

Quiz3

一、填空题（每题 4 分，总计 20 分）

1. 比较二重积分① $\iint_D \ln(x+y) d\sigma$ 与② $\iint_D [\ln(x+y)]^2 d\sigma$ 的大小，其中 D 是三角型闭区域，三个顶点分别为 $(1,0)$ 、 $(1,1)$ 、 $(2,0)$ 。_____。
2. 求积分 $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy$ 。_____。
3. 计算曲线积分 $I = \oint_L (x+y) ds$ ，其中 L 是以 $A(1,0,0)$ 、 $B(0,1,0)$ 、 $C(0,0,1)$ 为顶点的三角形路径_____。
4. 计算 $\int_L y dx + x dy$ ，其中 L 表示沿抛物线 $y = 2x^2$ ，从 $(0,0)$ 到 $(1,2)$ 。_____。
5. 签到题，估测此次 quiz 的平均分_____。

二、解答题（每题 10 分，总计 80 分）

1. 求 $\iint_D x \cos^2(x-y) dx dy$ ，其中 D 是以点 $(\pi,0)$ 、 $(3\pi,2\pi)$ 、 $(2\pi,3\pi)$ 、 $(0,\pi)$ 为顶点的平行四边形。
2. 求 $\iiint_V \frac{1}{x^2+y^2} dx dy dz$ ，其中 V 是由平面 $x=1$ 、 $x=2$ 、 $z=0$ 、 $y=x$ 、 $z=y$ 围成的闭区域。
3. 求 $\iiint_V (x-2y+3z)^2 dx dy dz$ ，其中 $V: x^2+y^2+z^2 \leq R^2$ 。
4. 求 $\oint_L \sqrt{x^2+y^2} ds$ ，其中 $L: x^2+y^2 = ax$ 。
5. 求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} \left(xy + zx + \frac{az}{\sqrt{a^2+4(x^2+y^2)}} \right) dS$ ，其中 Σ 为旋转抛物面 $az = x^2+y^2$ 被柱面 $x^2+y^2 = 2ay$ 所割下的部分 ($a > 0$)。
6. 求曲线积分 $\int_L \frac{(3y-x)dx + (y-3x)dy}{(x+y)^3}$ ，其中 L 是点 $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 沿曲线 $y = \frac{\pi}{2} \cos x$ 到点 $B\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 的弧段。
7. 求曲线积分 $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2+y^2}$ ，其中 $L: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ ，取逆时针方向即正向。
8. 求曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x+1) dy dz + y dz dx + x dy$ ，其中 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2 = 1$ 在第一卦限的部分，取外侧。