

VERSUCH 601

## Der Franck-Hertz-Versuch

Annika Bennemann  
annika.bennemann@tu-dortmund.de

Paulin Vehling  
paulin.vehling@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Aufbau und Ablauf des Franck-Hertz Experimentes . . . . .	3
2.2 Einflüsse auf die Gestalt der Franck-Hertz-Kurve . . . . .	5
2.2.1 Das Kontaktpotential . . . . .	5
2.2.2 Die Energieverteilung der Elektronen . . . . .	6
2.2.3 Der Dampfdruck . . . . .	7
<b>3 Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1 Bestimmung der Weglänge . . . . .	9
4.2 Integrale und differentielle Energieverteilung . . . . .	9
4.3 Franck-Hertz-Kurve . . . . .	11
<b>5 Diskussion</b>	<b>13</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>15</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Zielsetzung

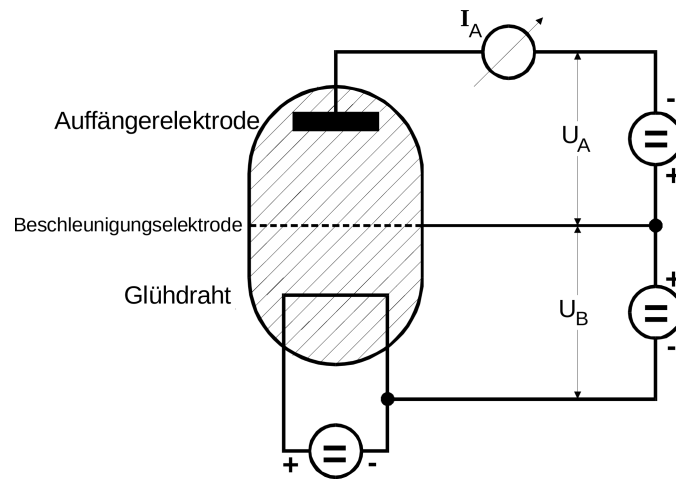
Ziel dieses Versuchs ist es die diskreten Energiewerte der Elektronenhülle des Hg-Atoms zu untersuchen. Dafür wird die integrale Energieverteilung der beschleunigten Elektronen bei zwei unterschiedlichen Temperaturen untersucht. Außerdem werden zwei Franck-Hertz-Kurven für zwei weitere Temperaturen aufgenommen.

## 2 Theorie

Für die Strukturaufklärung der Elektronenhülle müssen Elektronstoßexperimente durchgeführt werden. Dazu werden Elektronen mit geeigneter Energie auf Atome geschossen. Die entstehenden Energieverluste der Elektronen liefern Informationen über die Struktur.

### 2.1 Aufbau und Ablauf des Franck-Hertz Experimentes

Die Apparatur vom Franck-Hertz-Versuch ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung des Franck-Hertz-Versuchs[6].

Der Aufbau besteht aus einer evakuierten Röhre, in der ein Quecksilber-Tropfen ist, welcher spontan verdampft. Dadurch stellt sich ein Gleichgewichtsdruck  $p_{sät}$  ein, wobei die Dampfdichte von der Umgebungstemperatur  $T$  abhängt. Auf der einen Seite der Röhre befindet sich ein negativ geladener Glühdraht, der mit einem Material beschichtet ist, welches eine besonders geringe Austrittsarbeit besitzt. Durch den glühelektrischen Effekt werden möglichst viele freie Elektronen erzeugt. Diese Elektronen werden zu einer positiv geladenen Gitterelektrode hin beschleunigt. Dabei liegt zwischen Gitter und Draht eine Beschleunigungsspannung  $U_B$  an. Aufgrund der Energieerhaltung gilt nach dem Durchlaufen des Feldes

$$\frac{m_0}{2} v_{vor}^2 = e_0 U_B,$$

wenn die Elektronen zu Beginn eine Geschwindigkeit von Null besitzen. Hinter der Gitterelektrode befindet sich eine negativ geladene Auffängerelektrode und dazwischen liegt eine Bremsspannung  $U_A$  an. Dies führt zu einem Gegenfeld, welches die Elektronen überwinden müssen, um die Auffängerelektrode erreichen. An dieser wird ein Auffängerstrom  $I_A$  gemessen. Es kommen nur Elektronen an, deren Energie groß genug ist um das Gegenfeld zu passieren.

Im Bereich zwischen Glühdraht und Gitterelektrode kann es zu Stößen zwischen Elektronen und Hg-Atomen kommen. Abhängig von der Beschleunigungsspannung  $U_B$  wird zwischen zwei Möglichkeiten unterschieden.

Die eine Methode ist, dass nur elastische Stöße auftreten, was passiert, wenn die Energie der Elektronen bei niedriger Beschleunigungsspannung noch nicht groß genug ist. Beim elastischen Stoß wird nicht viel Energie abgegeben, es kommt zu einer Richtungsänderung. Die Energie, die beim elastischen Stoß übertragen wird beträgt

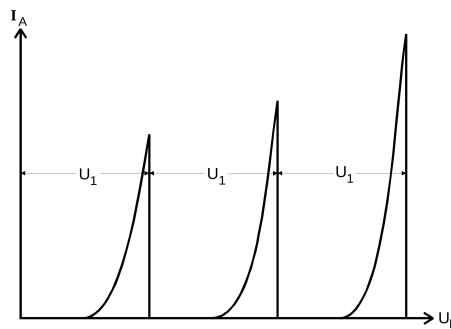
$$\Delta E = \frac{4m_0M}{(m_0 + M)^2} E \approx 1,1 \cdot 10^{-5} E,$$

wobei  $m_0$  die Elektronenmasse und  $M$  die Hg-Atommasse ist.

Die zweite Möglichkeit geschieht, wenn die Energie der Elektronen durch eine größere Beschleunigungsspannung groß genug ist, sodass sie die Hg-Atome anregen können. Es wird der Energiebetrag  $E_1 - E_0$  vom beschleunigten Elektron auf ein Elektron in einer inneren Hülle des Hg-Atom übertragen. Dabei behält das Elektron eine Restenergie und das Hg-Atom kehrt nach einer Relaxationszeit von ca.  $10^{-8}$ s in den Grundzustand zurück und ein Photon mit der Energie

$$E_{\text{Photon}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E_1 - E_0 \quad (1)$$

wird emittiert. Immer wenn die Energie des Elektrons größer oder gleich der Anregungsenergie ist, hat es nach dem inelastischen Stoß nicht mehr genug Restenergie, um das Gegenfeld zwischen Gitter- und Auffängerelektrode zu überwinden, wodurch der Auffängerstrom sinkt. Die Abhängigkeit des Auffängerstroms zur Beschleunigungsspannung unter idealen Bedingungen wird in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Idealisierter Verlauf der Franck-Hertz-Kurve[6].

Zu Beginn ist die Beschleunigungsspannung noch gering, sodass keine Elektronen das Gegenfeld überwinden können, weswegen der Auffängerstrom gleich Null ist. Bei steigender Beschleunigungsspannung besitzen mehr Elektronen die benötigte Energie um die Auffängerelektrode zu erreichen, wobei der Strom  $I_A$  steigt. Der Strom nimmt mit steigender Beschleunigungsspannung bis zu dem Punkt zu, an dem diese einen Wert von  $U_1$  erreicht hat und die Elektronen die Energie  $E_1 - E_0$  besitzen. Der Auffängerstrom nimmt ab, da die Hg-Atome angeregt werden. Wenn die Beschleunigungsspannung nun weiter steigt, haben die Elektronen schneller die zum Anregen der Hg-Atome nötige Energie und die (im gegebenen Versuchsaufbau nicht sichtbare) Leuchtschicht wandert in Richtung des Glühdrahts. Zudem haben auch mehr Elektronen genug Energie, um das Gegenfeld zu überwinden, sodass auch die Peaks in der Stromstärke zunehmend intensiver werden. Dieser Vorgang wird periodisch fortgesetzt, wobei der Spannungsabstand  $U_1$  einen Zusammenhang mit der Anregungsenergie der Hg-Atome besitzt nämlich

$$U_1 = \frac{1}{e_0}(E_1 - E_0)$$

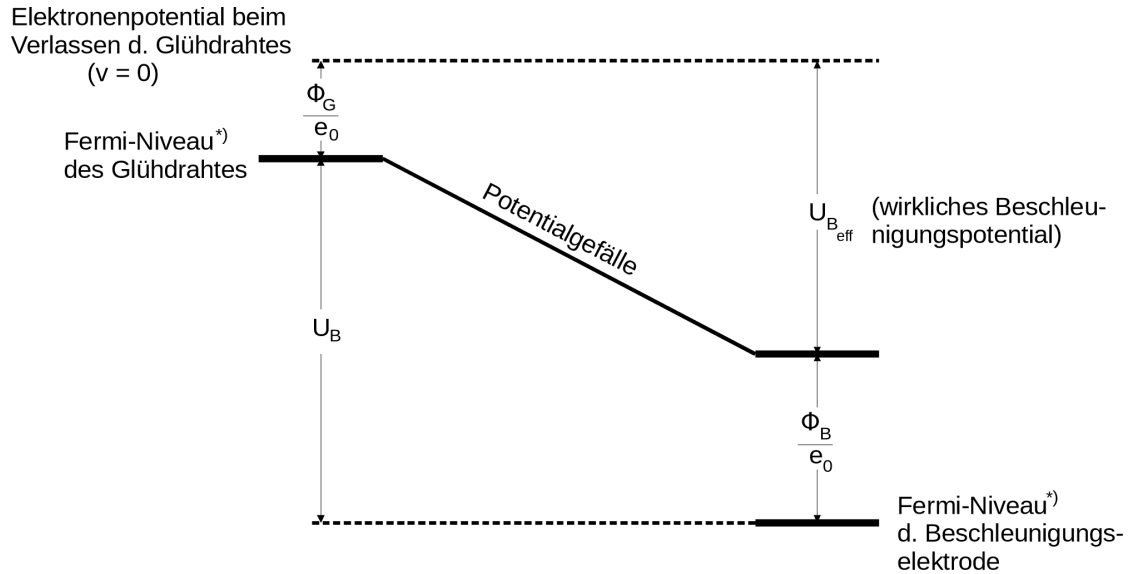
mit der Elektronenladung  $e_0$ .

## 2.2 Einflüsse auf die Gestalt der Franck-Hertz-Kurve

Der idealisierte Verlauf der Franck-Hertz-Kurve kann nicht realisiert werden, weil verschiedene Nebeneffekte beachtet werden müssen. Diese beeinflussen den Verlauf der Kurve.

### 2.2.1 Das Kontaktpotential

Ein Nebeneffekt kommt dadurch zustande, dass sich das Potential des Glühdrahtes von dem der Gitterelektrode unterscheidet. Die Messung würde verfälscht werden, wenn bei gleichem Potential und bei steigender Temperatur auch aus der Gitterelektrode Elektronen austreten. Deshalb wird der Glühdraht so beschichtet, dass er eine geringere Austrittsarbeit als die Gitterelektrode aufweist.



**Abbildung 3:** Das Verhältnis zwischen dem Potential des Glühdrahtes und der Gitterelektrode[6].

Das Potentialverhältnis wird in Abbildung 3 dargestellt, wobei die Größen  $\phi_G$  und  $\phi_B$  die Austrittsarbeiten des Glühdrahtes und der Gitterelektrode sind. Das Kontaktpotential

$$K = \frac{\phi_B}{e_0} - \frac{\phi_G}{e_0}$$

ergibt sich aus dem Potentialverhältnis, womit sich eine Verschiebung nach

$$U_{B,eff} = U_B - K \quad (2)$$

ergibt.

### 2.2.2 Die Energieverteilung der Elektronen

Der nächste Nebeneffekt entsteht durch die Fermi-Dirac-Verteilung der Elektronen im Glühdraht. Diese besagt, dass sich das Elektron schon vor dem Herauslösen auf verschiedenen Energieniveaus befinden, weswegen sie unterschiedliche Anfangsgeschwindigkeiten haben, wenn sie aus dem Draht gelöst werden. Deswegen haben sie nach der Beschleunigung ein kontinuierliches Energiespektrum.

Der Abstand zwischen den Strommaxima ist nicht einheitlich, weil die Beschleunigung der Elektronen nicht gleich stark ist. Aus diesem Grund wird auch der Auffängerstrom nicht mehr ganz auf Null abfallen, sondern immer nur einen Minimalwert erreichen.

Die Richtungsänderung der Elektronen bei den elastischen Stößen im Bereich zwischen der Gitterelektrode und der Auffängerelektrode ist relevant, weil somit die Elektronen die Auffängerelektrode nicht mehr erreichen können.

### 2.2.3 Der Dampfdruck

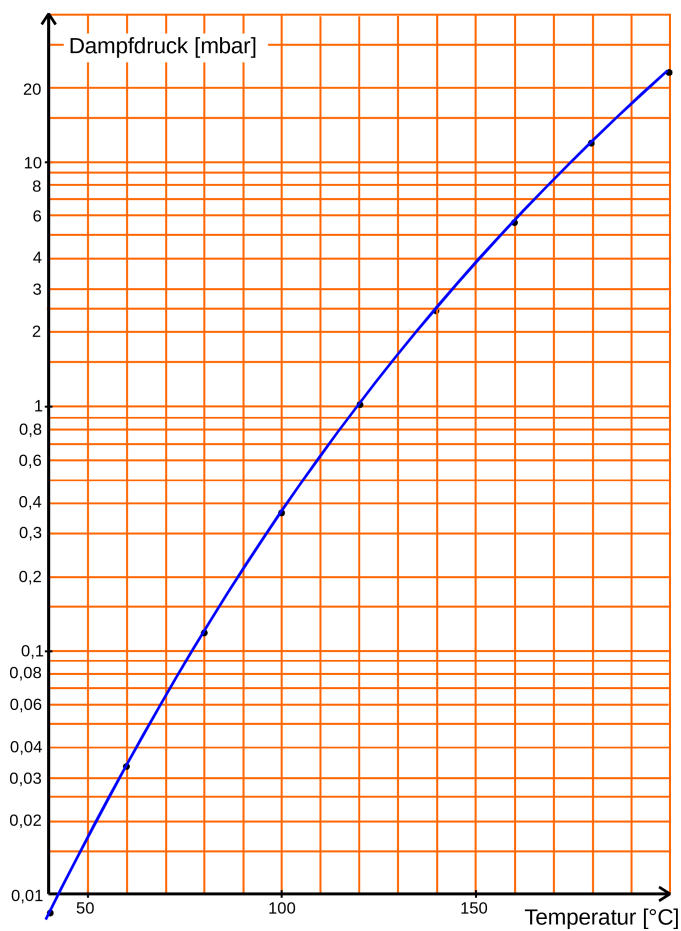
Der Dampfdruck  $p_{\text{sät}}$

$$p_{\text{sät}}(T) = 5,5 \cdot 10^7 \exp\left(\frac{-6876}{T}\right) \quad (3)$$

hat auch einen Einfluss auf die Franck-Hertz-Kurve. Zur Messung der Franck-Hertz-Kurve sind inelastische Stöße benötigt, welche nur Zustände kommen, wenn die mittlere Weglänge

$$\bar{\omega} = \frac{0,0029}{p_{\text{sät}}} \quad (4)$$

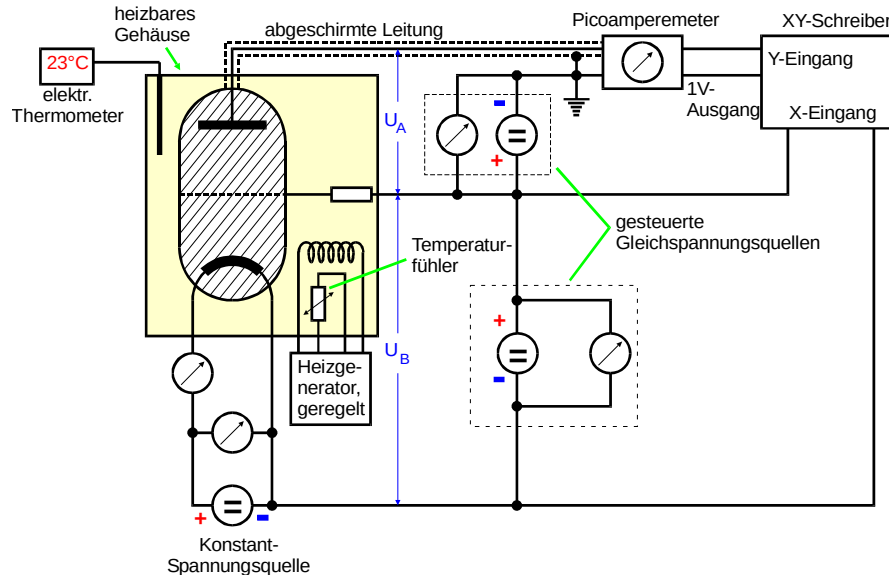
klein gegenüber dem Abstand  $a$  zwischen Glühdraht und Gitterelektrode ist. Hier gilt  $a = 1\text{cm}$ . Der Dampfdruck ist hauptsächlich abhängig von der Temperatur  $T$ , was in Abbildung 4 dargestellt ist.



**Abbildung 4:** Abhängigkeit des Dampfdrucks von Hg von der Temperatur[6].

### 3 Durchführung

In diesem Versuch werden verschiedene Kurven mithilfe eines XY-Schreibers aufgenommen. Das Schaltbild des Aufbaus ist in Abbildung 5 dargestellt.



**Abbildung 5:** Schematische Darstellung der Schaltung des Franck-Hertz-Versuchs[6].

Zusätzlich zum in Unterabschnitt 2.1 beschriebenen Aufbau wird außer dem XY-Schreiber noch ein Heizgenerator mit Thermometer, Gleichspannungsquellen und ein Picoampere-meter benötigt. Die Geräte werden wie in Abbildung 5 verschaltet.

An der Apparatur kann die Bremsspannung  $U_A$  zwischen 0 V und 11 V variiert werden. Auch die Beschleunigungsspannung  $U_B$  kann variiert werden, in einem Bereich zwischen 0 V und 60 V.

Vor der ersten Messung wird der XY-Schreiber eingestellt. Die Beschleunigungsspannung liegt hierbei am X-Eingang an und die Bremsspannung, welche proportional zum Auffängerstrom ist, liegt am Y-Eingang an. Die Beschleunigungsspannung wird auf konstante 11 V eingestellt und die Bremsspannung kontinuierlich erhöht. Der XY-Schreiber nimmt somit den Verlauf des Auffängerstroms in Abhängigkeit von der Bremsspannung auf. Die Messung wird zunächst mit geschlossenem Stift vom XY-Schreiber aufgenommen und die X- und Y-Achse so angepasst, dass der Verlauf der Kurve optimal auf dem Papier zu sehen ist. Dann wird die Kappe entfernt und der Verlauf aufgenommen. Die Messung wird bei Raumtemperatur durchgeführt. Eine zweite Messung erfolgt nachdem die Apparatur auf eine Temperatur zwischen 140 °C und 160 °C aufgeheizt wird. Die Y-Achse muss hierbei erneut kalibriert werden. Außerdem wird ohne angeschlossene Quelle am Y-Eingang die Skalierung der X-Achse auf dem Papier eingetragen, indem die Bremsspannung in 1 V Abständen erhöht wird und Markierungen gesetzt werden.



Im zweiten Teil des Versuchs werden Franck-Hertz-Kurven aufgenommen. Diesmal wird die Beschleunigungsspannung variiert, während die Bremsspannung auf konstante 1 V eingestellt wird. Am X-Eingang des XY-Eingangs wird die Bremsspannung angelegt. Mithilfe des Heizgenerators wird die Temperatur der Apparatur möglichst konstant auf einem Wert zwischen 160 °C und 200 °C gehalten. Der XY-Schreiber muss eventuell neu kalibriert werden. Es werden für zwei verschiedene Temperaturen im Bereich Franck-Hertz-Kurven mit dem XY-Schreiber aufgenommen indem die Beschleunigungsspannung kontinuierlich erhöht wird. Auch hier wird im Anschluss die X-Achse skaliert.

## 4 Auswertung

Der Versuch wird, wie in Abschnitt 3 aufgebaut und durchgeführt.

### 4.1 Bestimmung der Weglänge

Im Folgenden wird die mittlere Weglänge bei verschiedenen Temperaturen bestimmt. Dazu wird mit Gleichung 3 der Sättigungsdampfdruck  $p_{sat}$  bei den gemessenen Temperaturen bestimmt. Danach wird  $\bar{\omega}$  mit der Gleichung 4 bestimmt. Alle Werte werden in die Tabelle 1 eingetragen.

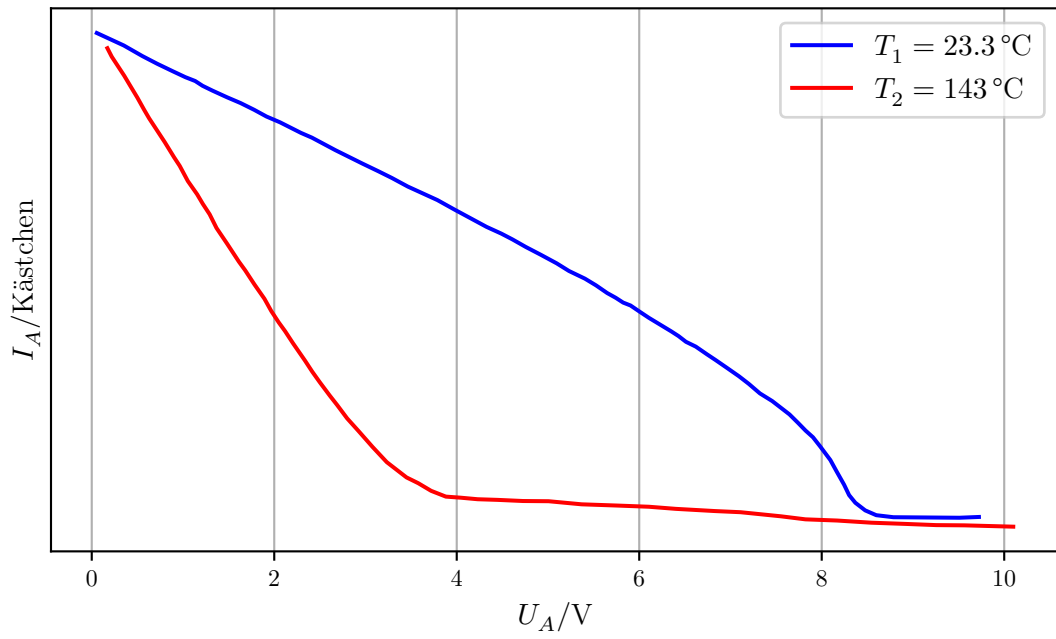
**Tabelle 1:** Gemessene und bestimmte Werte für die Wellenlänge.

Temperatur $T/K$	Sättigungsdampfdruck $p_{sat}/\text{mbar}$	mittlere Weglänge $\bar{\omega}/\text{cm}$	Verhältnis $\frac{a}{\bar{\omega}}$
296,45	0,005	0,6241	1,6
416,15	3,669	0,0008	1250,0
442,15	9,695	0,0003	3333,3
452,15	13,674	0,0002	5000,0

Das Verhältnis  $\frac{a}{\bar{\omega}}$  wird auch in Tabelle 1 eingetragen mit  $a = 1 \text{ cm}$ .

### 4.2 Integrale und differentielle Energieverteilung

Als erstes werden die durch den XY-Schreiber aufgenommenen Werte mithilfe des Web-PlotDigitizers [5] digitalisiert um sie mit den Pythonmodulen Matplotlib [1], Numpy [3] und Scipy [2] weiter verarbeiten zu können. Die digitalisierten Werte der Messungen sind in Abbildung 6 zu sehen. Es wird der Auffängerstrom  $I_A$  gegenüber der Bremspannung  $U_A$  bei konstanter Beschleunigungsspannung  $U_B = 11 \text{ V}$  zu zwei verschiedenen Temperaturen  $T_1 = 23,3^\circ\text{C}$  und  $T_2 = 143^\circ\text{C}$  dargestellt.

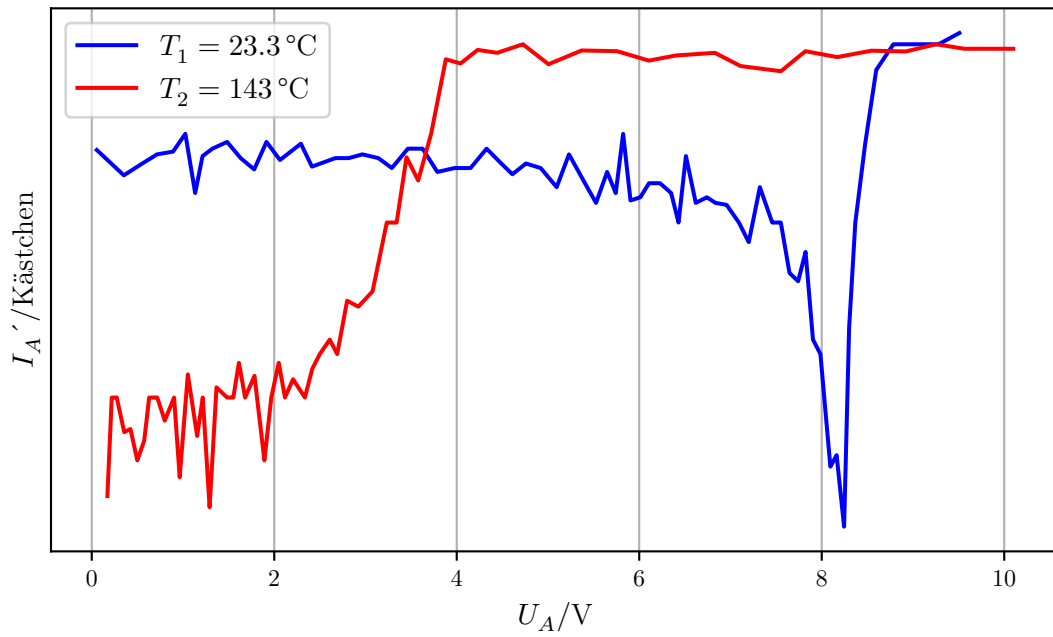


**Abbildung 6:** Digitalisierte Messwerte zur integralen Energieverteilung der Elektronen.

Anschließend wird aus den Werten mithilfe der Formel

$$\frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} = \frac{I_{A_{i+1}} - I_{A_i}}{U_{A_{i+1}} - U_{A_i}}$$

stückweise die Differenzenquotienten berechnet. Die differentielle Darstellung der Energieverteilung wird somit in Abbildung 7 abgebildet.



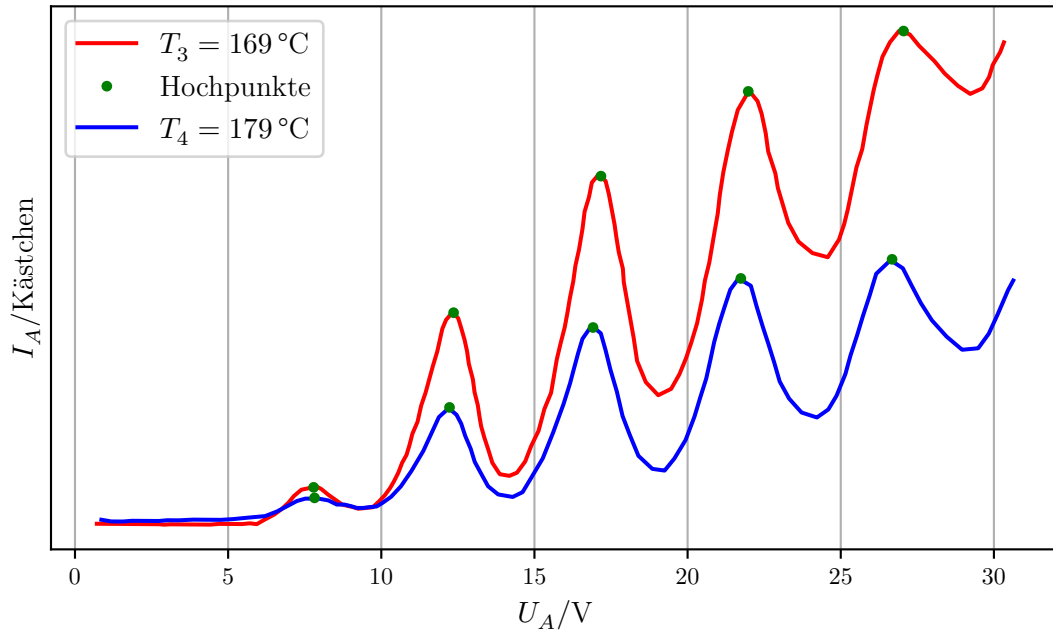
**Abbildung 7:** Aus der integralen Energieverteilung berechnete differentielle Energieverteilung der Elektronen.

Die Tiefpunkte der differentiellen Energieverteilung liegen für  $T_1$  bei 8,25 V und für  $T_2$  bei 1,29 V. Aus der Lage des Tiefpunktes der Kurve von  $T_1$  ergibt sich das Kontaktpotential  $K$  mit der Beschleunigungsspannung  $U_B = 11 \text{ V}$  durch Umstellen von Gleichung 2 zu

$$K_1 = 11 \text{ V} - 8,25 \text{ V} = 2,75 \text{ V}.$$

### 4.3 Franck-Hertz-Kurve

Die Franck-Hertz-Kurve wird bei zwei Temperaturen untersucht und aufgezeichnet (siehe Abbildung 8 und Abbildung 10). Die Temperaturen liegen bei  $T_3 = 169^\circ\text{C}$  und bei  $T_4 = 179^\circ\text{C}$ .



**Abbildung 8:** Franck-Hertz-Kurve bei  $T_3$  und  $T_4$ .

Im Folgenden wird die Kurve mit der Temperatur  $T_3 = 169^\circ\text{C}$  zur Auswertung benutzt, weil diese deutlichere Peaks aufweisen. Zur Vollständigkeit werden die Werte von der anderen Kurve auch in Tabelle 2 aufgelistet.

**Tabelle 2:** Messdaten zur Franck-Hertz-Kurve bei verschiedenen Temperaturen.

$T_3 = 169^\circ\text{C}$		$T_4 = 179^\circ\text{C}$	
Maxima $U_{169}/\text{V}$	Maximaabstand $\Delta U_{169}/\text{V}$	Maxima $U_{179}/\text{V}$	Maximaabstand $\Delta U_{179}/\text{V}$
7,791		7,821	
12,360	4,569	12,227	4,406
17,171	4,811	16,913	4,686
21,980	4,809	21,738	4,825
27,049	5,069	26,675	4,937

Der gemittelte Abstand der Maxima berechnet sich mit

$$\bar{\Delta U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta U_i.$$

Der Fehler berechnet sich mit

$$\sigma_{\Delta U} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\Delta U_j - \bar{\Delta U})^2}$$

und

$$\Delta(\bar{\Delta}U) = \frac{\sigma_{\Delta U}}{n}.$$

Somit ergibt sich der gemittelte Abstand der Maxima zu

$$\begin{aligned}\Delta\bar{U}_{169} &= (4,815 \pm 0,051)\text{V} \\ \Delta\bar{U}_{179} &= (4,714 \pm 0,057)\text{V}\end{aligned}$$

und die Anregungsenergie der emittierten Photonen beträgt somit nach Abbildung 2.1

$$\begin{aligned}E_{169} &= (4,815 \pm 0,051)\text{eV} \\ E_{179} &= (4,714 \pm 0,057)\text{eV}.\end{aligned}$$

Mit dem Zusammenhang von Gleichung 1 werden die Wellenlängen berechnet. Der Fehler wird mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(-\frac{hc}{e\Delta U^2} \Delta U\right)^2} \quad (5)$$

bestimmt. Daraus folgen die Wellenlängen

$$\begin{aligned}\lambda_{169} &= (257,50 \pm 2,73)\text{nm} \\ \lambda_{179} &= (263,01 \pm 3,18)\text{nm}.\end{aligned}$$

## 5 Diskussion

Das Verhältnis der Weglänge zum Abstand zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode liegt für die Temperaturen  $T_2$  und  $T_3$  im Bereich zwischen 1000 und 4000, sodass hier eine ausreichende Stoßwahrscheinlichkeit gegeben ist. Für  $T_1$  ist  $\bar{\omega}$  zu groß im Verhältnis zu  $a$ , dadurch wächst die Wahrscheinlichkeit, dass die Elektronen die Auffängerelektrode ohne Wechselwirkung erreichen. Bei  $T_4$  übersteigt das Verhältnis einen Wert von 4000, sodass hier die Zahl der elastischen Stöße zunimmt, welche mit Richtungsänderungen verbunden sind und somit weniger Elektronen die Auffängerelektrode erreichen.

Die integrale und auch die daraus berechnete differentielle Energieverteilung der Elektronen zeigt den zu erwartenden Verlauf. Bei der differentiellen Kurve von  $T_1$  ist der Tiefpunkt sehr gut abzulesen und somit kann das Kontaktpotential zu

$$K_1 = 2,75 \text{ V}.$$

bestimmt werden. Auch die Franck-Hertz-Kurven zeigen die zu erwartenden Verläufe unter den in Unterabschnitt 2.2 beschriebenen Nebeneffekten, die die Kurve verändern.

Die Anregungsenergie und die Wellenlängen der emittierten Photonen ergeben sich zu

$$\begin{aligned}E_{169} &= (4,815 \pm 0,051)\text{eV} \\E_{179} &= (4,714 \pm 0,057)\text{eV} \\ \lambda_{169} &= (257,50 \pm 2,73)\text{nm} \\ \lambda_{179} &= (263,01 \pm 3,18)\text{nm}.\end{aligned}$$

Die Energieverluste der Elektronen beim zentral elastischen Stoß sind so gering, dass diese nicht berücksichtigt werden müssen, solange der Richtungswechsel die Elektronen nicht aus dem Bereich hinter der Beschleunigungselektrode rausbewegt. Der Theoriewert für die Anregungsenergie des Hg-Atoms liegt bei 4,9 eV[4]. Die Abweichungen der Energien betragen nach

$$abw = \frac{|x_{\text{gemessen}} - x_{\text{theorie}}|}{x_{\text{theorie}}} \cdot 100$$

bei  $T_3$  1,73 % und bei  $T_4$  3,80 %. Die Ergebnisse sind also zufriedenstellend genau.

Fehlerquellen liegen vor allem im XY-Schreiber beziehungsweise dem Digitalisieren und Ablesen der Werte. Die Digitalisierung mithilfe des WebPlotDigitizers ist verhältnismäßig einfach, und es muss nicht jeder Wert einzeln abgelesen werden, jedoch können Fehler durch ungenaue Skalierungen der Achsen passieren. Auch die generelle Genauigkeit des XY-Schreibers ist anzuzweifeln. Das Gerät ist sehr sensibel und die dargestellten Verläufe weisen ein Zittern des Stiftes auf, welches allerdings auch von anderen Bauteilen wie dem Picoamperemeter ausgehen kann. Die Dicke der Stiftmine ist eine weitere Fehlerquelle die das genaue Ablesen der Werte erschwert. Auch die Einstellung der Spannungen mithilfe von Kippschaltern ist nicht optimal und führt zur Abweichungen, zum Beispiel beim Skalieren der X-Achse. Außerdem ist es mit dem Heizgenerator nicht möglich eine optimale Temperatur einzustellen, sodass die Temperatur während der Messungen leicht schwankt und somit die Messwerte verfälscht werden.

## 6 Anhang

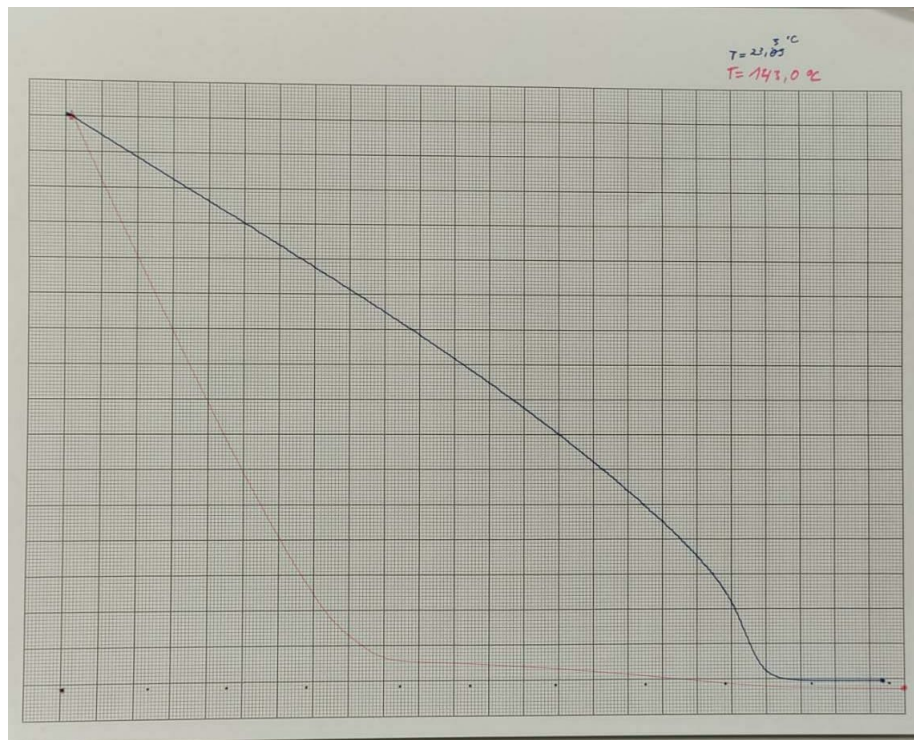


Abbildung 9: Messwerte zum ersten Versuchsteil.

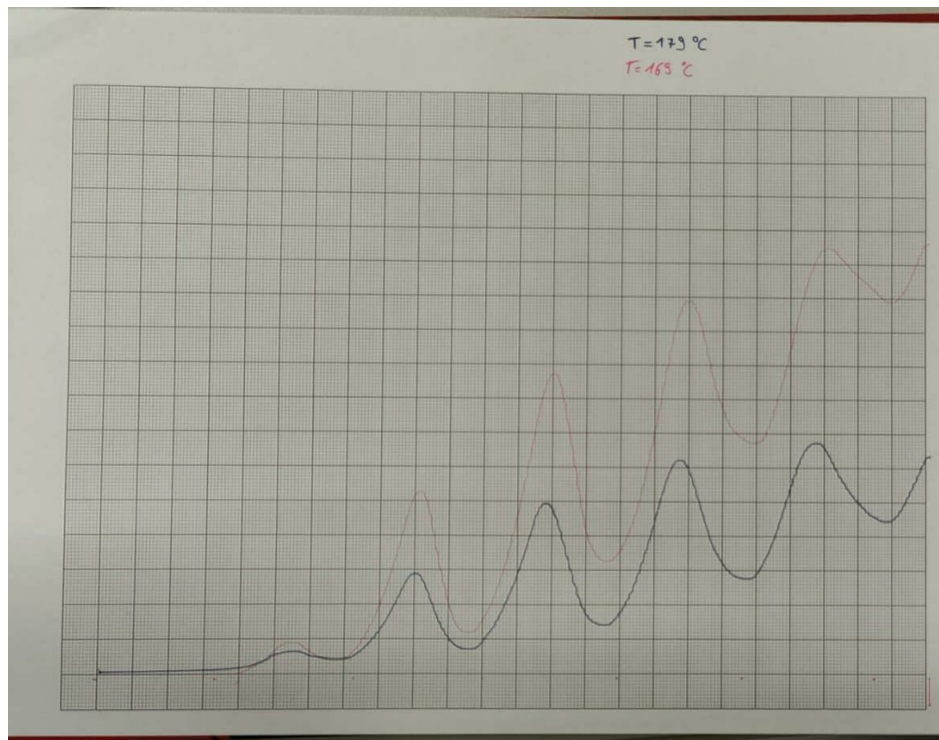


Abbildung 10: Messwerte zum zweiten Versuchsteil.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] Arnulf Quadt. *Der Franck-Hertz-Versuch*, Universität Göttingen. 2020. URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1612> (besucht am 19.05.2022).
- [5] Ankit Rohatgi. *Webplotdigitizer: Version 4.5*. 2021. URL: <https://automeris.io/WebPlotDigitizer>.
- [6] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 601 Der Franck-Hertz-Versuch*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.