

Группа М3111 _____ К работе допущен _____

Студент Акберов Р.Х. _____ Работа выполнена _____

Преподаватель Прохорова У. В. _____ Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №

Изучение электрических сигналов с помощью лабораторного осциллографа.

1. Цель работы.

- Провести многократные измерения определенного интервала времени.
- Построить гистограмму распределения результатов измерения.
- Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
- Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

Получение выборки (выборочная совокупность) для дискретной величины и исследовать закон распределения этой случайной величины.

3. Объект исследования.

Результат измерения заданного промежутка времени.

4. Метод экспериментального исследования.

С помощью стрелочного секундомера задают некоторый промежуток времени t (5сек) и многократно измеряют его достаточно точным цифровым секундомером.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

1) «Плотность вероятности случайной величины» $\rho(t) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}.$

2) Функция Гаусса: $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$

3) Выборочное среднее как среднеарифметическое всех результатов измерения: $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$

4) Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$

- 5) Максимальная плотность нормального распределения:

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

- 6) Соотношение для вероятности попадания результата измерения в интервал $[t_1, t_2]$:

$$P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N}$$

- 7) Вероятность:

$$\begin{aligned} t &\in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], & P_{\sigma} &\approx 0,683 \\ t &\in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], & P_{2\sigma} &\approx 0,954 \\ t &\in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], & P_{3\sigma} &\approx 0,997 \end{aligned}$$

- 8) Приближенные значения вероятностей:

$$\begin{aligned} &[\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N], \\ &[\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N], \\ &[\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N], \end{aligned}$$

- 9) Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

- 10) Доверительный интервал для промежутка времени с коэффициентом Стьюдента:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

- 11) Доверительный

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t]) \text{ интервал:}$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер цифровой	Секундомер	5 с.	Сотые
2	секундомер стрелочный	Секундомер	5 с.	Сотые

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

В работе используются устройства или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей Герца (стрелочный секундомер) и цифровой секундомер с ценой деления не более 0.01 секунды. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы. примеры расчетов).

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	4.90	-0.02	0.00
2	4.94	0.02	0.00
3	4.68	-0.24	0.06
4	4.87	-0.05	0.00
5	4.89	-0.03	0.00
6	4.85	-0.07	0.00
7	4.81	-0.11	0.01
8	4.84	-0.08	0.01
9	4.94	0.01	0.00
10	4.97	0.05	0.00
11	5.00	0.08	0.01
12	4.84	-0.08	0.01
13	4.87	-0.05	0.00
14	4.79	-0.13	0.02
15	4.84	-0.09	0.01
16	4.79	-0.13	0.02
17	4.88	-0.04	0.00
18	5.06	0.14	0.02
19	5.00	0.08	0.01
20	4.94	0.02	0.00
21	4.72	-0.2	0.04
22	4.65	-0.27	0.07
23	4.97	0.05	0.00
24	5.00	0.08	0.01
25	4.85	-0.07	0.00
26	5.04	0.12	0.01
27	4.96	0.04	0.00
28	5.03	0.11	0.01
29	5.06	0.14	0.02
30	4.97	0.05	0.00
31	4.76	-0.16	0.03
32	4.75	-0.17	0.03
33	5.00	0.08	0.01
34	5.03	0.11	0.01
35	5.12	0.20	0.04
36	5.00	0.08	0.01
37	5.00	0.08	0.01
38	5.00	0.08	0.01
39	5.00	0.08	0.01
40	4.94	0.02	0.00
41	4.94	0.02	0.00
42	4.90	-0.02	0.00
43	5.05	0.13	0.02
44	4.94	0.02	0.00
45	4.94	0.02	0.00
46	5.20	0.28	0.08
47	4.85	-0.07	0.00
48	4.81	-0.11	0.01
49	5.03	0.11	0.01
50	4.97	0.05	0.00
	$\langle t \rangle_N = 4.92$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0.17 \text{ с}$	$\sigma_N = 0.11 \text{ с}$ $\rho_{\max} = 3.63 \text{ с}^{-1}$

Расчет $\langle t \rangle_N$ по формуле 3):

$$\langle t \rangle_{50} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i = \frac{246.17}{50} \approx 4.92 \text{ с.}$$

Расчет σ_N по формуле 4):

$$\sigma_{50} = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - \langle t \rangle_{50})^2} = \sqrt{0.0204 \cdot 0.6157} \approx 0.11 \text{ с.}$$

Расчет ρ_{max} по формуле 5):

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = \frac{1}{0.11 \cdot \sqrt{2\pi}} \approx 3.63 \text{ с}^{-1}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Границы интервалов	ΔN (количество результатов, попавших в интервал $[t; t + \Delta t]$.)	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ с}^{-1}$ (доля результатов, попавших в указанный интервал, и характеризует вероятность попадания в него результата отдельного измерения)	$t, \text{ с}$	$\rho, \text{ с}^{-1}$
4.65	4	0.8	4.7	0.49
4.75				
4.76	3	2	4.78	1.61
4.79				
4.81	12	3	4.85	2.96
4.89				
4.90	9	4.5	4.92	3.63
4.94				
4.96	13	6.5	4.98	3.13
5.00				
5.03	7	4.67	5.05	1.81
5.06				
5.12	2	0.5	5.16	0.34
5.20				

Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	От	До			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	4,81	5,03	37	0,74	$\approx 0,68$
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	4,70	5,14	47	0,94	$\approx 0,95$
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	4,59	5,25	50	1	≈ 1

Расчет среднеквадратичного отклонения среднего значения по формуле 9:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{2450} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 4.92)^2} = \sqrt{0.000408 \cdot 0.6157} \approx 0.015853 \text{ с}$$

По таблице находим коэффициент Стьюдента $\alpha = 0,95$ (доверительная вероятность). Он равен ≈ 2.01 , где $N = 50$, а число степеней свободы 49.

Расчет доверительного интервала для промежутка времени:

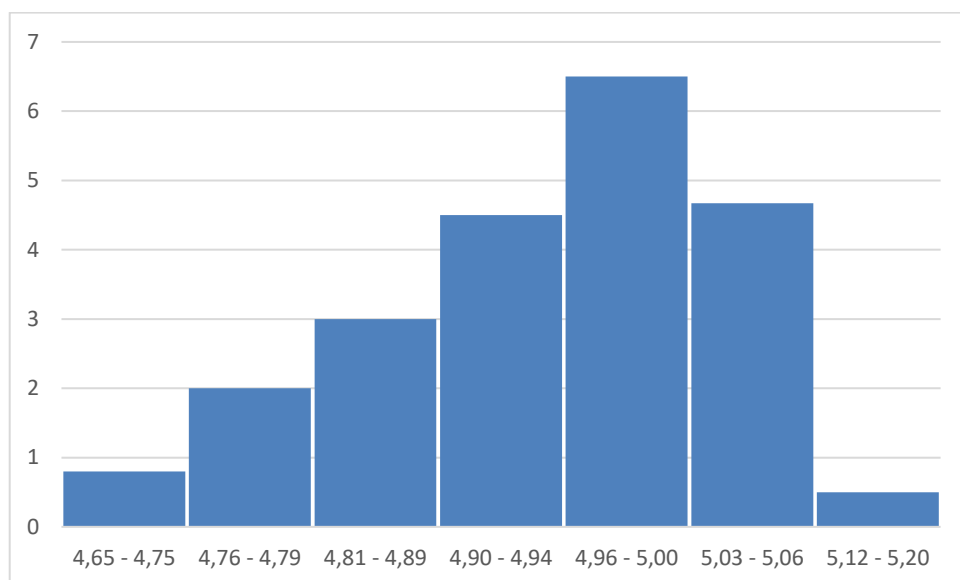
$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{(t)} = 2,01 \cdot 0,015853 \approx 0,031864.$$

Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитываем относительную погрешность для измерений:

$$\gamma = \frac{4,92 - 5,00}{4,92} \cdot 100\% \approx 2\%$$

10. **Графики** (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



11. **Окончательные результаты.**

Разброс промежутка времени, заданный человеком при помощи секундомера, не превышает нескольких десятых секунды.

12. **Выводы и анализ результатов работы.**

Получилось надежно выявить закономерности в распределении значений случайной величины.

13. **Замечания преподавателя** (исправления, вызванные замечаниями преподавателя. также помещают в этот пункт).