太原理工大学
Taiyuan University of Technology

习题一：

4. (1) $A\cap\bar{B}\cap\bar{C}$ (2) $A\cap B\cap\bar{C}$

(3) $A\cap B\cap C$ (4) $\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}$

(5) 至少有1题错：$\bar{A}\cup\bar{B}\cup\bar{C}$

(6) 至少做对1题：$A\cup B\cup C$

(7) $(A\cap\bar{B}\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap B\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap\bar{B}\cap C)$

(8) 也有可能三道全对 $(A\cap B\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap B\cap C)\cup(A\cap\bar{B}\cap C)\cup(A\cap B\cap C)$

5. 事件从字母代替如题所示

(1) $AB\bar{C}$ 表示同时抽取了三本书，但抽到了数学书与中文书，并未抽到平装书.

(2) 关系式 $\bar{C}\subset B$ 成立的条件是，在全部中文书中，有的不是平装书。

(3) $\bar{A}=B$ 的成立情况是，在图书馆中所有书中，除了数学书，其他书均为中文书.

10. 证明：需写出 $P(A+B+C)$ 即A或B或C发生的概率.

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)$$

由于 $P(AB)=P(AC)=0$ 那么AB、AC不可能同时发生，故 $P(ABC)=0$.

由于 $P(A)=P(B)=P(C)$

代入得

$$P(A+B+C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-0-0-\frac{1}{8}+0$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}$$
$$=\frac{5}{8}$$
实际上是 $\frac{5}{8}$，课本有误.

13. 后四位 ____

总方案数：$C_{10}^1\cdot C_{10}^1\cdot C_{10}^1\cdot C_{10}^1$

要求每位不同：$C_{10}^1\cdot C_9^1\cdot C_8^1\cdot C_7^1$

故后四位完全不同的概率：

$$P=\frac{10\times9\times8\times7}{10^4}=\frac{63}{125}$$

20. 若是只恰有一双配对，我们可认为有2只来自同一双手套，而其他2只在其他双中任取

$$故\ P=\frac{C_2^2\cdot C_{10}^2}{C_{12}^4}=\frac{1\times45}{495}=\frac{1}{11}$$

26. 设甲股票为事件A，乙为B

$P(A)=0.8\quad P(B)=0.6$

由于相互独立，故至少有一种股票涨的概率表示为

$$P((\bar{A}B)+(A\bar{B}))=P(\bar{A})P(B)+P(A)P(\bar{B})+P(A)P(B)$$
$$=(1-P(A))P(B)+P(A)(1-P(B))+0.48$$
$$=0.2\times0.6+0.8\times0.4+0.48$$
$$=0.44+0.48=0.92.$$

注：至少有一个涨，即A涨B不涨，A不涨B涨或两个都涨，故可设A、B都不涨，

则至少有一个涨的概率：$P=1-P(\bar{A}\cap\bar{B})$
$$=1-0.2\times0.4$$
$$=0.92$$

太 原 理 工 大 学

Taiyuan University of Technology

38. 设A为至少有一件为次品，B为取二件均为次品，即求 $P(B|A)$

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}，其中\ P(A)=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^2}+\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$$

$$P(AB)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$$

$$\therefore P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{8}$$

39. 设 A_i 为第 i 次打通，$i\in[1,3]$

即求 $P(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)$

$$P(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)=\frac{P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)}{P(\bar{A}_1\bar{A}_2)}$$

$$P(\bar{A}_1\bar{A}_2)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{5}$$

$$P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$$

$$\therefore P(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{4}{5}}\cancel{=\frac{1}{8}}$$

39. 此题并不用条件概率，若设每次拨通为 $A_1\ A_2\ A_3$ 那么第三次才拨通可直接表示为

$\bar{A}_1\bar{A}_2A_3$ 则

$$P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$$

40. 全概率公式.

设A为抽到2新球(第二次)

设 B_i 为第一次抽球情况.

2新、1新1旧、2旧，$i\in[1,3]$

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)$$

$$P(B_1)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}\quad P(B_2)=\frac{C_6^1C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$$

$$P(B_3)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$$

$$P(A|B_1)=\frac{1}{3}\times\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}$$

$$P(A|B_2)=\frac{8}{15}\times\frac{C_5^2}{C_{10}^2}=\frac{16}{135}$$

$$P(A|B_3)=\frac{2}{15}\times\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}$$

$$\therefore P(A)=\frac{2}{45}+\frac{2}{45}+\frac{16}{135}=\frac{28}{135}$$

41. (1) 打钻井可能出油，也可能不出，记为 A_i，设(1)概率为 $P(B)$ 则 $P(B)=\sum_{i=1}^{2}P(B|A_i)P(A_i)$.

$P(A_1)=0.06\quad P(A_2)=0.94$

$P(B|A_1)=0.85\quad P(B|A_2)=0.4$

则 $P(B)=0.06\times0.94+0.85\times0.4=0.427$

(2) 已知出油A，求有油位置B，使用Bayes公式.

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}，这里P(A)是(1)为P(B)$$

$$P(B|A)=\frac{P(A|B)\cdot P(B)}{0.427}=\frac{0.06\times0.85}{0.427}\approx0.119.$$

42. Bayes公式 已知打开两箱均为民用口罩.

设最后打开这二箱民用口罩为 A，丢了一箱也为民用口罩为 B_1，棉花 B_2，医用 B_3

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)$$

$$=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)$$

$$=\frac{C_5^1}{C_{10}^1}\cdot\frac{C_4^2}{C_9^2}+\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\cdot\frac{C_5^2}{C_9^2}+\frac{C_2^1}{C_{10}^1}\cdot\frac{C_5^2}{C_9^2}$$

$$=\frac{5}{10}\times\frac{1}{6}+\frac{3}{10}\times\frac{10}{36}+\frac{2}{10}\times\frac{10}{36}=\frac{2}{9}$$

则求 $P(B_1|A)$，$P(B_1|A)=\dfrac{P(AB_1)}{P(A)}$

$$=\frac{P(B_1)P(A|B_1)}{\sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{9}}=\frac{3}{8}$$

43. 直观上会比原来"谨慎的"出事故的概率会比原来更高些.

设谨慎的为 A，一般的为 B，冒失的为 C 任一个人出事故的概率为 D

$$P(D)=P(D|A)\cdot P(A)+P(D|B)\cdot P(B)+P(D|C)\cdot P(C)$$

$$=20\%\times0.05+50\%\times0.15+30\%\times0.3$$

$$=0.01+0.075+0.09=0.175$$

则求 $P(A|D)=\dfrac{P(AD)}{P(D)}=\dfrac{P(A)P(D|A)}{P(D)}$

$$=\frac{20\%\times0.05}{0.175}\approx57‰$$ 比原先高些.