

ShanghaiTech University

**EE 115B: Digital Circuits**

Fall 2022

Lecture 6

Hengzhao Yang  
September 27, 2022

# 最小项的编号：

最小项	取值	对应	编号
	$A B C$	十进制数	
$A'B'C'$	0 0 0	0	$m_0$
$A'B'C$	0 0 1	1	$m_1$
$A'BC'$	0 1 0	2	$m_2$
$A'BC$	0 1 1	3	$m_3$
$AB'C'$	1 0 0	4	$m_4$
$AB'C$	1 0 1	5	$m_5$
$ABC'$	1 1 0	6	$m_6$
$ABC$	1 1 1	7	$m_7$

## 最小项的性质

- 在输入变量任一取值下，有且仅有一个最小项的值为**1**。
- 全体最小项之和为**1**。
- 任何两个最小项之积为**0**。
- 两个**相邻**的最小项之和可以**合并**，消去一对因子，只留下公共因子。

-----**相邻**：仅一个变量不同的最小项

如

$$A'BC' \text{ 与 } A'BC$$

$$A'BC' + A'BC = A'B(C' + C) = A'B$$

## 逻辑函数最小项之和的形式：

利用公式  $A + A' = 1$   
可将任何一个函数化为  $\sum m_i$

• 例：

$$\begin{aligned} Y(A, B, C) &= ABC' + BC \\ &= ABC' + BC(A + A') \\ &= ABC' + ABC + A'BC \\ &= \sum m(3, 6, 7) \end{aligned}$$

## 逻辑函数最小项之和的形式：

• 例：

$$\begin{aligned}
 Y(A,B,C,D) &= AB'C'D + BCD' + B'C \\
 &= AB'C'D + (A + A')BCD' + B'C(D + D') \\
 &= \dots\dots\dots + B'CD + B'CD' \\
 &= \dots\dots\dots + (A + A')B'CD + (A + A')B'CD'
 \end{aligned}$$

# Converting SOP expressions to truth table format

## Example:

Develop a truth table for the standard SOP expression  $\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + ABC$ .

**TABLE 4-6**

Inputs			Output	Product Term
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\overline{A}\overline{B}C$
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	$\overline{A}B\overline{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	$ABC$

# Converting POS expressions to truth table format

## Example:

Determine the truth table for the following standard POS expression:

$$(A + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

**TABLE 4-7**

Inputs			Output	
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>	Sum Term
0	0	0	0	$(A + B + C)$
0	0	1	1	
0	1	0	0	$(A + \overline{B} + C)$
0	1	1	0	$(A + \overline{B} + \overline{C})$
1	0	0	1	
1	0	1	0	$(\overline{A} + B + \overline{C})$
1	1	0	0	$(\overline{A} + \overline{B} + C)$
1	1	1	1	

# Determining standard expressions from a truth table

## Example:

From the truth table in Table 4–8, determine the standard SOP expression and the equivalent standard POS expression.

**TABLE 4–8**

Inputs			Output
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



TABLE 4-8

Inputs			Output
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

**Solution:**

**(1) Standard SOP (*X*=1):**

$$011 \longrightarrow \bar{A}BC$$

$$100 \longrightarrow A\bar{B}\bar{C}$$

$$110 \longrightarrow AB\bar{C}$$

$$111 \longrightarrow ABC$$

$$X = \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$$

**(2) Standard POS (*X*=0):**

$$000 \longrightarrow A + B + C$$

$$001 \longrightarrow A + B + \bar{C}$$

$$010 \longrightarrow A + \bar{B} + C$$

$$101 \longrightarrow \bar{A} + B + \bar{C}$$

$$X = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})$$

最大项:

对于  $n$  变量函数  
 $2^n$  个

- $M$  是相加项;
- 包含  $n$  个因子。
- $n$  个变量均以原变量和反变量的形式在  $M$  中出现一次。
- 如: 两变量  $A, B$  的最大项

$$A' + B', A' + B, A + B', A + B \quad (2^2 = 4 \text{ 个})$$

# 最大项的编号:

最大项	取值	对应	编号
	$A \ B \ C$	十进制数	
$A' + B' + C'$	1 1 1	7	$M_7$
$A' + B' + C$	1 1 0	6	$M_6$
$A' + B + C'$	1 0 1	5	$M_5$
$A' + B + C$	1 0 0	4	$M_4$
$A + B' + C'$	0 1 1	3	$M_3$
$A + B' + C$	0 1 0	2	$M_2$
$A + B + C'$	0 0 1	1	$M_1$
$A + B + C$	0 0 0	0	$M_0$

# 最大项的性质

- 在输入变量任一取值下，有且仅有一个最大项的值为0；
- 全体最大项之积为0；
- 任何两个最大项之和为1；
- 只有一个变量不同的最大项的乘积等于各相同变量之和。

$$Y = \sum m_i$$



$$Y' = \sum_{k \neq i} m_k$$



$$Y = \left( \sum_{k \neq i} m_k \right)'$$



$$Y = \prod_{i \neq k} m_k' = \prod_{i \neq k} M_k$$