Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Группа М3111 К работе допущен

Студент Акберов Р.Х. Работа выполнена

Преподаватель Прохорова У. В. Отчет принят

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №

Исследование распределения случайной величины.

1. ***Цель работы.***
   - Провести многократные измерения определенного интервала времени.
   - Построить гистограмму распределения результатов измерения.
   - Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
   - Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

2. ***Задачи, решаемые при выполнении работы.***
   Получение выборки (выборочная совокупность) для дискретной величины и исследовать закон распределения этой случайной величины.

3. ***Объект исследования.***

   Результат измерения заданного промежутка времени.

4. ***Метод экспериментального исследования.***
   С помощью стрелочного секундомера задают некоторый промежуток времени t (5сек) и многократно измеряют его достаточно точным цифровым секундомером.

5. ***Рабочие формулы и исходные данные.***
   1) «Плотность вероятности случайной величины» $\rho(t) = \lim\limits_{\substack{N\to\infty \\ \Delta t\to 0}} \frac{\Delta N}{N\Delta t} = \frac{1}{N}\frac{dN}{dt}.$

   2) Функция Гаусса: $$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t\rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$$

   3) Выборочное среднее как среднеарифметическое всех результатов измерения: $$\langle t\rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \ldots + t_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$$

   4) Выборочное среднеквадратичное отклонение: $$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(t_i - \langle t\rangle_N\right)^2}$$

5) Максимальная плотность нормального распределения: $$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

6) Соотношение для вероятности попадания результата измерения в интервал [t1, t2]: $$P\left(t_1 < t < t_2\right) = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho(t)dt \approx \frac{N_{12}}{N}$$

7) Вероятность:
$$\begin{aligned} &t \in [\langle t\rangle - \sigma, \langle t\rangle + \sigma]\,, && P_{\sigma} \approxeq 0{,}683 \\ &t \in [\langle t\rangle - 2\sigma, \langle t\rangle + 2\sigma]\,, && P_{2\sigma} \approxeq 0{,}954 \\ &t \in [\langle t\rangle - 3\sigma, \langle t\rangle + 3\sigma]\,, && P_{3\sigma} \approxeq 0{,}997 \end{aligned}$$

8) Приближенные значения вероятностей:
$$\begin{aligned} &\left[\langle t\rangle_N - \sigma_N, \langle t\rangle_N + \sigma_N\right], \\ &\left[\langle t\rangle_N - 2\sigma_N, \langle t\rangle_N + 2\sigma_N\right], \\ &\left[\langle t\rangle_N - 3\sigma_N, \langle t\rangle_N + 3\sigma_N\right], \end{aligned}$$

9) Среднеквадратичное отклонение среднего значения: $$\sigma_{\langle t\rangle} = \sqrt{\frac{1}{N\,(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(t_i - \langle t\rangle_N\right)^2}$$

10) Доверительный интервал для промежутка времени с коэффициентом Стьюдента: $$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t\rangle}$$

11) Доверительный $\alpha = P\left(t \in [\langle t\rangle - \Delta t, \langle t\rangle + \Delta t]\right)$ интервал:

6. ***Измерительные приборы.***

№ п/п	*Наименование*	*Тип прибора*	*Используемый диапазон*	*Погрешность прибора*
1	Секундомер цифровой	Секундомер	5 с.	Сотые
2	секундомер стрелочный	Секундомер	5 с.	Сотые

7. ***Схема установки*** (*перечень схем, которые составляют Приложение 1*).

В работе используются устройства или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей Герца (стрелочный секундомер) и цифровой секундомер с ценой деления не более 0.01 секунды. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

8. ***Результаты прямых измерений и их обработки*** (*таблицы. примеры расчетов*).

№	t_i, с	$t_i - \langle t \rangle_N,\ c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2,\ c^2$
1	4.90	-0.02	0.00
2	4.94	0.02	0.00
3	4.68	-0.24	0.06
4	4.87	-0.05	0.00
5	4.89	-0.03	0.00
6	4.85	-0.07	0.00
7	4.81	-0.11	0.01
8	4.84	-0.08	0.01
9	4.94	0.01	0.00
10	4.97	0.05	0.00
11	5.00	0.08	0.01
12	4.84	-0.08	0.01
13	4.87	-0.05	0.00
14	4.79	-0.13	0.02
15	4.84	-0.09	0.01
16	4.79	-0.13	0.02
17	4.88	-0.04	0.00
18	5.06	0.14	0.02
19	5.00	0.08	0.01
20	4.94	0.02	0.00
21	4.72	-0.2	0.04
22	4.65	-0.27	0.07
23	4.97	0.05	0.00
24	5.00	0.08	0.01
25	4.85	-0.07	0.00
26	5.04	0.12	0.01
27	4.96	0.04	0.00
28	5.03	0.11	0.01
29	5.06	0.14	0.02
30	4.97	0.05	0.00
31	4.76	-0.16	0.03
32	4.75	-0.17	0.03
33	5.00	0.08	0.01
34	5.03	0.11	0.01
35	5.12	0.20	0.04
36	5.00	0.08	0.01
37	5.00	0.08	0.01
38	5.00	0.08	0.01
39	5.00	0.08	0.01
40	4.94	0.02	0.00
41	4.94	0.02	0.00
42	4.90	-0.02	0.00
43	5.05	0.13	0.02
44	4.94	0.02	0.00
45	4.94	0.02	0.00
46	5.20	0.28	0.08
47	4.85	-0.07	0.00
48	4.81	-0.11	0.01
49	5.03	0.11	0.01
50	4.97	0.05	0.00
	$\langle t \rangle_N = 4.92$	$\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N) = 0.17\ c$	$\sigma_N = 0.11\ c$ $\rho_{max} = 3.63\ c^{-1}$

Расчет $\langle t \rangle_N$ по формуле 3):

$$\langle t \rangle_{50} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} t_i = \frac{246.17}{50} \approx 4.92\ c.$$

Расчет σ_N по формуле 4):

$$\sigma_{50} = \sqrt{\frac{1}{50-1}\sum_{i=1}^{50}(t_i - \langle t\rangle_{50})^2} = \sqrt{0.0204 \cdot 0.6157} \approx 0.11\ c.$$

Расчет ρ_{max} по формуле 5):

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{0.11 * \sqrt{2\pi}} \approx 3.63\ \text{c}^{-1}$$

9. ***Расчет результатов косвенных измерений*** (*таблицы, примеры расчетов*).

Границы интервалов	ΔN (количество результатов, попавших в интервал $[t;\ t+\Delta t]$.)	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}$, c^{-1} (доля результатов, попавших в указанный интервал, и характеризует вероятность попадания в него результата отдельного измерения)	t, c	ρ, c^{-1}
4.65 4.75	4	0.8	4.7	0.49
4.76 4.79	3	2	4.78	1.61
4.81 4.89	12	3	4.85	2.96
4.90 4.94	9	4.5	4.92	3.63
4.96 5.00	13	6.5	4.98	3.13
5.03 5.06	7	4.67	5.05	1.81
5.12 5.20	2	0.5	5.16	0.34

Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	*P*
	От	До			
$\langle t\rangle_N \pm \sigma_N$	4,81	5,03	37	0,74	≈0,68
$\langle t\rangle_N \pm 2\sigma_N$	4,70	5,14	47	0,94	≈0,95
$\langle t\rangle_N \pm 3\sigma_N$	4,59	5,25	50	1	≈1

Расчет среднеквадратичного отклонения среднего значения по формуле 9:

$$\sigma_{\langle t\rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t\rangle_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{2450}\sum_{i=1}^{50}(t_i - 4.92)^2} = \sqrt{0.000408 \cdot 0.6157} \approx 0.015853\ \text{c}$$

По таблице находим коэффициент Стьюдента $\alpha = 0{,}95$ (доверительная вероятность). Он равен ≈ 2.01, где N = 50, а число степеней свободы 49.

Расчет доверительного интервала для промежутка времени:

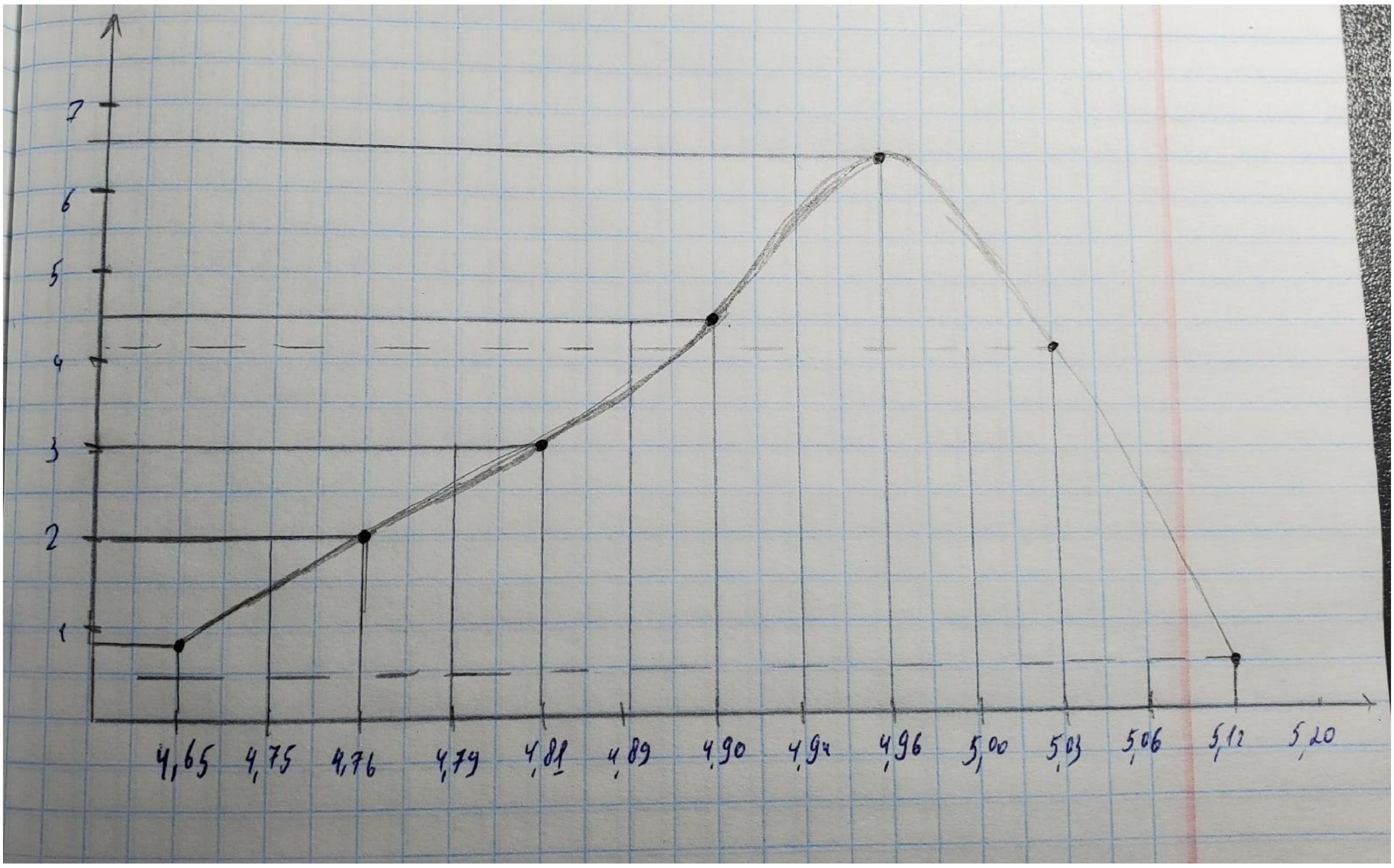
$$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 2{,}01 \cdot 0{,}015853 \ \approx 0{,}031864.$$

Расчет погрешностей измерений (*для прямых и косвенных измерений*).

Рассчитываем относительную погрешность для измерений:

$$Y = \frac{4{,}92 - 5{,}00}{4{,}92} \cdot 100\% \approx 2\%$$

10. ***Графики*** (*перечень графиков, которые составляют Приложение 2*).



11. ***Окончательные результаты.***

Разброс промежутка времени, заданный человеком при помощи секундомера, не превышает нескольких десятых секунды.

12. ***Выводы и анализ результатов работы.***

Получилось надежно выявить закономерности в распределении значений случайной величины.

13. ***Дополнительные задания.***

1. Являются ли, по вашему мнению, случайными следующие физические величины:
   – плотность алмаза при 20∘C
   – напряжение сети
   – сопротивление резистора, взятого наугад из партии с одним и тем же номинальным сопротивлением
   – число молекул в 1см3 при нормальных условиях?
   Приведите другие примеры случайных и неслучайных физических величин.
2. Изучая распределение ЭДС партии электрических батареек, студент использовал цифровой вольтметр. После нескольких измерений получились такие результаты (в вольтах): 1,50; 1,49; 1,50; 1,50; 1,49. Имеет ли смысл продолжать измерения? Что бы вы изменили в методике этого эксперимента?
3. При обработке результатов измерений емкости партии конденсаторов получено: $\langle C \rangle$ = 1,1 мкФ, σ = 0,1 мкФ. Если взять коробку со 100 конденсаторами из этой партии, то сколько среди них можно ожидать конденсаторов с емкостью меньше 1 мкФ? больше 1,3 мкФ?

14. ***Выполнение дополнительных заданий.***

1)
   1. Не случайная величина
   2. Случайная
   3. Случайная
   4. Не случайная (число Авогадро)
   5. А
      1) Бросание игральной кости – не случайна
      2) Распад радиоактивного ядра – случайна

2) Имеет смысл, чтобы сделать выборку больше. Ничего не изменять.
3) $[\langle C \rangle_{100} - \sigma_{100}, \langle C \rangle_{100} + \sigma_{100}] = [1{,}00\ ;\ 1{,}2]$ - почти все будут в диапазоне 1 мкФ $\leq$ С $\leq 1{,}2$ мкФ

15. ***Замечания преподавателя*** (*исправления, вызванные замечаниямипреподавателя. также помещают в этот пункт*).

Примечание: 1. *Пункты 1–13 Протокола-отчета обязательны для заполнения.*
2. *Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.*
3. *Для построения графиков используют только миллиметровую бумагу.*
4. *Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.*