



Группа М3111 К работе допущен _____

Студент Акберов Р.Х. Работа выполнена _____

Преподаватель Прохорова У. В. Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02.

Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости.

1) Цель работы:

- а) Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости
- б) Определение величины ускорения свободного падения

2) Задачи решаемые при выполнении работы.

Доказательство движения с постоянным ускорением, является ли зависимость ускорения от $\sin \alpha$ линейной, равен ли угловой коэффициент этой зависимости ускорению свободного падения.

3) Объект исследования.

Тележка, скользящая по наклонной плоскости.

4) Метод экспериментального исследования.

С использованием лабораторной установки выполнить задания:

- А) Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона
- Б) Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту.

5) Рабочие формулы и исходные данные.

- (1) Зависимость проекции скорости от времени:

$$V_x(t) = V_{0x} + a_x t$$

V_{0x} – проекция скорости на ось Ox в момент времени $t = 0$, a_x – ускорение тела.

- (2) Зависимость координаты тела x от времени t :

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

- (3) Если начальная скорость тела равна нулю, то:

$$x_2 - x_1 = \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2)$$

- (4) Второй закон Ньютона, описывающий движение тележки:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

Где a – ускорение тележки, N – сила реакции опоры, a сила трения,

возникающая при скольжении, по модулю равна произведению коэффициента трения на силу нормальной реакции: $F_{\text{тр}} = \mu N$ (рис.1)

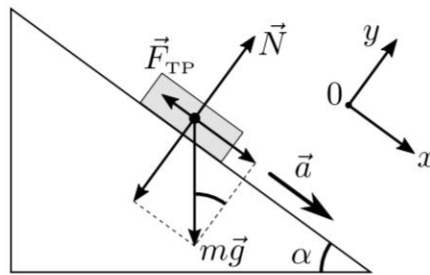


Рис. 1. Векторная диаграмма сил, действующих на тело, расположенное на наклонной плоскости

(5) Проекция уравнения (4) на координатные оси:

$$\begin{cases} 0y : 0 = N - mg \cos \alpha \\ 0x : ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \end{cases}$$

Где α -- угол между наклонной плоскостью и горизонталью.

(6) Из (5) следует выражение для модуля ускорения:

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

(7) Поскольку в лабораторной установке коэффициент трения μ и угол α достаточно малы, то $\cos \alpha$ в формуле (6) можно заменить единицей. С учетом этого выражение для ускорения будет иметь вид:

$$a = g (\sin \alpha - \mu).$$

(8) Коэффициент a и его среднеквадратическое отклонение (СКО) σ_a можно найти по следующим формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - a Z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}}$$

(9) Абсолютная погрешность коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$ по формуле:

$$\Delta_a = 2\sigma_a$$

(10) Относительная погрешность ускорения:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta}{a} \cdot 100\%$$

(11) Синус угла наклона рельса к горизонту:

$$\sin \alpha = \frac{(h - h_0) - (h'_0 - h')}{x' - x}$$

(12) Значение ускорения:

$$\langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$$

(13) Погрешность ускорения:

$$\Delta a = \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{и2})^2 + (\Delta x_{и1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

(14 – 15) Коэффициенты линейной зависимости:

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2}$$

$$A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

(16) СКО для ускорения свободного падения (коэффициента В) по формуле:

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}$$

(17-18) где

$$d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i)$$

$$D = \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2$$

(19) Абсолютная погрешность коэффициента для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$:

$$\Delta g = 2\sigma_g$$

(20) Относительная погрешность g:

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%$$

6) Измерительные приборы.

Таблица 1

Наименование	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	$\Delta_{и}$
Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	—	5 мм
Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	—	0,5 мм
ПКЦ-3 в режиме секундомера	100 с	0,1 с	—	0.1 с

7) Схема экспериментальной установки

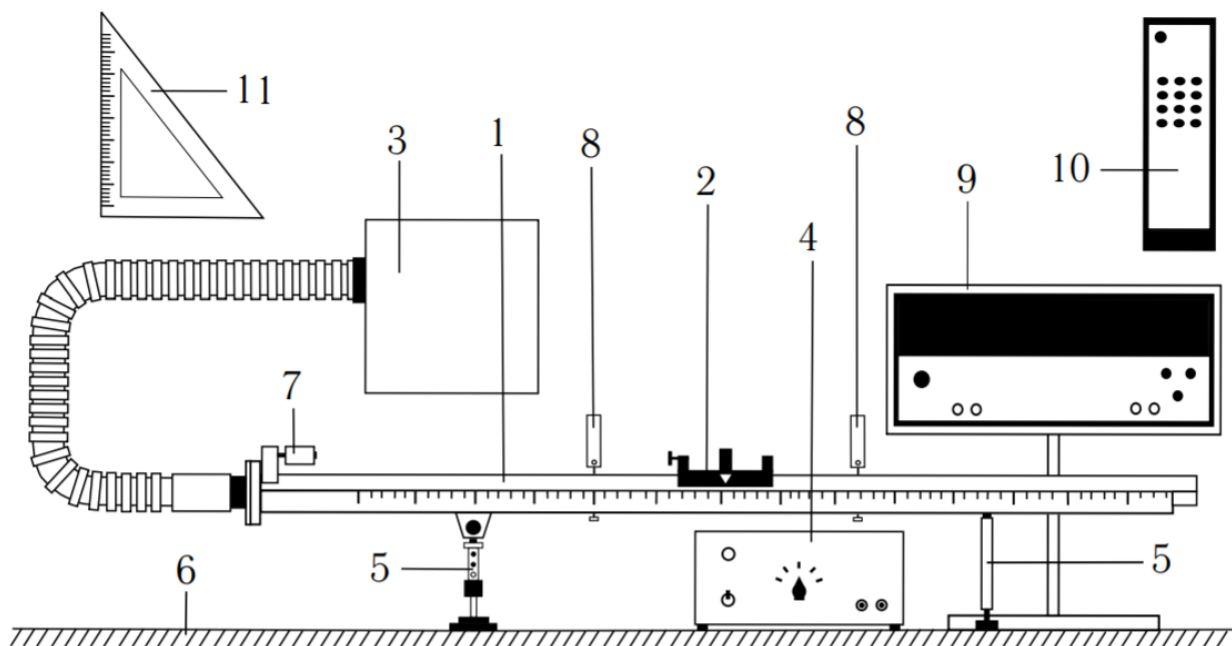


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4 – 12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка-угольник

По рельсу «1» скользит тележка «2». Для уменьшения трения между поверхностями рельса и тележки создается воздушная подушка с помощью воздушного насоса «3», подключенного к источнику питания «4». Электрические провода, подключающие воздушный насос к источнику питания, на рисунке не показаны. Высота рельса над опорной плоскостью «6» регулируется с помощью винтовых ножек опор «5». Электромагнит «7» фиксирует тележку в начале шкалы. Тележка снабжена флажком с черными вертикальными рисками. Цифровой измерительный прибор «9» фиксирует момент времени, скорость и ускорение тележки при прохождении флажка через оптические ворота «8». Запуск тележки и изменение режимов осуществляется пультом дистанционного управления «10». Угольник «11» используется для измерения вертикальной координаты точек рельса.

8) Результаты прямых измерений и их обработки.

Таблица 2

x, м	x', м	h ₀ , мм	h' ₀ , мм
0,22 ± 0,005	1,0 ± 0,005	206 ± 0,5	202 ± 0,5

Таблица 3 (результаты прямых измерений из задания 1)

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	x ₁ , м	x ₂ , м	t ₁ , с	t ₂ , с	Y = x ₂ -x ₁ , м	Z = $\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$, с ²
1	0,15	0,40	1,4	2,5	0,25 ± 0,02	2,145 ± 0,01
2	0,15	0,50	1,3	2,9	0,35 ± 0,02	3,360 ± 0,01
3	0,15	0,70	1,3	3,4	0,55 ± 0,02	4,935 ± 0,01
4	0,15	0,90	1,3	3,8	0,75 ± 0,02	6,375 ± 0,01
5	0,15	1,10	1,3	4,2	0,95 ± 0,02	7,975 ± 0,01

Таблица 4 (результаты прямых измерений из задания 2)

Нпл	h, мм	h', мм	№	t ₁ , с	t ₂ , с
1	194	201	1	1,3	4,3
			2	1,4	4,3
			3	1,3	4,2
			4	1,4	4,3
			5	1,3	4,3
2	185	200	1	1,1	3,2
			2	1,0	3,1
			3	0,9	3,1
			4	0,9	3,1
			5	0,9	3,1
3	175	200	1	0,8	2,6
			2	0,8	2,6
			3	0,8	2,5
			4	0,8	2,6
			5	0,8	2,5
4	167	199	1	0,8	2,3
			2	0,8	2,3
			3	0,8	2,3
			4	0,8	2,3
			5	0,8	2,3
5	157	199	1	0,6	2,0
			2	0,8	2,1
			3	0,7	2,0
			4	0,7	2,0
			5	0,6	2,8

N_{пл} – количество пластин

h – высота на координате x = 0,22 м

h' – высота на координате x' = 1,00 м

9) Расчет результатов косвенный измерений:

Средние значения экспериментальных точек:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{0,25 + 0,35 + 0,55 + 0,75 + 0,95}{5} = 0,57 \text{ м}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum t_i = \frac{2,145 + 3,36 + 4,935 + 6,375 + 7,975}{5} = 4,958 \text{ с}$$

Коэффициент и его СКО:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^5 Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^5 Z_i^2} = \frac{16,78}{144,49} = 0,116 \text{ м/с}^2$$

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (Y_i - a Z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^5 Z_i^2}} = \sqrt{\frac{0,0028}{4 * 144,49}} = 0,0022$$

Средние значения времени для задания 2:

$$\bar{t}_1 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 t_i = \frac{6,7}{5} = 1,34$$

$$S_{\bar{t}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t}_1)^2}{5(5-1)}} = \sqrt{\frac{0,012}{20}} = 0,025$$

Случайная погрешность:

$$\Delta \bar{t}_1 = t_{\alpha, n} S_{\bar{t}_1} = 2,78 * 0,025 = 0,0695$$

Абсолютная погрешность:

$$\Delta t = \sqrt{\Delta_{\bar{t}_1}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{it}\right)^2} = \sqrt{0,004225 + 0,0044} = 0,065$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\bar{t}_1} \cdot 100\% = 7,16\%$$

Таблица 5: результаты расчетов (Задание 2)

N _{пл}	sin α	⟨t ₁ ⟩ ± Δt ₁ , с	⟨t ₂ ⟩ ± Δt ₂ , с	⟨a⟩ ± Δa, $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	- 0,01	1,34 ± 0,065	4,28 ± 0,063	0,115 ± 0,004
2	- 0,02	0,96 ± 0,072	3,12 ± 0,063	0,216 ± 0,010
3	- 0,03	0,8 ± 0,060	3,12 ± 0,063	0,209 ± 0,009
4	- 0,04	0,8 ± 0,060	2,30 ± 0,060	0,409 ± 0,026
5	- 0,06	0,70 ± 0,60	2,18 ± 0,167	0,446 ± 0,077

N_{пл} – количество пластин

$$\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1,2,i}$$

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^5 a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 a_i \sum_{i=1}^5 \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^5 \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{5} (\sum_{i=1}^5 \sin \alpha_i)^2} = 7,35$$

$$A = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 a_i - 6,7 \sum_{i=1}^5 \sin \alpha_i \right) = 0,064$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 d_i^2}{D(N-2)}} = 2,58$$

10) Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Абсолютная погрешность для измерений:

$$\Delta x = \Delta_{\text{и}x} = 0,005 \text{ м}$$

$$\Delta t = \Delta_{\text{и}t} = 0,100 \text{ с}$$

$$\Delta_a = 2\sigma_a = 0,002$$

Относительная погрешность для измерений:

$$\varepsilon_x = \frac{0,005}{0,25} \cdot 100\% \approx 2\%$$

$$\varepsilon_t = \frac{0,1}{2,145} \cdot 100\% \approx 4,66\%$$

$$\varepsilon_a = \frac{0,004}{0,116} \cdot 100\% \approx 3,45\%$$

$$\Delta g = 2\sigma_g = 5,16$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\% = 70,2\%$$

11) Графики

График 1

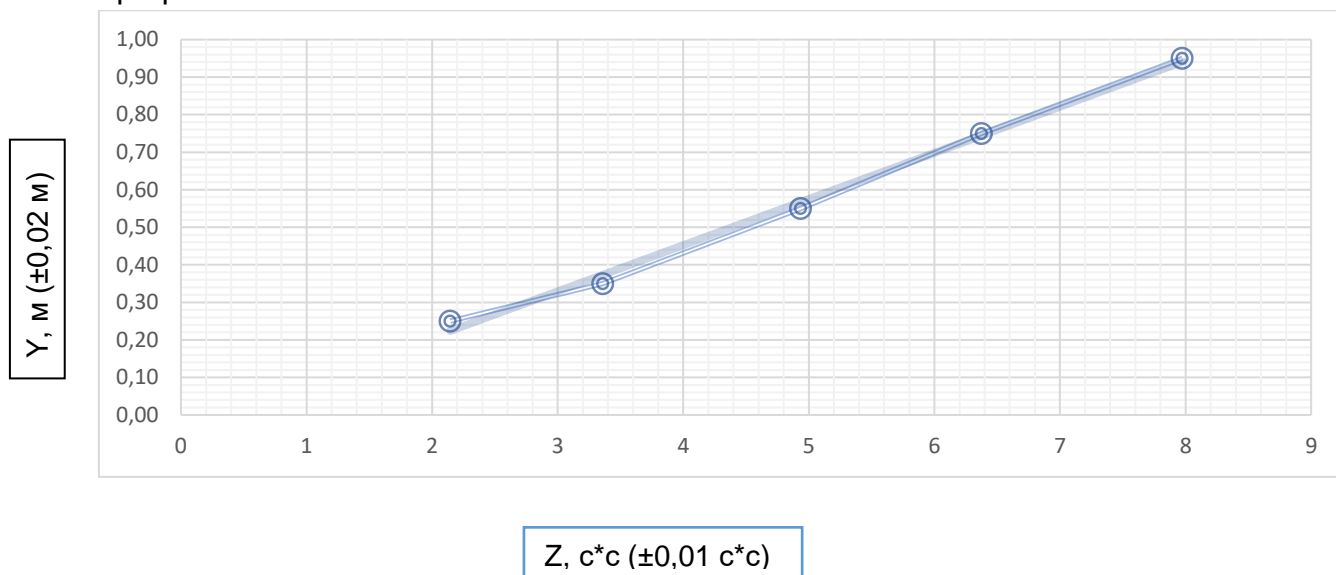
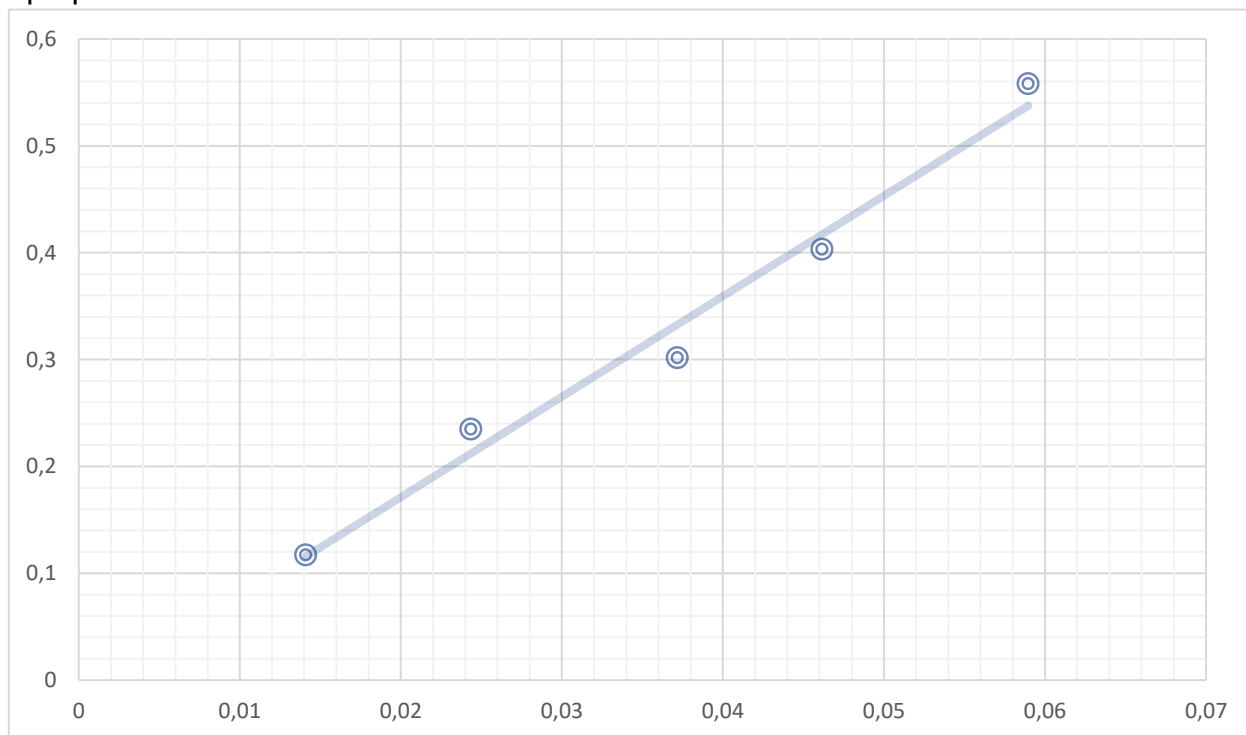


График 2



12) Окончательные результаты

Доверительный интервал для ускорения: $(0,116 - 0,04; 0,116 + 0,004) = (0,112; 0,120)$

Доверительный интервал для ускорения свободного падения: $(2,1903; 12,5097)$

13) Выводы и анализ результатов работы:

- Движение тележки можно считать равноускоренным, т.к. экспериментально полученные точки описывают зависимость $Y = a \cdot Z$ с учетом погрешности.
- Полученный таким образом результат ускорения свободного падения не

особо достоверен, т.к. табличное значение не близко к доверительному интервалу.

14) Замечания преподавателя: