June 7th, 2022

EE130 Final Review
Part I

Feng Han Lin

PhD Assistant Professor

School of Information Science and Technology

上海科技大学
ShanghaiTech University

I. 问题的定义域与定义方式：场区划分与边界条件

- 在什么系统（坐标系）
  - 三个坐标系相互转换（矩阵）
- 有什么东西（本构参数）　μ，ε，σ, η，α, β, n
  - 不同场区的媒质是什么？用什么物理量表示？边界在哪？
- 有什么变化（边界条件）
  - PEC, dielectric, PMC

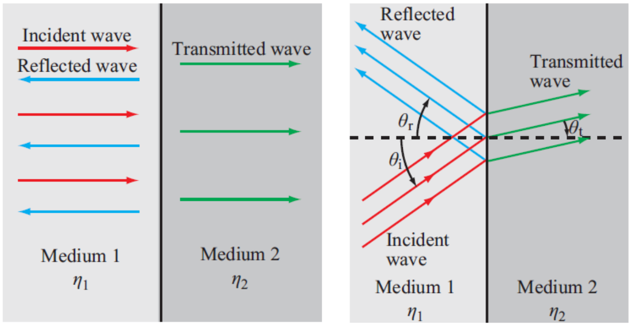
	E	H	B	D
切向				
法向				

- 看什么场量（叠加原理）：分清楚“总场”与“分解场”
  - 按频率：不同频率叠加 → $\vec{E} = \hat{x} E_1 e^{-jk_1 r} + \hat{x} E_1 e^{-jk_2 r}$
  - 按传播方向：入射、反射、透射 → $\vec{E} = \hat{x}\, E_0\, e^{-jkx} + \hat{x}\, E_0'\, e^{+jkx} = \hat{x}\, E_0\, e^{-jkx} + \hat{x}\, \Gamma E_0\, e^{+jkx}$
  - 按极化（分解后两两垂直）
    - *E*x, *E*y, *E*z
    - Parallel wave, Perpendicular wave
    - TE wave，TM wave
    - LP → CP，CP → LP （圆极化三条件）

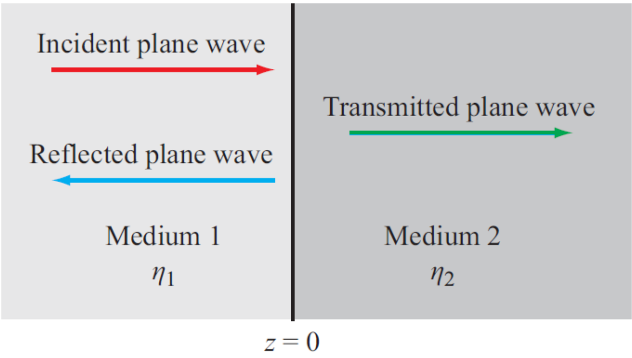
时域该如何表达？

$$\begin{cases} \text{LP: } \vec{E} = \hat{x} E_x e^{-jkz} + \hat{y} E_y e^{-jkz} \\ \text{CP: } \vec{E} = \hat{x} E_1 e^{-jkz} - \hat{y} E_1 e^{-jkz+j\varphi} \end{cases}$$

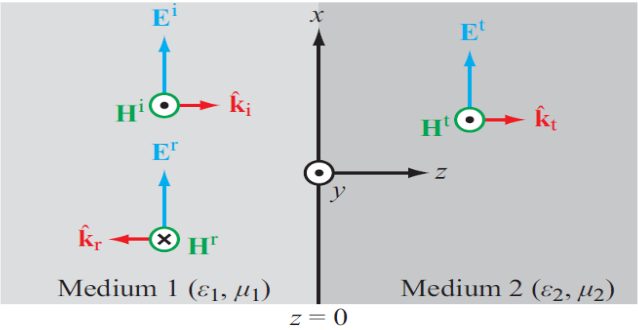
幅度、极化、相位



(a) Normal incidence　(b) Ray representation of oblique incidence



(b) Boundary between different media



(a) Boundary between dielectric media

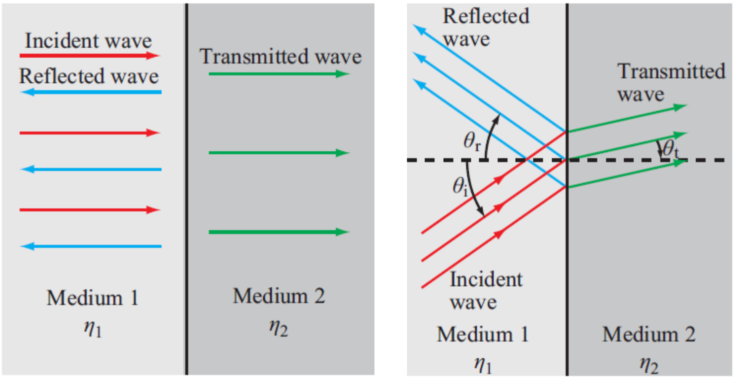
□ 关于边界条件的进一步理解：(OPTIONAL)

- 总场可以表达为场分解的叠加；
- 总场一定满足边界条件；
- 不是每种场分解的方式都可以使分解场满足边界条件；
- 当每个分解场满足边界条件时，总场一定满足边界条件；

At the boundary z = 0:

$$\widetilde{\mathbf{E}}_1(0) = \widetilde{\mathbf{E}}_2(0) \quad \text{or} \quad E_0^{\mathrm{i}} + E_0^{\mathrm{r}} = E_0^{\mathrm{t}},$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}_1(0) = \widetilde{\mathbf{H}}_2(0) \quad \text{or} \quad \frac{E_0^{\mathrm{i}}}{\eta_1} - \frac{E_0^{\mathrm{r}}}{\eta_1} = \frac{E_0^{\mathrm{t}}}{\eta_2}.$$



(a) Normal incidence　(b) Ray representation of oblique incidence

2. 场的表达方式

- 每一个分量的电场与磁场相互之间的关系都满足Maxwell方程组

		□ 传输线中的电压与电流
□ 幅度:	（ $\lvert\vec{E}\rvert/\lvert\vec{H}\rvert = \eta_0$ ）	$\eta_0 \rightarrow Z_0$
□ 极化:	（ 正交，右手螺旋定则 $\hat{\mathbf{e}} \times \hat{\boldsymbol{h}} = \hat{\boldsymbol{k}}$ ）	不考虑极化
□ 频率:	（ 相同 ）	相同
□ 相位:	行波（ 0 ）度，驻波（ 90 ）度	相同
□ 传播方向:	（ 相同 ）	相同

Incident Wave

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{i}}(z) = \hat{\mathbf{x}} E_0^{\mathrm{i}} e^{-jk_1 z},$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{i}}(z) = \hat{\mathbf{z}} \times \frac{\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{i}}(z)}{\eta_1} = \hat{\mathbf{y}} \frac{E_0^{\mathrm{i}}}{\eta_1} e^{-jk_1 z}.$$

Reflected Wave

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{r}}(z) = \hat{\mathbf{x}} E_0^{\mathrm{r}} e^{jk_1 z},$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{r}}(z) = (-\hat{\mathbf{z}}) \times \frac{\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{r}}(z)}{\eta_1} = -\hat{\mathbf{y}} \frac{E_0^{\mathrm{r}}}{\eta_1} e^{jk_1 z}.$$

Transmitted Wave

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{t}}(z) = \hat{\mathbf{x}} E_0^{\mathrm{t}} e^{-jk_2 z},$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{t}}(z) = \hat{\mathbf{z}} \times \frac{\widetilde{\mathbf{E}}^{\mathrm{t}}(z)}{\eta_2} = \hat{\mathbf{y}} \frac{E_0^{\mathrm{t}}}{\eta_2} e^{-jk_2 z}.$$

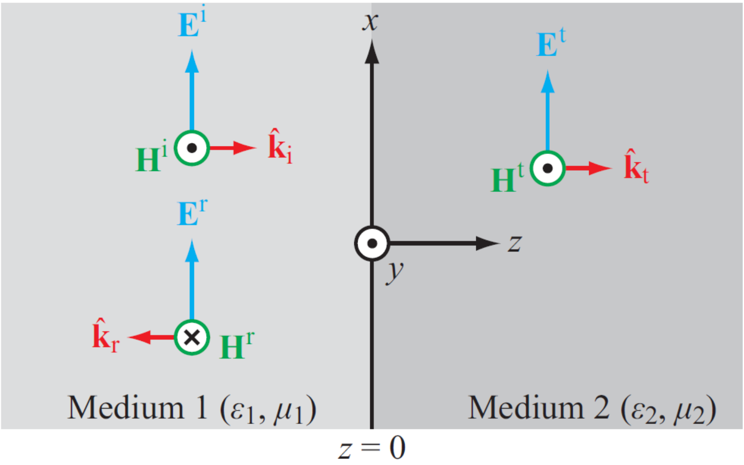
3. 不同区域场量的关系

垂直入射

$$E_0^{\mathrm{r}} = \left(\frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}\right) E_0^{\mathrm{i}} = \Gamma E_0^{\mathrm{i}},$$

$$E_0^{\mathrm{t}} = \left(\frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}\right) E_0^{\mathrm{i}} = \tau E_0^{\mathrm{i}},$$

- 反射系数Γ　　反射幅度比入射幅度
- 透射系数T　　透射幅度比入射幅度
- 相互关系　　（1） 幅度（2）功率密度



垂直入射

Table 8-2: Expressions for Γ, τ, R, and T for wave incidence from a medium with intrinsic impedance η_1 onto a medium with intrinsic impedance η_2. Angles θ_{i} and θ_{t} are the angles of incidence and transmission, respectively.

Property	Normal Incidence $\theta_{\mathrm{i}} = \theta_{\mathrm{t}} = 0$	Perpendicular Polarization	Parallel Polarization
Reflection coefficient	$\Gamma = \dfrac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$	$\Gamma_\perp = \dfrac{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}} - \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{t}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}} + \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{t}}}$	$\Gamma_\parallel = \dfrac{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{t}} - \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{i}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{t}} + \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{i}}}$
Transmission coefficient	$\tau = \dfrac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$	$\tau_\perp = \dfrac{2\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}} + \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{t}}}$	$\tau_\parallel = \dfrac{2\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{t}} + \eta_1 \cos\theta_{\mathrm{i}}}$
Relation of Γ to τ	$\tau = 1 + \Gamma$	$\tau_\perp = 1 + \Gamma_\perp$	$\tau_\parallel = (1 + \Gamma_\parallel)\dfrac{\cos\theta_{\mathrm{i}}}{\cos\theta_{\mathrm{t}}}$
Reflectivity	$R = \lvert\Gamma\rvert^2$	$R_\perp = \lvert\Gamma_\perp\rvert^2$	$R_\parallel = \lvert\Gamma_\parallel\rvert^2$
Transmissivity	$T = \lvert\tau\rvert^2 \left(\dfrac{\eta_1}{\eta_2}\right)$	$T_\perp = \lvert\tau_\perp\rvert^2 \dfrac{\eta_1 \cos\theta_{\mathrm{t}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}}}$	$T_\parallel = \lvert\tau_\parallel\rvert^2 \dfrac{\eta_1 \cos\theta_{\mathrm{t}}}{\eta_2 \cos\theta_{\mathrm{i}}}$
Relation of R to T	$T = 1 - R$	$T_\perp = 1 - R_\perp$	$T_\parallel = 1 - R_\parallel$

Notes: (1) $\sin\theta_{\mathrm{t}} = \sqrt{\mu_1\varepsilon_1/\mu_2\varepsilon_2}\,\sin\theta_{\mathrm{i}}$; (2) $\eta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$; (3) $\eta_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}$; (4) for nonmagnetic media, $\eta_2/\eta_1 = n_1/n_2$.

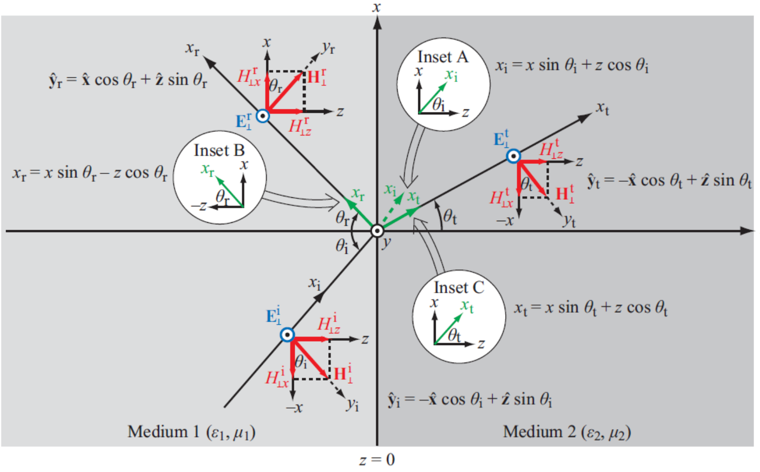


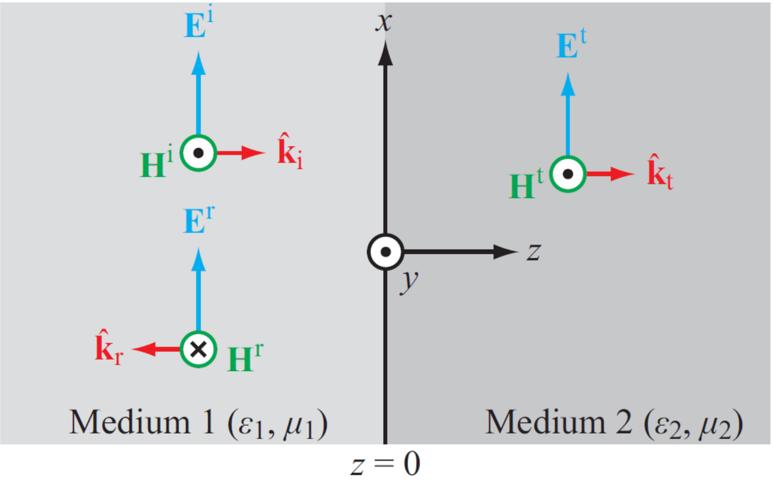
Figure 8-15: Perpendicularly polarized plane wave incident at an angle θ_{i} upon a planar boundary.

斜入射

3. 不同区域场量的关系 $\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}$

- 反射与透射系数都是与入射幅度进行比较，除入射角度和极化以外，二者仅与两种媒质的本征阻抗（intrinsic impedance η）有关，也就是说仅与分界面两侧的材料属性相关

- **辨析**：传输线中的反射系数为（ $\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$ ），按类比关系，传输线阻抗也应该仅与材料相关的，但Z_L是负载阻抗，是变化的，是可以为任意取值的，说明传输线中的反射系数并不仅与材料相关，该如何解释？？



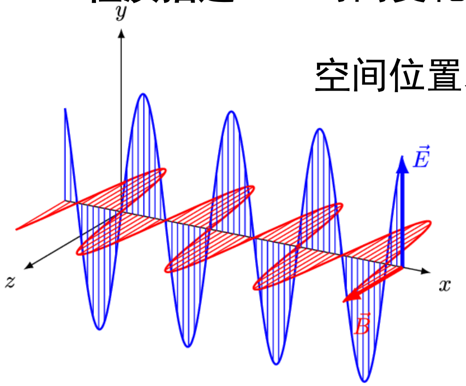
- 为什么两侧的电场都朝上？

可以将相位的变化纳入到幅度的变化中，便于处理

答：以上矛盾忽略了媒质1和媒质2都是无限大（unbounded）。作为在传输线中的类比，当传输线也无限长时，由于Z_L的定义是总电压比总电流，此时的总电压与总电流就是输入电压与输入电流（电磁波没有机会反射回来），而输入电压比输入电流就是Z_{02}，所以Z_L 就是 Z_{02}，上式可改写为 $\frac{Z_{02}-Z_{01}}{Z_{02}+Z_{01}}$

4. 驻波

- **性质描述** 时间变化时，电压（电常）或电流（磁场）的波腹点（最大值）与波节点（最小值）不随空间位置发生变化，而是出现在固定位置。行波解为指数函数，驻波解为正弦和余弦函数



$$\widetilde{\mathbf{E}}_1(z) = \hat{\mathbf{x}} E_0^{\mathrm{i}} (e^{-jk_1 z} - e^{jk_1 z}) = -\hat{\mathbf{x}} j 2 E_0^{\mathrm{i}} \sin k_1 z,$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}_1(z) = \hat{\mathbf{y}} \frac{E_0^{\mathrm{i}}}{\eta_1} (e^{-jk_1 z} + e^{jk_1 z}) = \hat{\mathbf{y}} 2 \frac{E_0^{\mathrm{i}}}{\eta_1} \cos k_1 z.$$

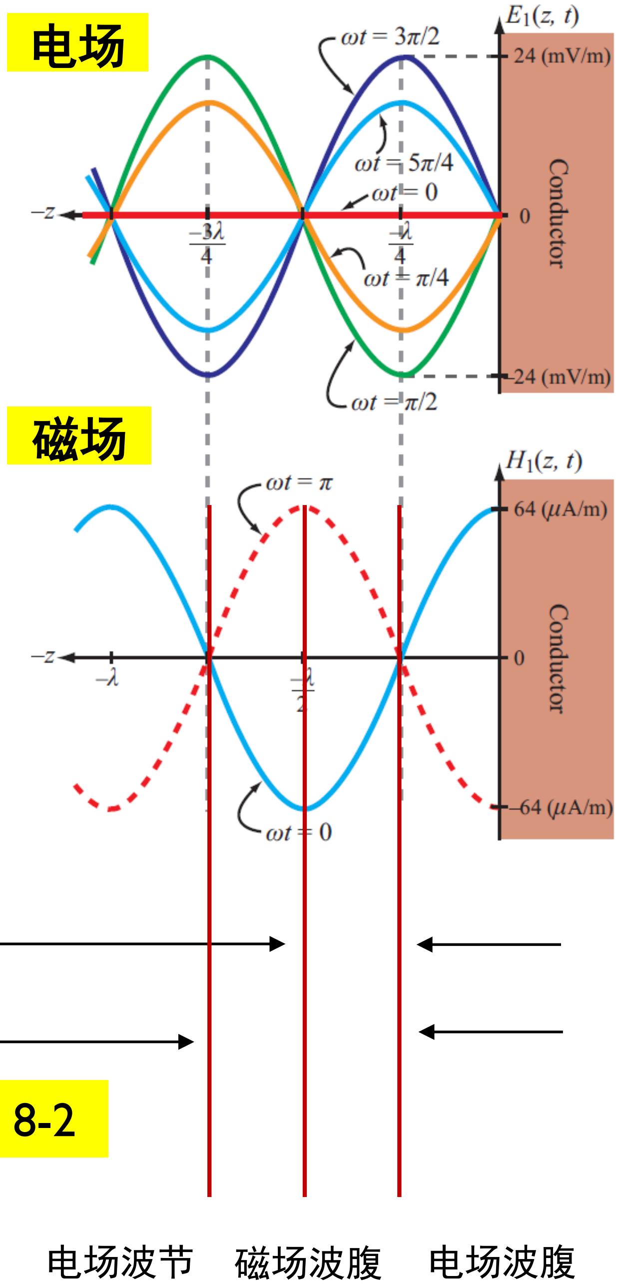
- **形成机理** 入射场（波）与反射场（波）的叠加，导致指数函数按欧拉公式展开后的实部或虚部被抵消
- 电场（电压）与磁场（电流）之间的关系：

（1）行波：二者波腹点（或波节点）的位置相同；

（2）驻波：二者波腹点（或波节点）的位置相差四分之一波长（＋半波长整数倍），相位相差π/2±nπ

- 只考虑电场（电压），其波腹点与波节点与之间的关系：二分之一波长，相位相差π
- 功率流密度：行波 → 实功率密度　　驻波 → 虚功率密度
- 定量描述　　驻波比VSWR

$$\mathrm{SWR} = \frac{|\vec{E}_1|_{\max}}{|\vec{E}_1|_{\min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \in [1, \infty)$$



Example 8-2

5. 斯涅尔定律

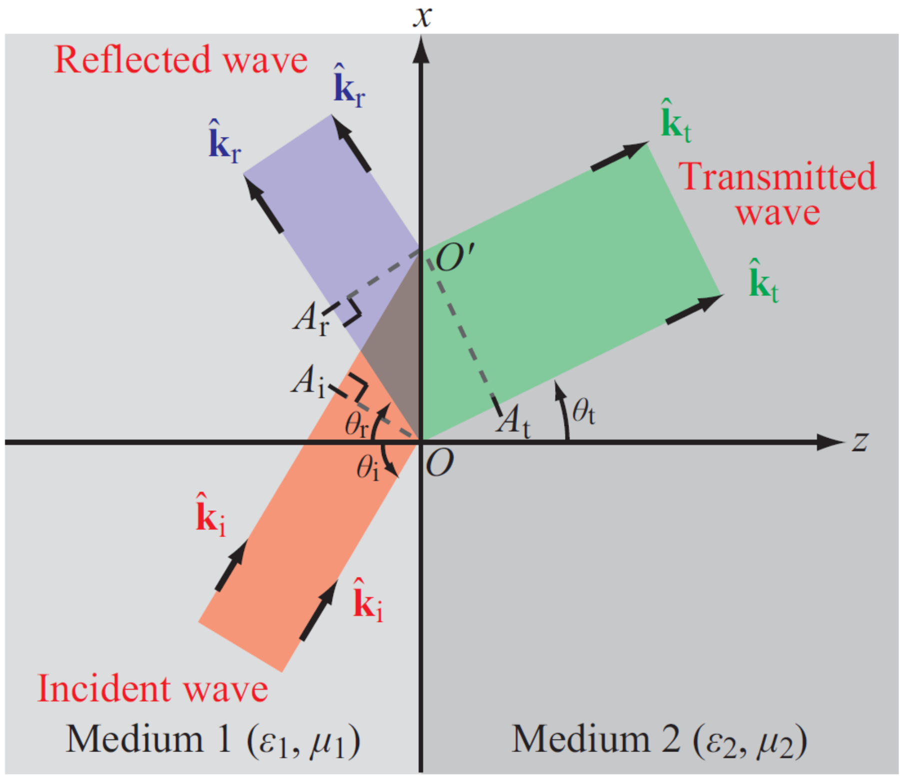
□ 公式

$$\theta_i = \theta_r \quad \text{(Snell's law of reflection)}, \qquad (8.28a)$$

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{u_{p2}}{u_{p1}} = \sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}} \quad \text{(Snell's law of refraction)}. \qquad (8.28b)$$

□ 折射率

$$n = \frac{c}{u_p} = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{\mu_0\varepsilon_0}} = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}\,. \qquad (8.29)$$

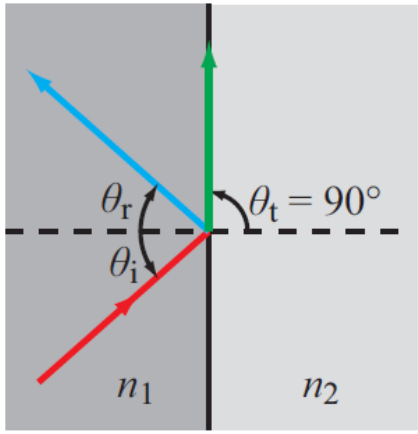


5. 斯涅尔定律

- **临界角：光入疏**，折射角为90°的入射角

  大于该入射角则全反射, Γ = −1

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_t\Big|_{\theta_t=\pi/2} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{r_2}}{\varepsilon_{r_1}}} \qquad (\text{for } \mu_1 = \mu_2).$$



(c) $n_1 > n_2$ and $\theta_i = \theta_c$

- **布鲁斯特角：光入？**，反射系数为零的入射角

  等于该入射角时则零反射，Γ = 0

  - 两种情况的布鲁斯特角：

    a) Perpendicular Polarization

       a) 对非磁性材料不存在布鲁斯特角

       b) 磁性材料存在

    b) Parallel Polarization

$$\Gamma_\parallel = \frac{E^r_{\parallel 0}}{E^i_{\parallel 0}} = \frac{\eta_2\cos\theta_t - \eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i}$$

$$\theta_{B\parallel} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{1+(\varepsilon_1/\varepsilon_2)}} = \tan^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \qquad (\text{for } \mu_1 = \mu_2).$$

以下表示谁是TE谁是TM？看纵向还是看横向

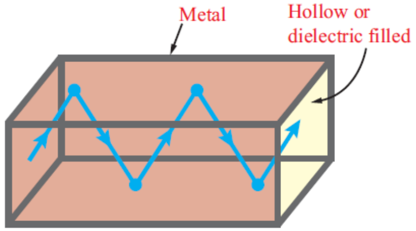
$$H_x(x,y) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} \qquad H_x(x,y) = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$H_y(x,y) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} \qquad H_y(x,y) = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$E_x(x,y) = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} \qquad E_x(x,y) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$E_y(x,y) = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} \qquad E_y(x,y) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}$$

6. 波导



- TE wave, TM wave, TEM wave 的概念
- 矩形波导与TEM传输线的联系和区别
- 矩形波导模式场图的绘制
- 求解波导中场的基本方法与步骤

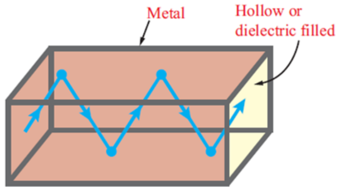
1. TE/TM 场分解（假设 $E_z = 0$ 或 $H_z = 0$，只有一个纵向分量，简化分析）
2. 用纵向分量表示横向分量
3. 分离变量法　　比如对TE有 $H_z(x,y,z) = h_z(x,y)e^{-j\beta z} \neq 0$ ， 其中 $h_z(x,y) = X(x)Y(y)$
4. 匹配横向的边界条件，确定待定系数

- 波阻抗、截止频率、色散关系、传播常数

$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$　　材料决定波数

$k_c^2 = k^2 - \beta^2$　　β 正实数决定传播

6. 波导



TE Mode Solution

$$H_z(x,y,z) = h_z(x,y)e^{-j\beta z} = X(x)Y(y)e^{-j\beta z} \neq 0$$

$$\frac{1}{x}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{y}\frac{d^2Y}{dy^2} + k_c^2 = 0$$

$$H_x(x,y,z) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$$H_y(x,y,z) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$E_x(x,y,z) = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

TM Mode Solution

$$E_z(x,y,z) = e_z(x,y)e^{-j\beta z} = X(x)Y(y)e^{-j\beta z} \neq 0$$

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + k_c^2 = 0$$

$$H_x(x,y,z) = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$H_y(x,y,z) = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$E_x(x,y,z) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$E_y(x,y,z) = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	➢ 材料决定波数(波数有多少)
$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$	➢ 色散关系 (横向有多少)
$k_x^2 = (m\pi/a)^2$	➢ x方向波数（宽边有多少）
$k_y^2 = (n\pi/b)^2$	➢ y方向波数（窄边有多少）
$\beta^2 = k^2 - k_c^2$	➢ β正实才传播（纵向剩多少）
若 $k_c^2 > 0 \quad (\beta = 虚)$	➢ 截至传播（衰减不可导）
若 $k_c^2 = k^2 \quad (\beta = 0)$	➢ 恰好截止/开始传播（全在横向跑）
若 $k_c^2 < k^2 \quad (\beta > 0)$	➢ 传播模式（弹跳亦可导）
若 $k_c^2 = 0 \quad (\beta = k)$	➢ TEM波（横向都没了，纵向领风骚）

填充介质固然好，损耗、频率要看好

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta}$$

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\mu} = \frac{\beta\eta}{k}$$

6. 波导

TE_{mn} **Mode Fields** (m for a, n for b)	TM_{mn} **Mode Fields** (m for a, n for b)
$H_z(x,y,z)=H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$E_z(x,y,z)=H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$H_x(x,y,z)=\frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$H_x(x,y,z)=\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$H_y(x,y,z)=\frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$H_y(x,y,z)=\frac{-j\omega\epsilon}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$E_x(x,y,z)=\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$E_x(x,y,z)=\frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$E_y(x,y,z)=\frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$E_y(x,y,z)=\frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$

6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 正数, n =0	第一步：画出坐标轴，弄清坐标系

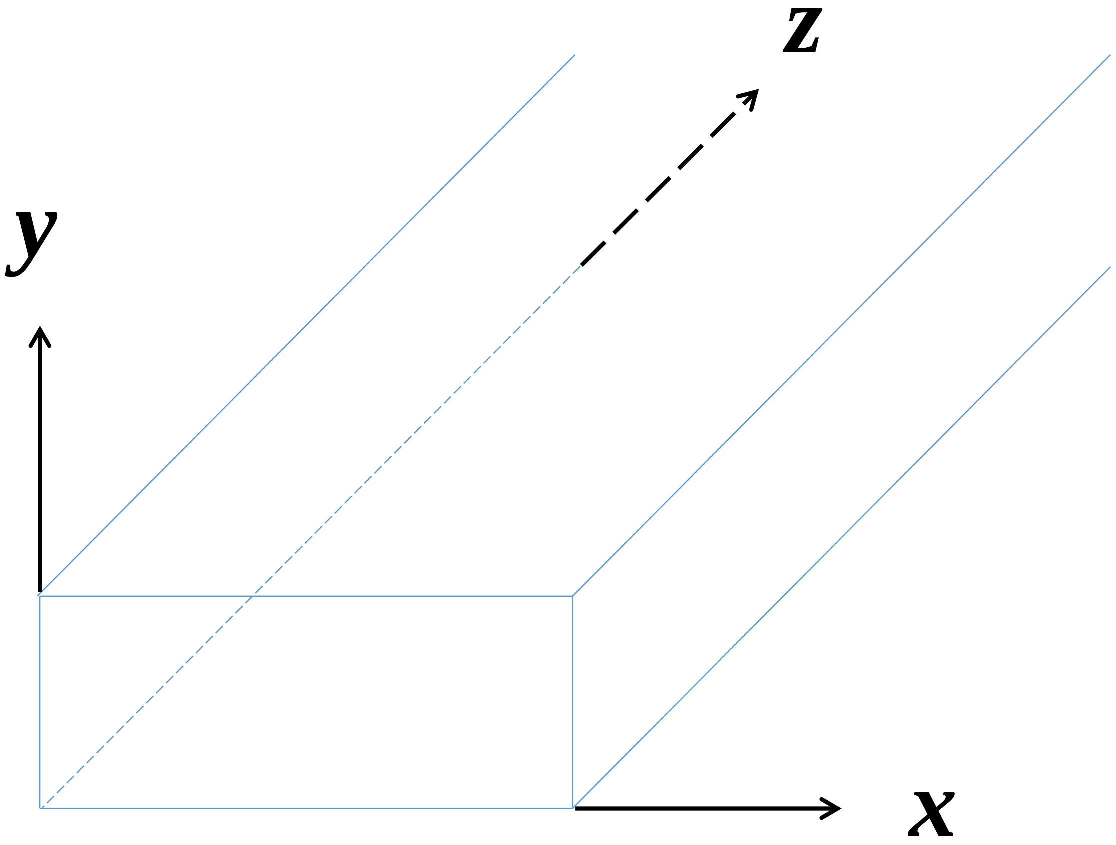
$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$\cancel{H_y(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}}$$

$$\cancel{E_x(x,y,z) = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$



6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 正数, n =0	第二步：从简到繁，逐个击破

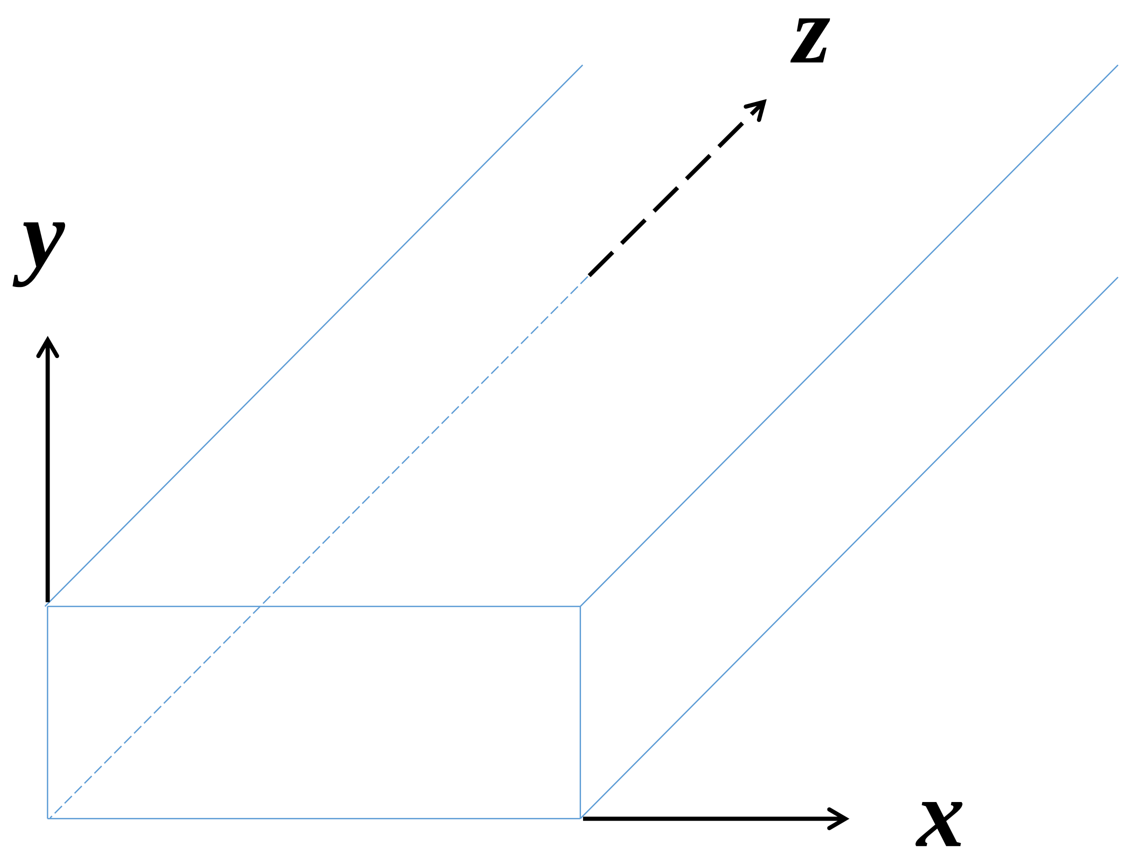
$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$ Z向磁场

$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$ X向磁场

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$ Y向电场

策略：

- 先画y方向的电场
- Z和x方向按平面场来处理



6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 正数, n =0	第三步：确定函数形式

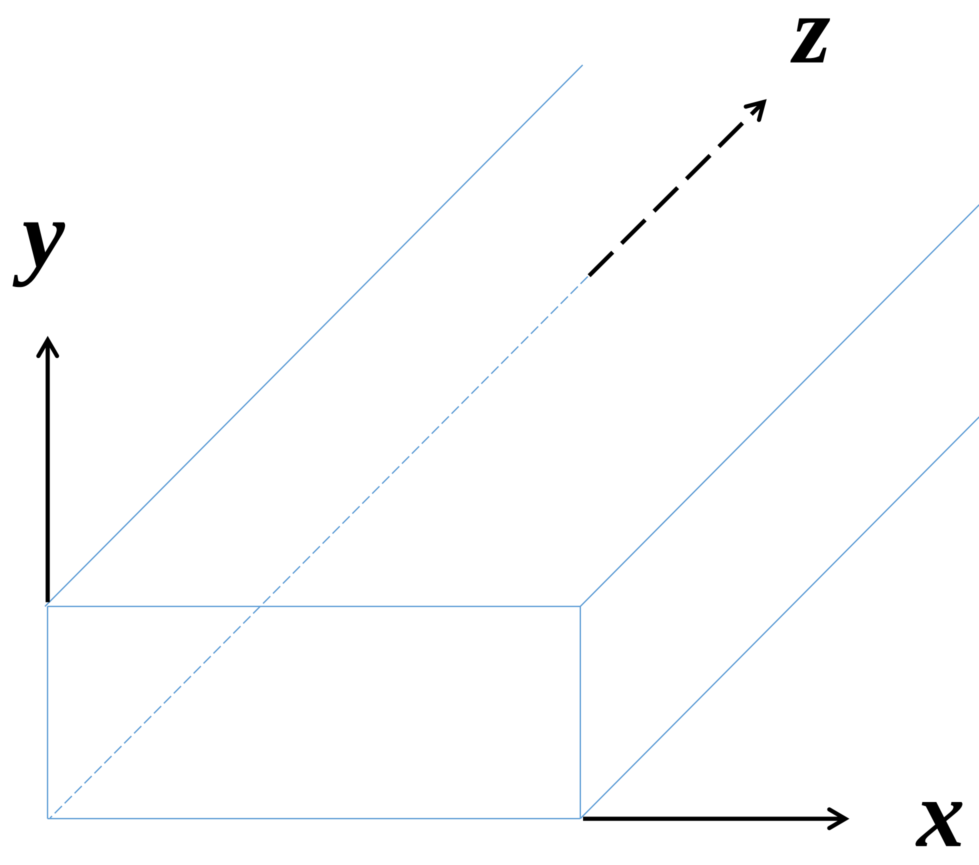
$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$ Y向电场

观察：

- 常数项振幅不管
- 指数项：纵向的行波 （一旦给定$z=z_0$, 也变常数）
- 正弦项：横向的驻波（只是一个sin函数而已）



6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 正数, n =0	第四步：确定波数（半波的数量）

$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

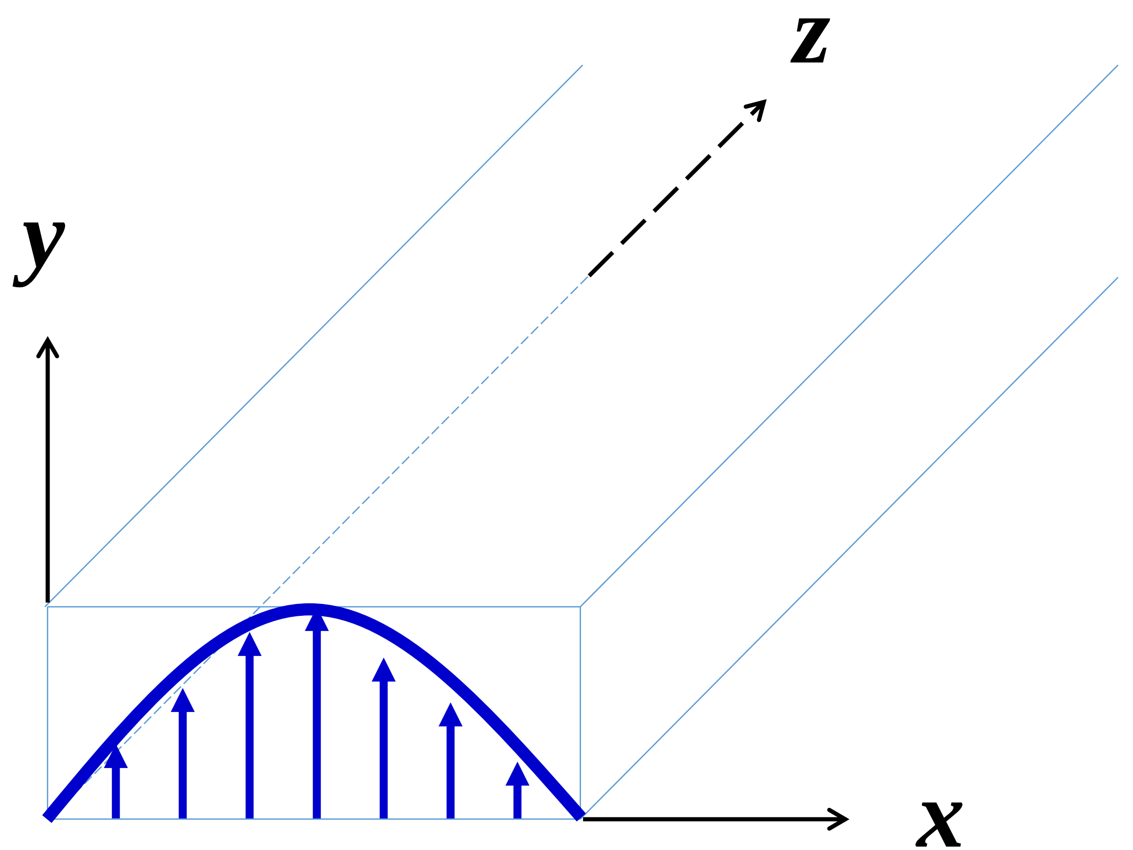
$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

Y向电场

观察：

- $m = 0$，整个表达式都为零（只剩下Hz）
- $m = 1$，选z = constant的平面，绘制$\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$
- 有1个半波
- 一个波腹取$\frac{\pi x}{a} = \left(\frac{1}{a}x\right)\pi = \frac{1}{2}\pi \rightarrow x = \frac{a}{2}$，两个零点
- 电场不改变方向，正负y方向选一个都可以



6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 1, n =0	第五步：考虑z方向的传播

$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

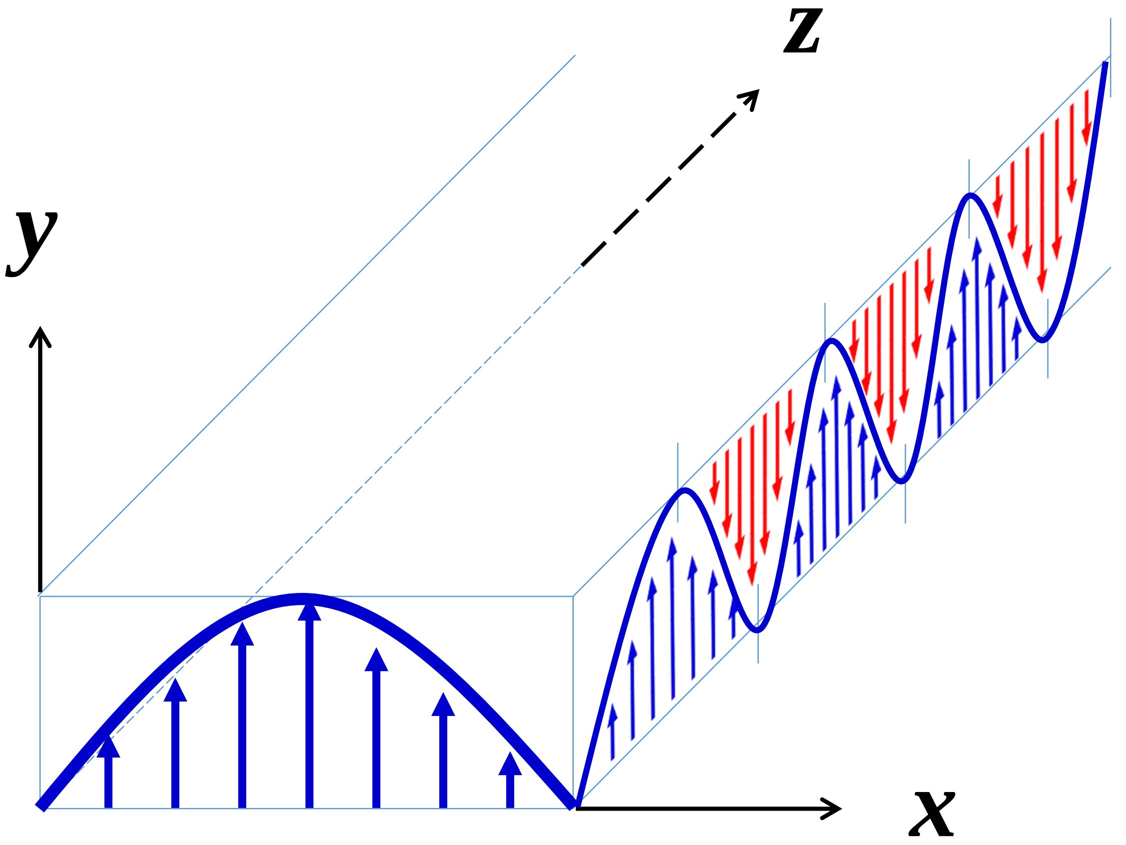
$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

Y向电场

观察：

- z方向是行波
- 电场每半个波长改变一次方向
- 确定幅度分布
- 用箭头表示场的反向



6. 波导 – 模式场的绘制，TE为例

假设TE_{m0}中 m = 1, n =0	第六步：考虑磁场

$$H_z(x,y,z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

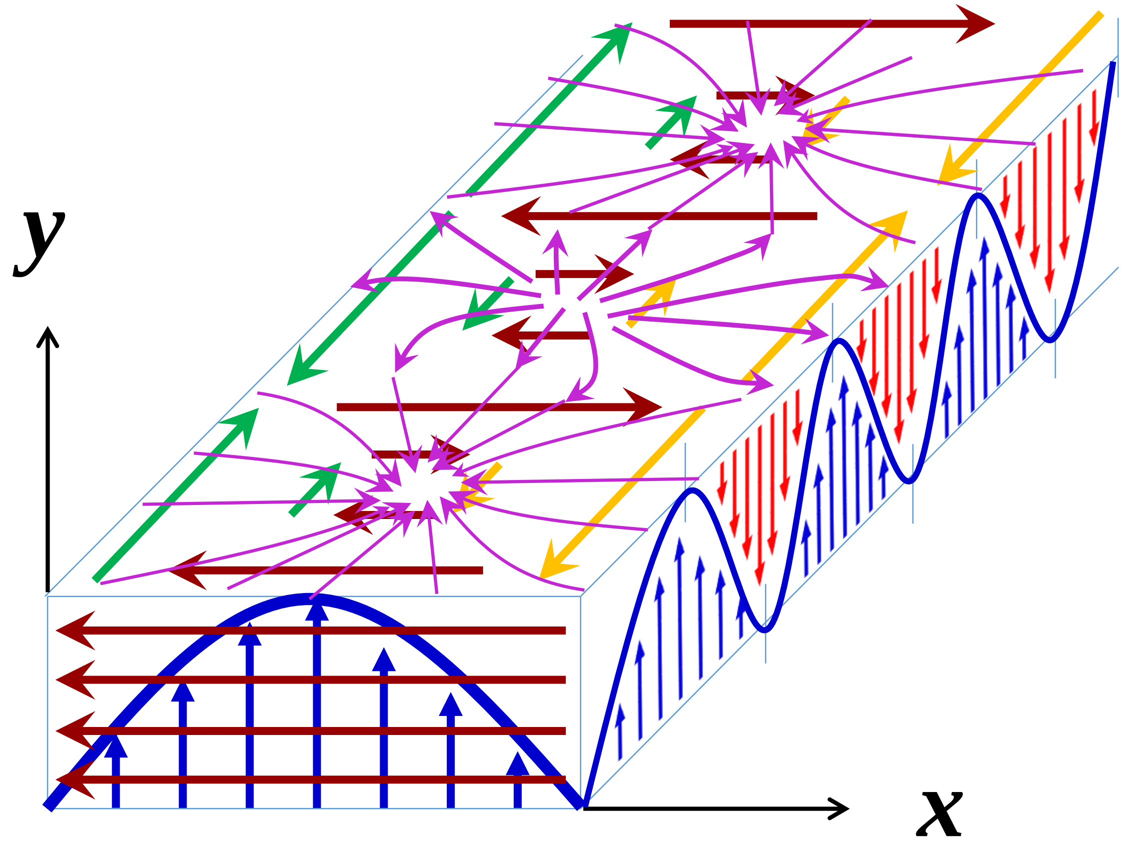
$$H_x(x,y,z) = \frac{j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z}$$

观察：

- 要体现H_z和H_x的方向，最好在zox面上
- 由于H_z和H_x都不随y变化（每个y都一样，不妨画顶面）
- x = 0 时，没有H_x，只有H_z，从最大值画起
- H_z 沿x方向有m个半波，矢量改变m次指向
- H_x 类似，但在x方向不改变指向
- 最终， H_z 与H_x 组合成圈。
- m表示在x方向上，每经过a的长度，磁场的圈数

表面电流的方向如何确定？ 右手螺旋定则



电场和磁场的关系如何确定？ 右手螺旋定则

6. 波导

Table 8-3: Wave properties for TE and TM modes in a rectangular waveguide with dimensions $a \times b$, filled with a dielectric material with constitutive parameters ε and μ. The TEM case, shown for reference, pertains to plane-wave propagation in an unbounded medium.

Rectangular Waveguides		Plane Wave
TE Modes	TM Modes	TEM Mode
$\widetilde{E}_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{E}_x = E_{x0} e^{-j\beta z}$
$\widetilde{E}_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{E}_y = E_{y0} e^{-j\beta z}$
$\widetilde{E}_z = 0$	$\widetilde{E}_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{E}_z = 0$
$\widetilde{H}_x = -\widetilde{E}_y / Z_{\mathrm{TE}}$	$\widetilde{H}_x = -\widetilde{E}_y / Z_{\mathrm{TM}}$	$\widetilde{H}_x = -\widetilde{E}_y / \eta$
$\widetilde{H}_y = \widetilde{E}_x / Z_{\mathrm{TE}}$	$\widetilde{H}_y = \widetilde{E}_x / Z_{\mathrm{TM}}$	$\widetilde{H}_y = \widetilde{E}_x / \eta$
$\widetilde{H}_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$	$\widetilde{H}_z = 0$	$\widetilde{H}_z = 0$
$Z_{\mathrm{TE}} = \eta / \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$	$Z_{\mathrm{TM}} = \eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$	$\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$
Properties Common to TE and TM Modes		
$f_c = \frac{u_{p0}}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$		$f_c =$ not applicable
$\beta = k\sqrt{1 - (f_c/f)^2}$		$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$
$u_p = \frac{\omega}{\beta} = u_{p0} / \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$		$u_{p0} = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$

- ❑ 本征、特征：我自风情万种（线性代数特征向量）
- ❑ 其他：前瞻后顾，左顾右盼

7. 各种阻抗的辨析

电波传播与散射

- 基于场（五个特征 幅、频、相、向、极）

- η_0 本征阻抗 intrinsic impedance

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{|E_{\text{in}}|}{|H_{\text{in}}|}$$ (与反射、透射无关)

- η 波阻抗 wave impedance
  - ➢ 定义在一个自定义的参考面，与反射、透射有关

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta}$$

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\mu} = \frac{\beta\eta}{k}$$

$$\frac{\text{切向总电场}}{\text{切向总磁场}}$$

传输线电压与电流

- 基于路（四个特征 幅、频、相、向）

- Z_0 特性阻抗 characteristic impedance

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{|V^+|}{|I^+|}$$ (与反射、透射无关)

- Z_{in} 输入阻抗 input impedance
  - ➢ 定义在一个自定义的参考点，与反射、透射有关

$$Z_{\text{in}} = \frac{V_{\text{total}}}{I_{\text{total}}} \quad \frac{\text{总电压}}{\text{总电流}}$$

为什么不考虑切向？为什么极化不见了？因为约定好是TEM模式，没有讨论的必要，注意非TEM无电压电流定义

- Z_{L} 负载阻抗 load impedance
  - ➢ 本质上是参考点恰好在负载处的输入阻抗（总电压/总电流）

7. 各种阻抗的辨析

无论电波传播还是传输线，总共就两个阻抗：

- 一个仅与材料和传播模式相关，<u>场丢进去就不管了</u>：通常称为本征的、特征的、特性的

  η_0 本征阻抗 intrinsic impedance　　Z_0 特性阻抗 characteristic impedance

- 一个是与观察和测度方式相关，<u>要考虑反射、透射</u>：通常称为输入的、视在的、负载的

  η 波阻抗 wave impedance　　Z_{in} 输入阻抗 input impedance　　Z_L 负载阻抗 load impedance

- 二者在无反射（匹配、无线大/长、完全吸收）时，概念和数值均统一

举例：

- 一个电感的阻抗：　$Z_{in} = Z_L$
- 一个电感串联传输线后的等效阻抗：$Z_{in} = Z_L$
- 上面这段传输线的阻抗：　Z_0
- 史密斯圆图上的阻抗：　$Z_{in}=Z_L$
- 单枝节匹配中短路负载的阻抗：　$Z_{in} = Z_L$
- 加载了短路负载的单枝节的等效阻抗：　$Z_{in} = Z_L$
- 四分之一波长变换器的阻抗：　Z_0
- 一个无限大的介质或无限长传输线　$\eta = \eta_0 = Z_{in} = Z_L = Z_0$

注：此时总量=入射量，两个概念在数值上一样了,核心在于有没有反射

END

上海科技大学
ShanghaiTech University

立志成才报国裕民