsindexes ist über den Brewsterwinkel. Dieser stellt den Winkel dar, an dem die Reflexion des Lichtstrahls komplett verschwindet. Im Versuch verschwindet der Photostrom nicht komplett, daher entspricht der Brewsterwinkel hier dem Winkel mit minimalem Photostrom. Zur Bestimmung des Minimums werden die Messwerte in Abbildung 3 graphisch dargestellt.

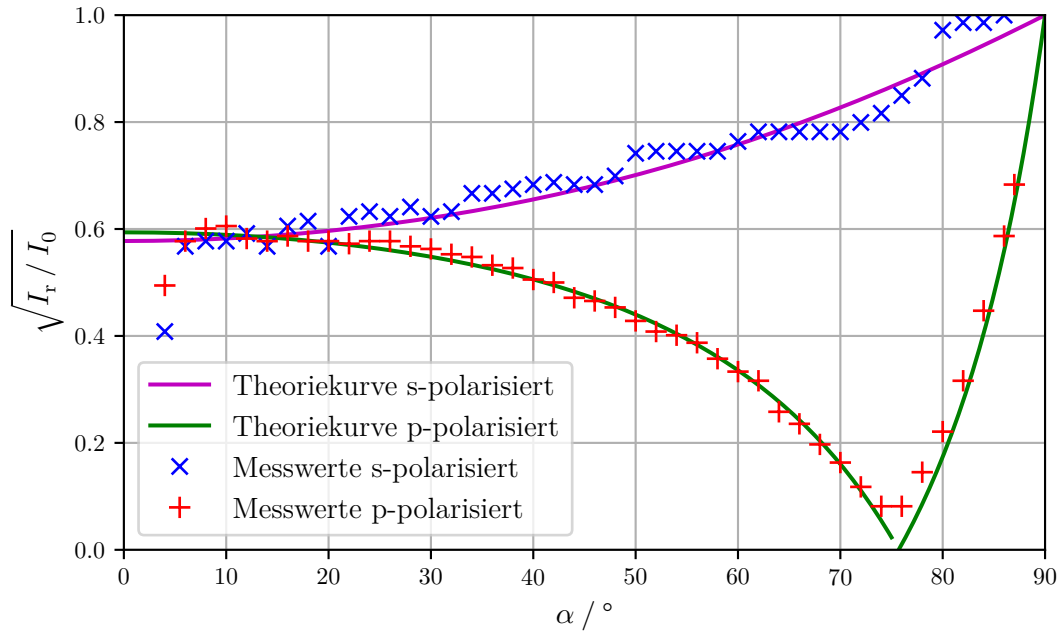


Abbildung 3: Messwerte und Theoriekurven zur Bestimmung des Brewsterwinkels.

Außerdem werden Vergleichskurven geplottet. Hierfür werden die zuvor berechneten Mittelwerte der Brechungsindizes in die Fresnelschen Formeln (2),(3) eingesetzt. Aus dem Brewsterwinkel von $\alpha_B = 75^\circ$ wird der Brechungsindex mithilfe von Gleichung 5 zu

$$n_B = 3.73$$

berechnet.

5 Diskussion

Der Brechungsindex des Siliziumspiegels wird im Versuch auf mehrere Arten berechnet. Der Literaturwert beträgt für eine Wellenlänge von 633 nm $n_{\text{lit}} = 3.35$ [3]. In Tabelle 2 sind die im Laufe der Messung berechneten Brechungsindizes, sowie die Abweichung vom Literaturwert nach

$$a = \frac{|x - x_{\text{lit}}|}{x_{\text{lit}}} \cdot 100$$

eingetragen.

Tabelle 2: Experimentell ermittelte Brechungsindizes von Silizium und Abweichung vom Literaturwert.

Berechnungsart	Brechungsindex n	Abweichung /%
s-polarisiert	$3,73 \pm 0,43$	$11,38 \pm 12,69$
p-polarisiert	$3,92 \pm 0,20$	$17,02 \pm 5,82$
über Brewsterwinkel	3,73	11,32

Die Abweichungen der ermittelten Brechungsindizes vom Literaturwert liegen alle im Bereich zwischen 11 % und 18 %. Somit lässt sich sagen, dass die Fresnelformeln mithilfe der Messungen mit hinreichender Genauigkeit verifiziert werden können. Die Abweichungen vom Literaturwert haben allerdings vielfältige Gründe. Das manuelle Ablesen des Photostroms vom Messgerät stellt eine Ungenauigkeit dar, da die Werte teilweise schwankten. Zudem musste die Apparatur zunächst einjustiert werden, auch hier liegen Fehlerquellen. Nicht immer war es perfekt möglich den Eingangsspalt der Photozelle genau auf die Reflektion des Lasers auszurichten, wodurch die Intensität des einfallenden Photostroms beeinflusst wird. Kleine Veränderungen der Lichtverhältnisse im Raum haben außerdem einen Einfluss auf die Genauigkeit der Messergebnisse.

6 Anhang

V 407 Fresnelsche Formel

Lichtintensität ohne: ~~4~~ senkrecht: ~~4~~ 0,18 mA
parallel: ~~1,5~~ 0,18 mA

90°/parallel 0/senkrecht Dunkel: 5,9 nA

Grad	senkrecht	parallel
0°	—	—
2°	—	—
4°	44 μ A	30 μ A
6°	60 μ A	58 μ A
8°	65 μ A	60 μ A
10°	66 μ A	60
12°	61 μ A	63
14°	60 μ A	58
16°	62 μ A	66
18°	60 μ A	68
20°	60 μ A	58
22°	59 μ A	70
24°	60 μ A	72
26°	60 μ A	70
28°	58 μ A	74
30°	57 μ A	70
32°	55 μ A	72
34°	54 μ A	80
36°	51 μ A	80
38°	50 μ A	82
40°	46 μ A	84
42°	45 μ A	85
44°	40 μ A	84
46°	39 μ A	84
48°	37 μ A	88
50°	33 μ A	93
52°	30 μ A	100
54°	29 μ A	100
56°	27	100
58°	23	100
60°	20	105
62°	18	110
64°	12	110
66°	10	110
68°	7	110
70°	4,8	110
72°	2,5	115
74°	1,2	120
76°	1,2	130
78°	3,8	140
80°	3,8	170
82°	18	175
84°	36	175
86°	82	180
88°	110	180
90°	6,5	190

37° → 84 μ A
→ Augenlin
→ Streichen

37° 190

R. Rapp 14.06.22

Abbildung 4: Messwerte zum Versuch.

Literatur

- [1] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] *Silizium*. Korth Kristalle. 2021. URL: <https://www.korth.de/material/detail/Silizium> (besucht am 16.06.2022).
- [4] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 407 FresnelscheFormeln*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.