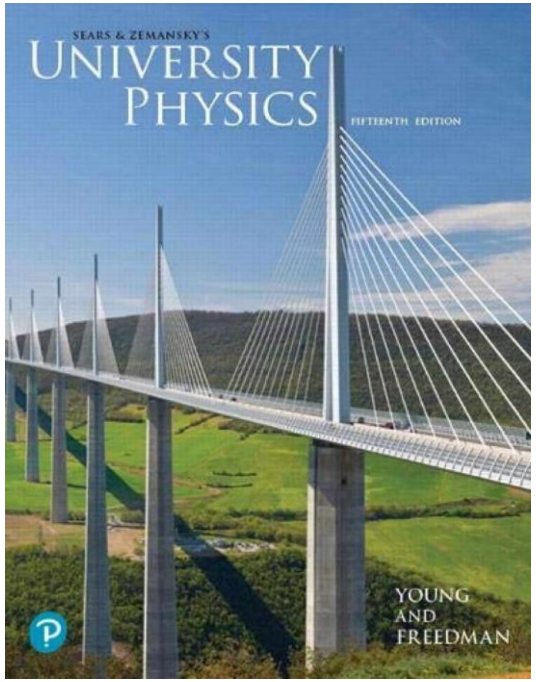
普通物理I PHYS1181 第13讲

机械波 Mechanical Waves



波动-振动状态的传递

振动是波动的基础，波动是振动的传播。

常见的波有：机械波，电磁波，...

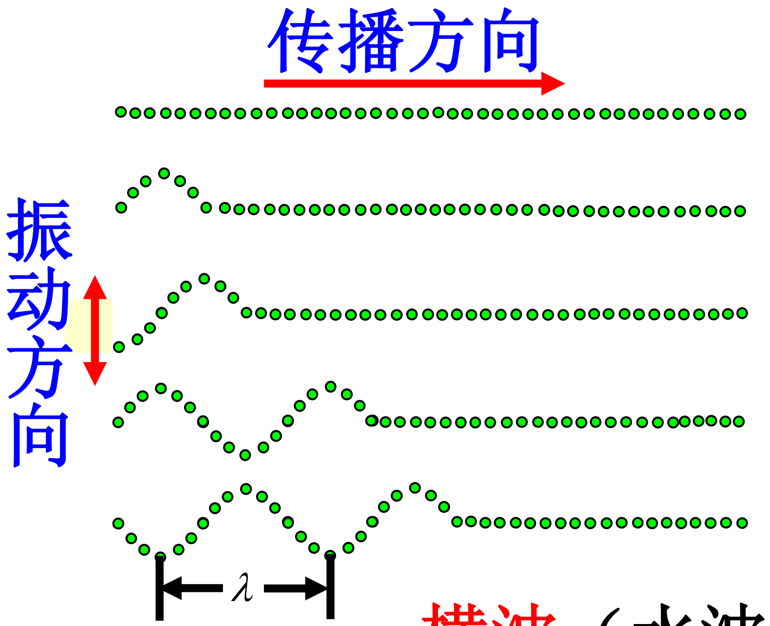
机械振动在连续介质内的传播形成机械波

机械波产生的两个条件：波源，介质

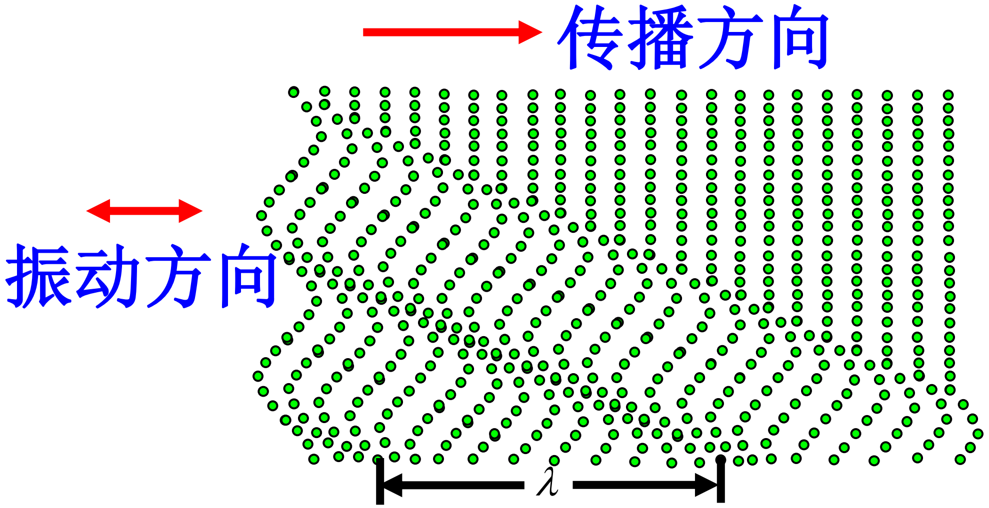
机械波的分类：振动与传播方向

横波：质元振动方向与波的传播方向垂直

纵波：质元振动方向与波的传播方向平行



横波（水波）



纵波（声波）

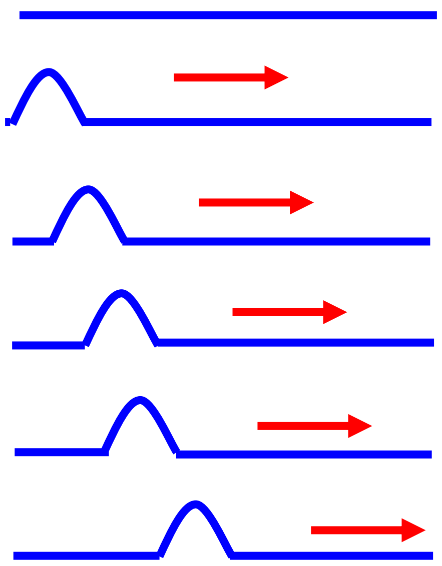
https://www.youtube.com/watch?v=ewsx9Gnh5eM

机械波的三大特点

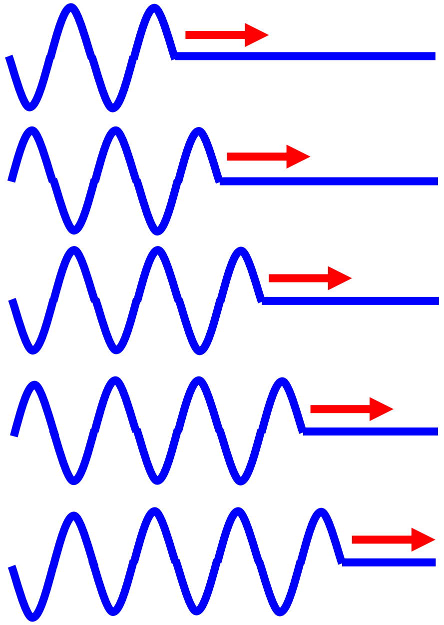
1. 机械波在介质中传播，传播速度为 v；
2. 介质本身不传播，介质中的质点围绕它们的平衡位置来回震动；
3. 机械波传播的本质是能量的传播。

*机械波的其他分类：传播形式

行波

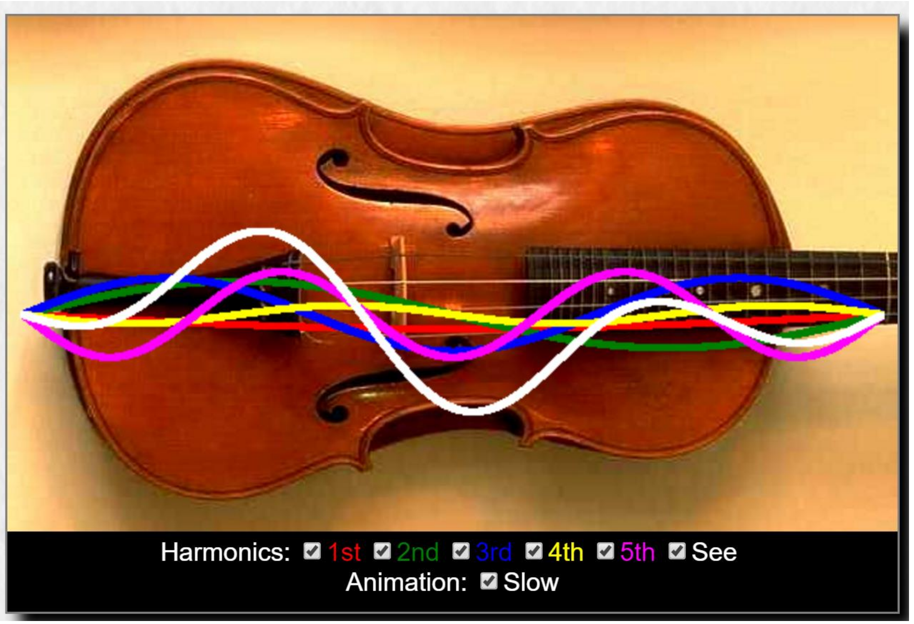


脉冲波



连续波

驻波



*机械波的其他分类：波前形状

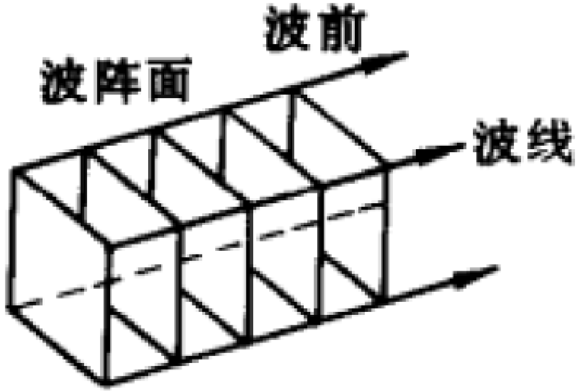
波线： 用有向直线表示波的传播方向

波阵面：某一时刻波的前方达到的相位相同的各点构成的连续的面，又称波前 (wave front)

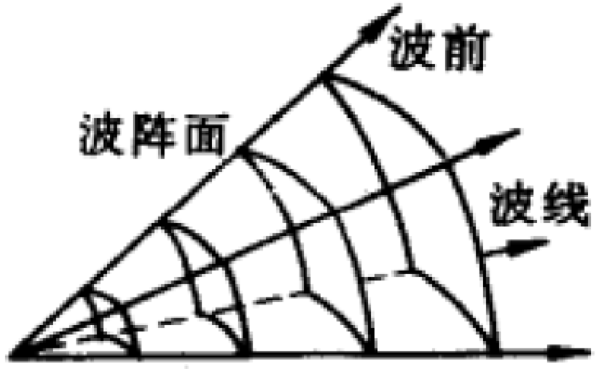
各向同性介质中，波线与波阵面垂直

- 若波阵面为平面，称为平面波
- 若波阵面为球面，称为球面波
- 若波阵面为柱面，称为柱面波

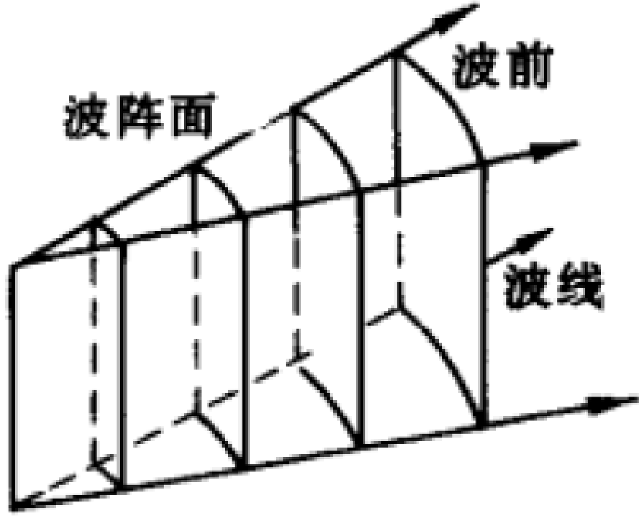
*机械波的其他分类：波前形状



平面波



球面波



柱面波

波速v： 波阵面沿波线的推进速度（相位传播）

$t, \Psi \xrightarrow[\Delta S]{} t+\Delta t, \Psi$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

机械波的速度决定于媒质的弹性和密度

平面波的数学描述

一维方向传播，横波

设平面波沿 x 轴正向传播，质元沿 y 轴振动

设坐标原点的质元振动

$$y_o = f(t)$$

则 t 时刻 x 处质元振动

$$y = f(t - \frac{x}{v})$$

此式为沿 x 轴正向传播平面波波动方程。注意其同时为空间坐标x与时间坐标t的函数。

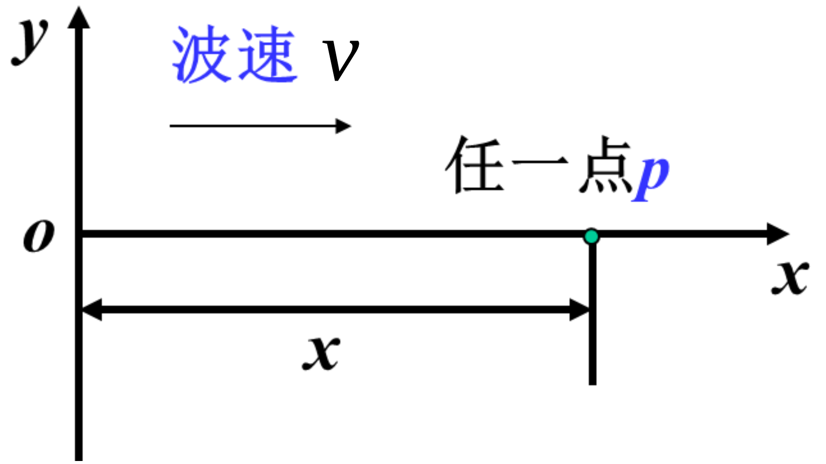
则沿 x 轴负向传播平面波波动方程为: $y = f(t + \frac{x}{v})$

平面简谐波

简谐波：波源作简谐振动，在波传到的区域，媒质中的质元均作简谐振动 。

设 $y_o = A\cos(\omega t+\varphi)$

求 p 点 $y(x,t)$



假设：媒质无吸收(质元振幅均为*A*)

图中p点比o点落后时间：$\dfrac{x}{v}$

则 $\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\phi\right]}$ 向右传播的一维平面简谐波

平面简谐波

$$\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\phi\right]}$$

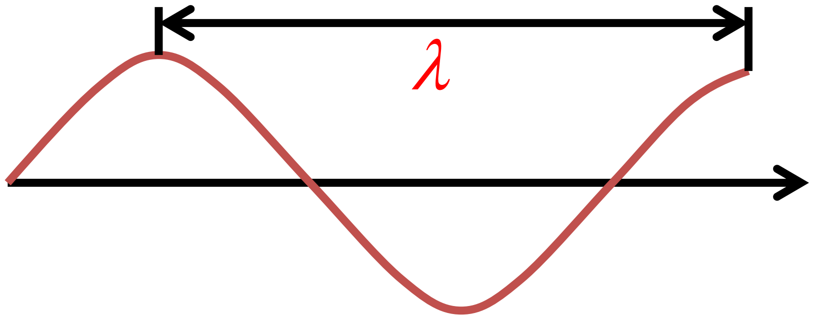
对t微分 $\quad \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{x}{v}\right)+\varphi\right] = -\omega^2 y$ 任何一点都在做简谐振动

对x微分 $\quad \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\dfrac{\omega^2}{v^2} A\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{x}{v}\right)+\varphi\right] = -\dfrac{\omega^2}{v^2} y$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

描述简谐波的物理量

1. 空间



波长：两相邻同相点间的距离 λ

波数：$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ 即单位长度上波的相位变化

2. 时间

周期 T：波前进一个波长的距离所需的时间。

频率 f 和角频率 ω：$f = 1/T$; $\omega = 2\pi f$

3. 波速

等相位面沿波线向前推进的速度，即波速 v (单位时间波所传过的距离)。

波速的定义：$v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f = \dfrac{\omega}{k}$

波动式的其他表达式

$$y = A\cos\left[2\pi f\left(t \mp \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] \qquad (\omega = 2\pi f)$$

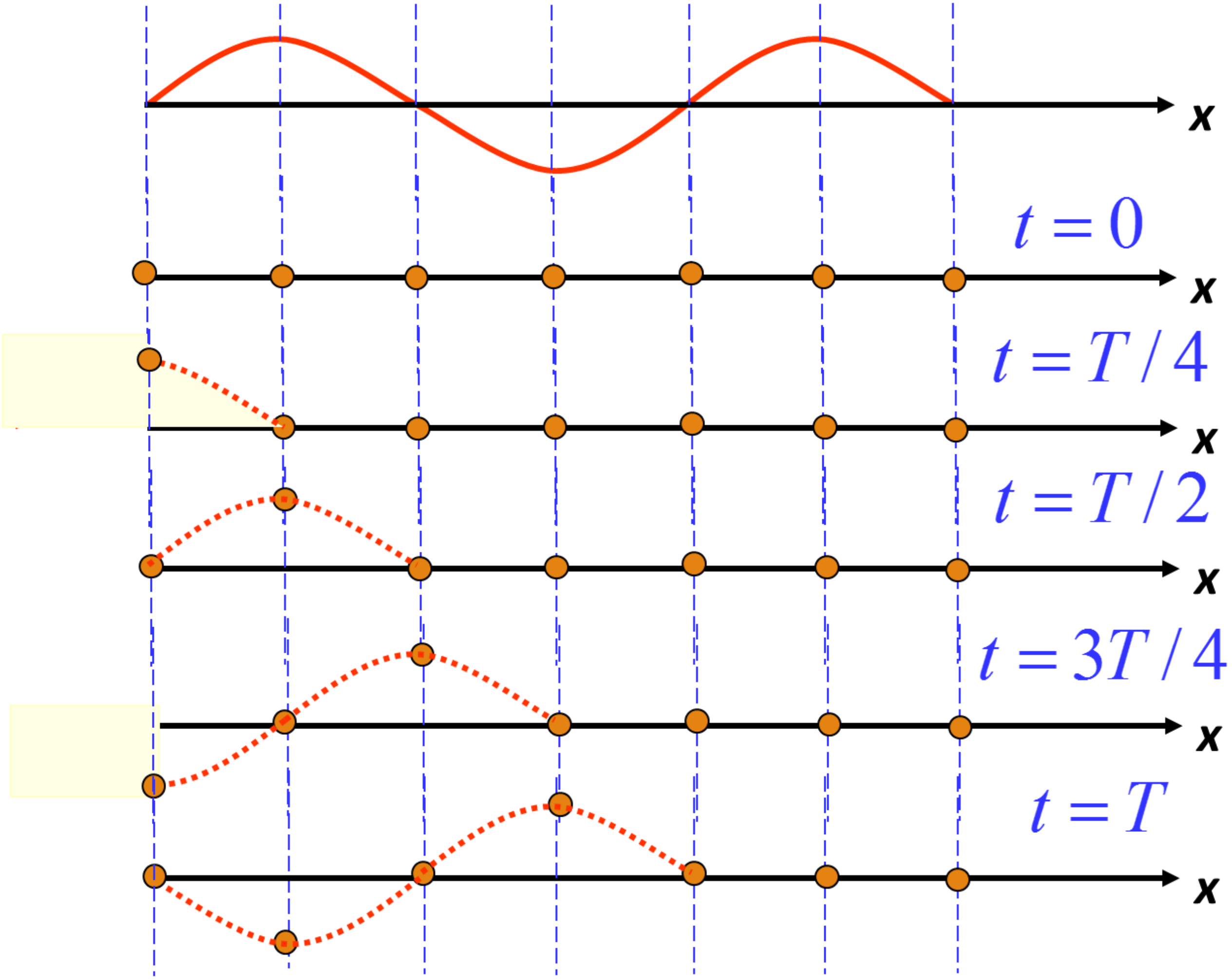
$$= A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right] \qquad \left(f = \frac{1}{T}, \lambda = vT\right)$$

$$= A\cos\left[k(vt \mp x) + \varphi\right] \qquad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda}, v = \frac{\lambda}{T}\right)$$

$$= A\cos\left[\omega t \mp kx + \varphi\right] \qquad \left(kv = \frac{2\pi}{T}\right)$$

简谐波表达式的图像

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad (f = \frac{1}{T}, \lambda = vT)$$



一维简谐波表达式的物理意义

由 $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx)$ 从几方面讨论

a. 固定 *x*，(*x*= *x*$_0$) $y(x_0,t)=A\cos(\omega t-kx_0)$

b. 固定 *t*，(*t* = *t*$_0$) $y(x,t_0)=A\cos(\omega t_0-kx)$

c. 如认定某一相位，即令 (ω *t*-*kx*)=常数

相速度为：$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\omega}{k}=v$$

d. 表达式也反映了波是振动状态的传播

$y(x+\Delta x,t+\Delta t)=y(x,t)$ 其中 **$\Delta x=v\Delta t$**

一维简谐波表达式的物理意义

e. 表达式还反映了波的时间、空间双重周期性

T 时间周期性　　　λ 空间周期性

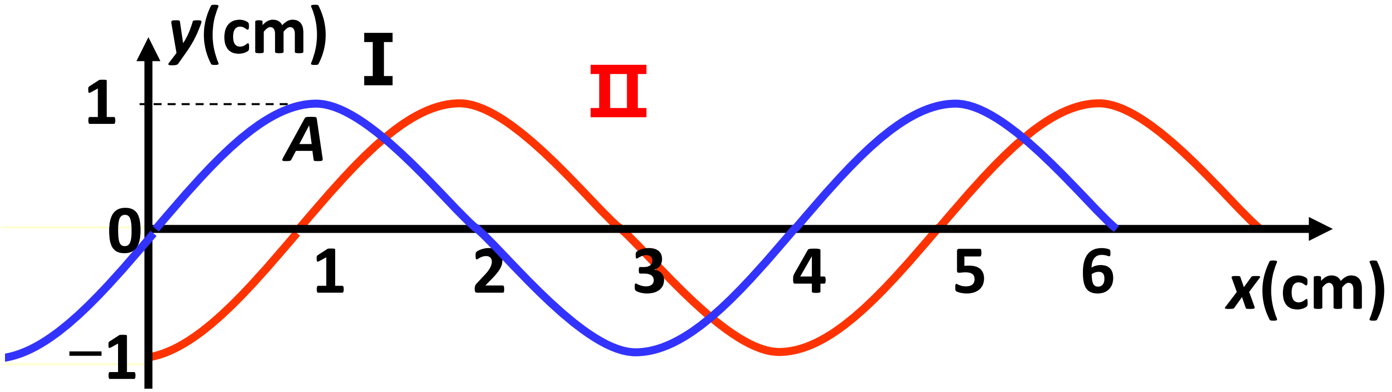
$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f=\frac{\omega}{k}$$

➢注：相位差和波程差的关系

$$\boxed{\Delta\varphi=\pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}}$$

例题

已知 t=0时的波形曲线为I，波沿ox方向传播，经t=1/2s后波形变为曲线II。已知波的周期T>1s，试根据图中绘出的条件求出波的表达式，并求A点的振动式。



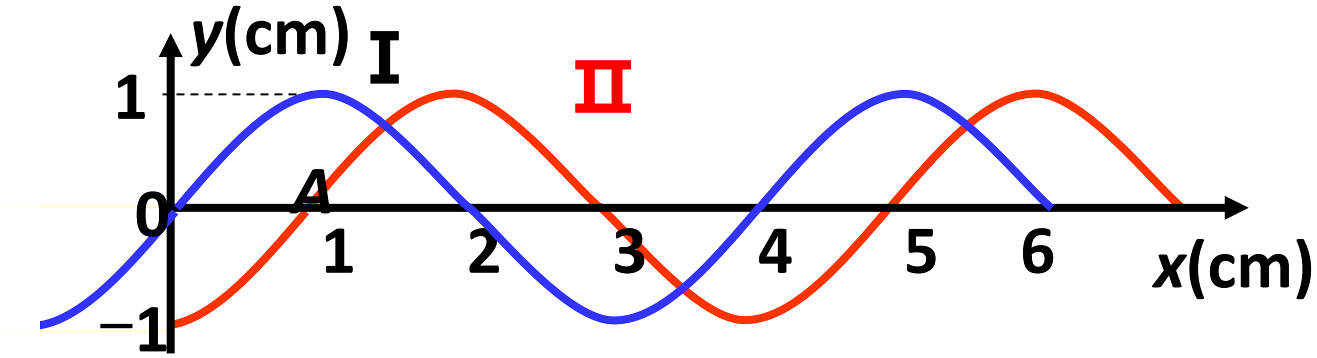
解： $A = 0.01\text{m}$

$\lambda = 0.04\text{m}$

波速：

$$v = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{0.01}{1/2} = 0.02\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.04}{0.02} = 2\text{s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\,\text{s}^{-1}$$

例题



原点振动：$y_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$

初始条件：$0 = A\cos\varphi$

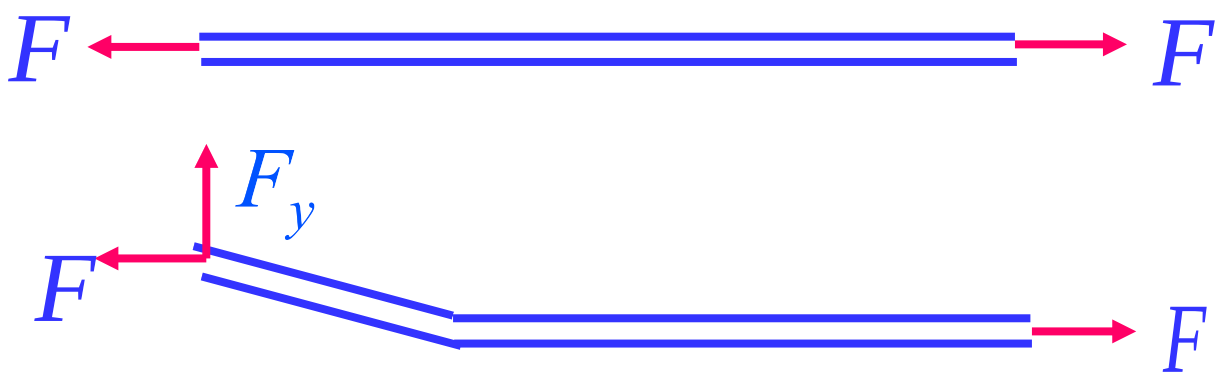
$$\rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

原点振动速度 $v_{y0} = -\omega A\sin\varphi < 0$ $\sin\varphi > 0$ $\rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

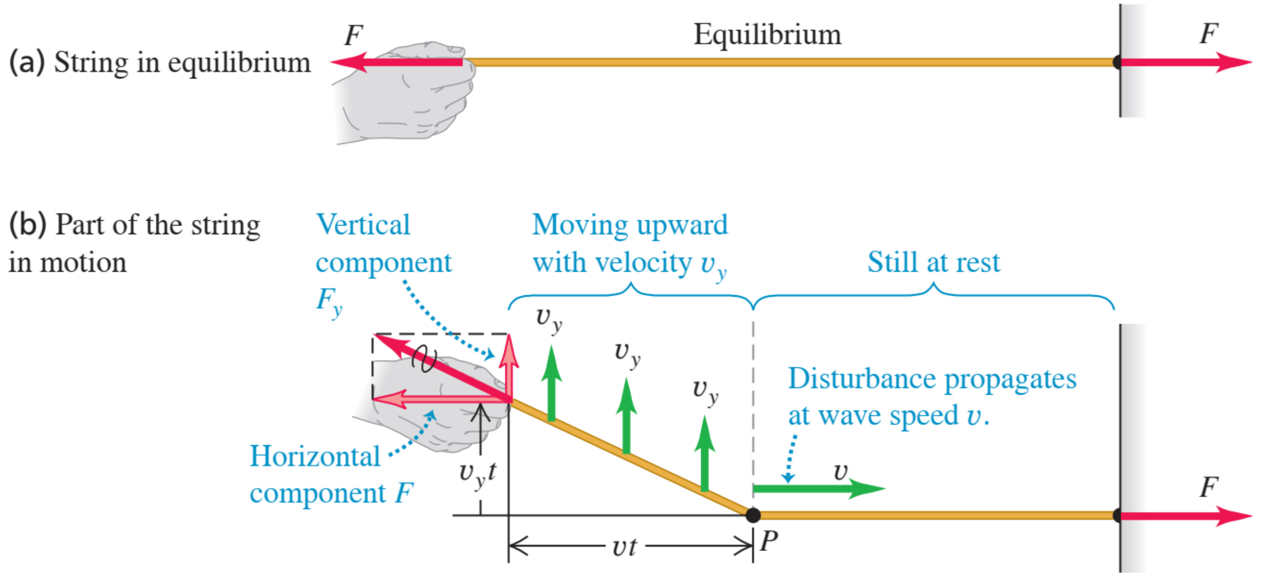
原点的振动式 $y_0 = 0.01\cos(\pi t + \dfrac{\pi}{2})$

平面波的波动方程-弦上横波

推导：以弦上的横波为例，设线密度μ，张力F（不变）



第一种推导：不使用微分（课本P475）



$$\text{Transverse impulse} = F_y t = F\frac{v_y}{v}t$$

$$\text{Transverse momentum} = mv_y = (\mu vt)v_y$$

$$F\frac{v_y}{v}t = \mu vtv_y$$

物体所受合外力的冲量等于它的动量的增量
冲量是外力在时间上的积累

$$\text{Transverse impulse} = \text{Transverse momentum}$$

$$F_y t = mv_y$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{v_y t}{vt} \qquad F_y = F\frac{v_y}{v}$$

Speed of a transverse wave on a string $\quad v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

Tension in string (F)
Mass per unit length (μ)

第二种推导-使用微分

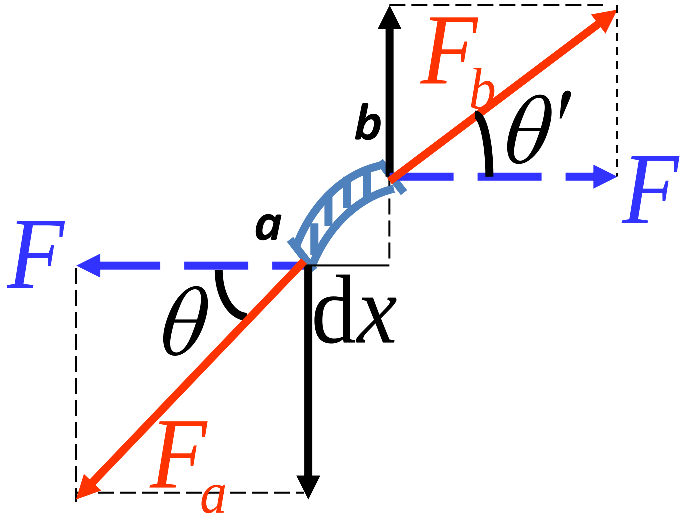
$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

根据这一小段绳受的合外力 = ma

$$F_b \sin\theta' - F_a \sin\theta = \frac{F}{\cos\theta'}\sin\theta' - \frac{F}{\cos\theta}\sin\theta$$

牛二律：

$$= F(\tan\theta' - \tan\theta) = F\left(\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\mathrm{d}x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}\right) = \underbrace{\mu \mathrm{d}x}_{m} \underbrace{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}_{a}$$



$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

平面波的波动方程

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

平面波的波动方程

一维平面简谐波波动式是它的解。

$$y = A\cos(\omega t - kx)$$

时间、空间的耦合解；推广来说，这是所有一维传播波的基本解形式。

- 机械波
- 电磁波
- 自由电子
- 。。。

平面简谐波的功率P

$$P = \sqrt{F\mu}\,\omega^2 A^2 sin^2(\omega t - kx)$$

$$y = A\cos(\omega t - kx)$$

$$F_y(x,t) = -F\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$P(x,t) = F_y(x,t)v_y(x,t) = -F\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

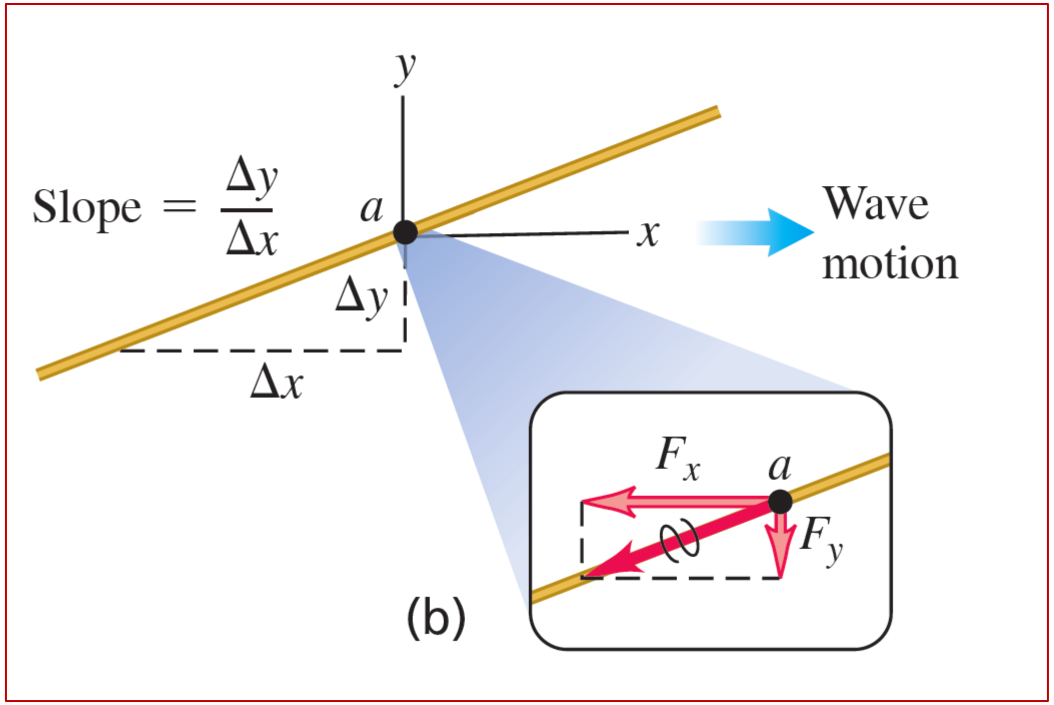
$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = -kA\sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \omega A\sin(kx - \omega t)$$

$$P(x,t) = Fk\omega A^2\sin^2(kx - \omega t)$$

$$\omega = vk \text{ and } v^2 = F/\mu$$

$$P(x,t) = \sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2\sin^2(kx - \omega t)$$



Wave angular frequency

Average power, sinusoidal wave on a string

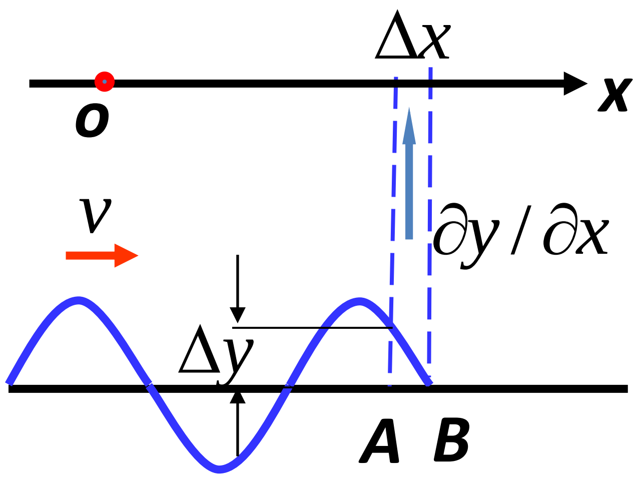
$$P_{av} = \tfrac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2$$

Wave amplitude

Mass per unit length

Tension in string

相对于平衡态机械波的能量变化



设 $y = A\cos(\omega t - kx)$

$$\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\mu\Delta x(\frac{\partial y}{\partial t})^2$$ 一小段弦内的动能

势能 $$\Delta x \to \left[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \Delta x\left[1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$ 一小段弦的伸长幅度－微小形变

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = F\left\{\Delta x\left[1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \Delta x\right\} \approx \frac{1}{2}F\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

相对于平衡态简谐波的能量变化

$$y = A\cos(\omega t - kx)$$

$$\boxed{\Delta E = \Delta E_{\mathrm{k}} + \Delta E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\mu\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}F\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}$$

对于平面简谐波

$$\boxed{\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\mu\Delta x\omega^2 A^2\sin^2(\omega t - kx)}$$

$$\boxed{\Delta E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}F\Delta x k^2 A^2\sin^2(\omega t - kx)}$$

$$\because v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \therefore \Delta E_{\mathrm{k}} = \Delta E_{\mathrm{p}}$$

$$\boxed{\Delta E = \Delta x\mu\omega^2 A^2\sin^2(\omega t - kx)}$$

简谐波的功率P

$$y = A\cos(\omega t - kx)$$

$$\because v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \therefore \Delta E_{\mathrm{k}} = \Delta E_{\mathrm{p}}$$

$$\boxed{\Delta E = \Delta x \mu \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mu \omega^2 A^2 sin^2(\omega t - kx)$$

$$= u \mu \omega^2 A^2 sin^2(\omega t - kx)$$

$$= \sqrt{F\mu}\,\omega^2 A^2 sin^2(\omega t - kx)$$

*能量分布的物理意义

(1) 固定*x*

ε_{k} ε_{p} 均随 *t* 周期性变化

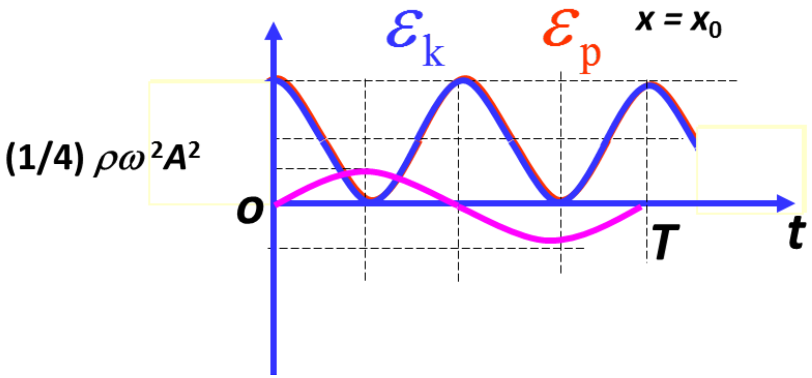
$$\varepsilon_{\mathrm{k}} = \varepsilon_{\mathrm{p}}$$

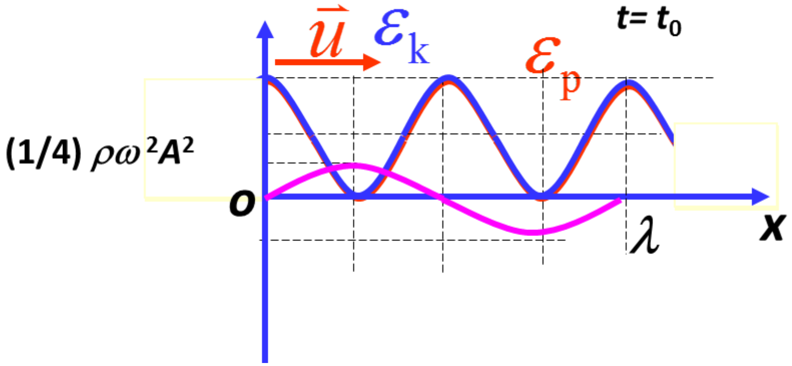
(2) 固定*t*

ε_{k} ε_{p}随*x*周期分布

y=0→ ε_k ε_p最大

y 最大→ ε_{k} ε_{p} 为 0





机械波的独立传播原理

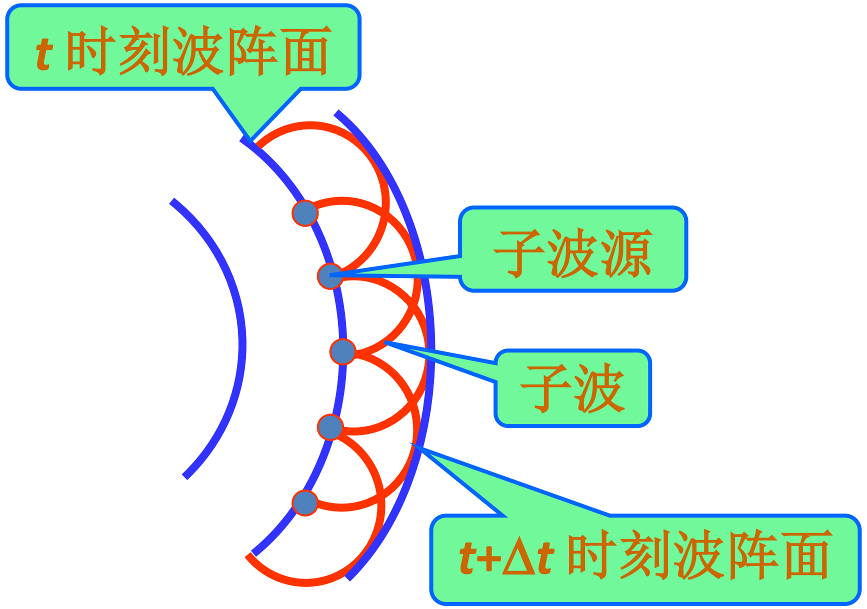
- 若干个相同种类的波在介质中传播时，一般情况下每一列波的传播不受到其他波的影响。

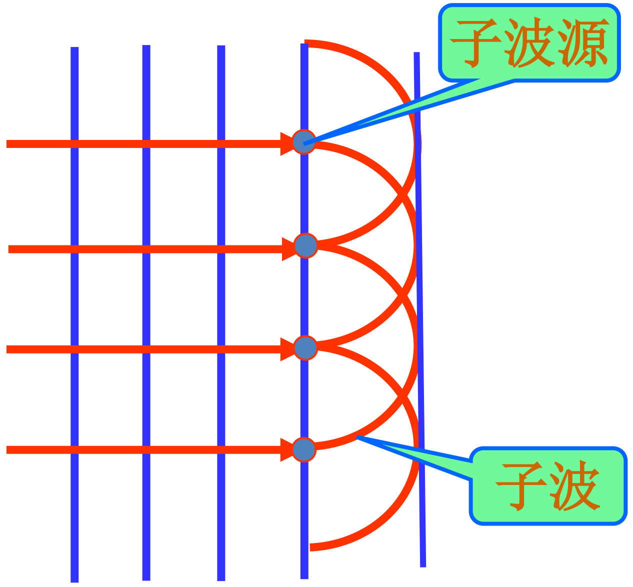
- 波的独立传播定律成立时，介质中每一个点部位的振动是各列波单独传播到该点部位振动的叠加，这是波的叠加原理。

- 这两个原理是波的产生和传递满足线性方程的直接后果。

*惠更斯原理

波动传到的各点都可以看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波波阵面的包络面就决定新的波阵面。



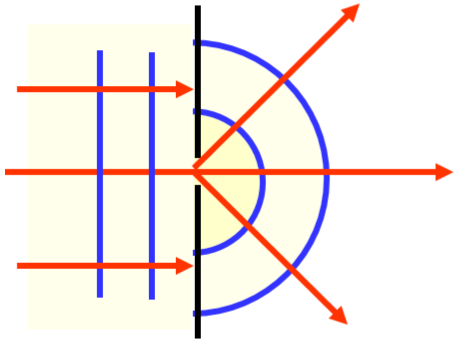


*波动现象：衍射

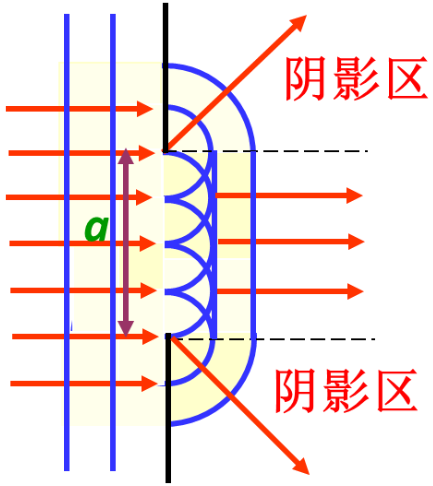
1. 现象

波传播过程中当遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘而传播的现象——衍射。

2. 作图 （可用惠更斯原理作图）



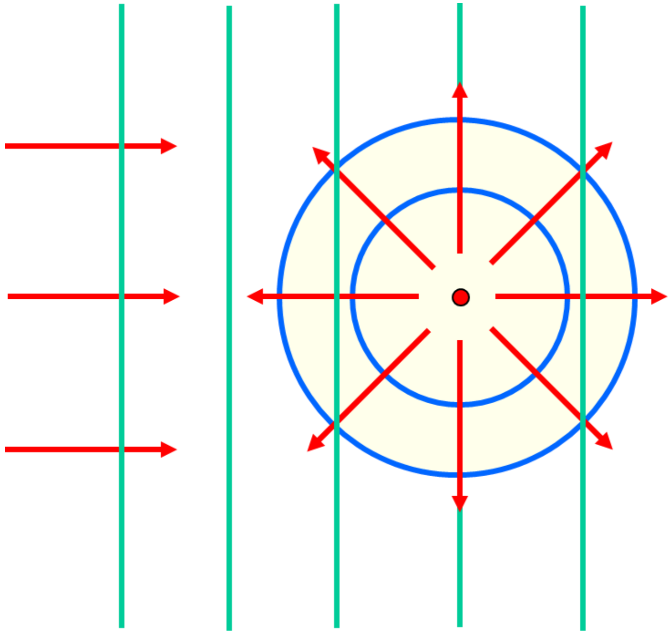
（1）$a << \lambda$



（2）$a \sim \lambda$

*波动现象：散射

当波在传播途中遇到球形小颗粒时，波将以小颗粒为球心发射球面子波，使波向各个方向散开，这一现象称为散射。



*波动现象：折射

用作图法求出折射波的传播方向

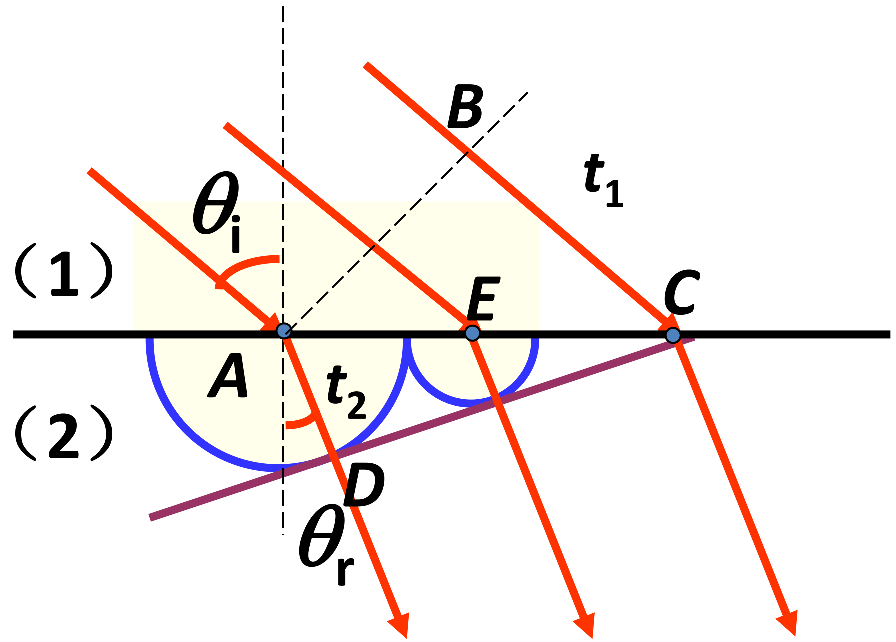
$BC=v_1(t_2-t_1)$

$AD=v_2(t_2-t_1)$

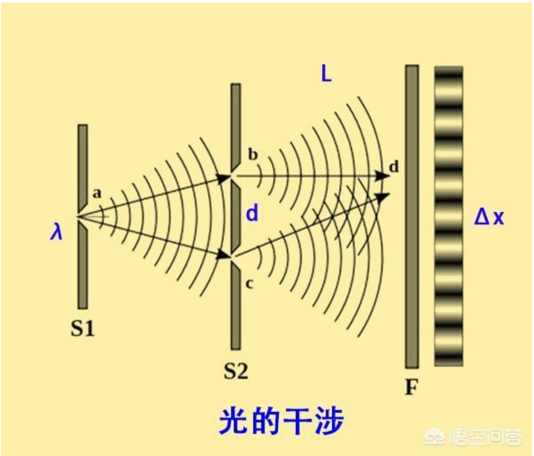
由图可得波的折射定律：

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{v_1}{v_2}$$

θ_i—入射角，θ_r—折射角。

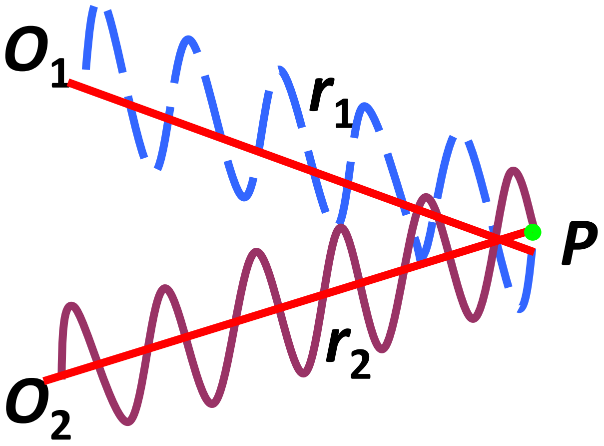


波的干涉现象　基于波的独立传播和叠加原理



相干条件：频率相同，振动方向相同，相位差恒定

两相干波在空间相遇，某些点的振动始终加强另一些点的振动始终减弱，即出现干涉现象。



设 $y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - kr_1)$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - kr_2)$$

证明：$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$

波的干涉现象

其中 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - k(r_1 - r_2)$$

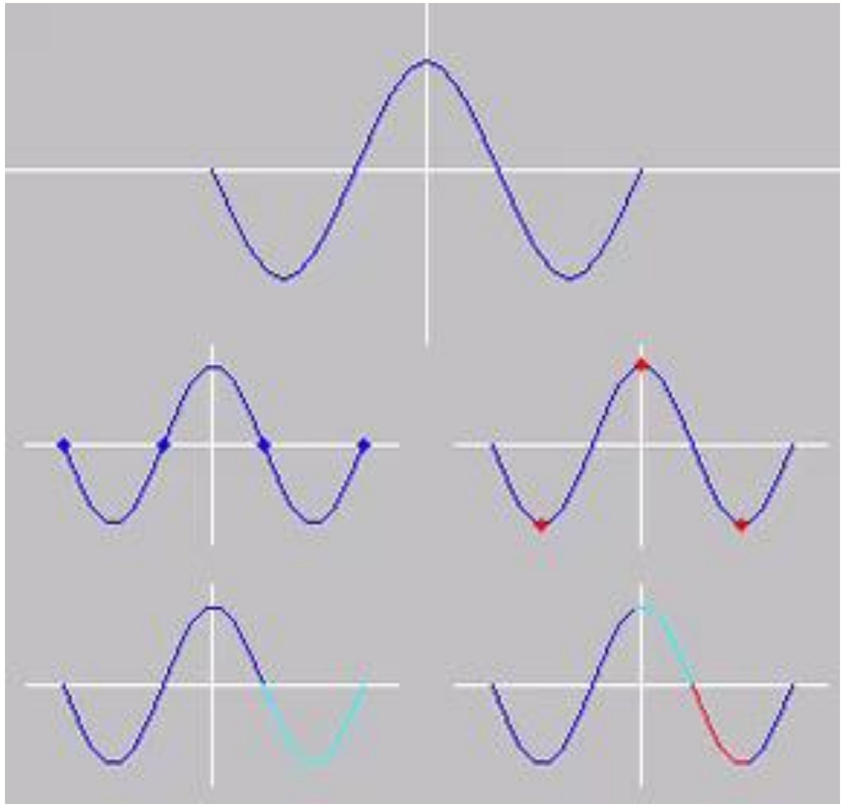
设 $\varphi_2 = \varphi_1$ $\quad \Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

- 当 $r_2 - r_1 = \pm n\lambda, \quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = A_1 + A_2 \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$ 相长
- 当 $r_2 - r_1 = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = |A_1 - A_2| \quad I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$

相消

驻波(Standing wave)

在给定一定边界条件限制后，平面波的传播表现出“停下来”的行为。



驻波(Standing wave)

当两列振幅相同，频率相同，振动方向相同的波以相反方向传播时，叠加形成驻波。

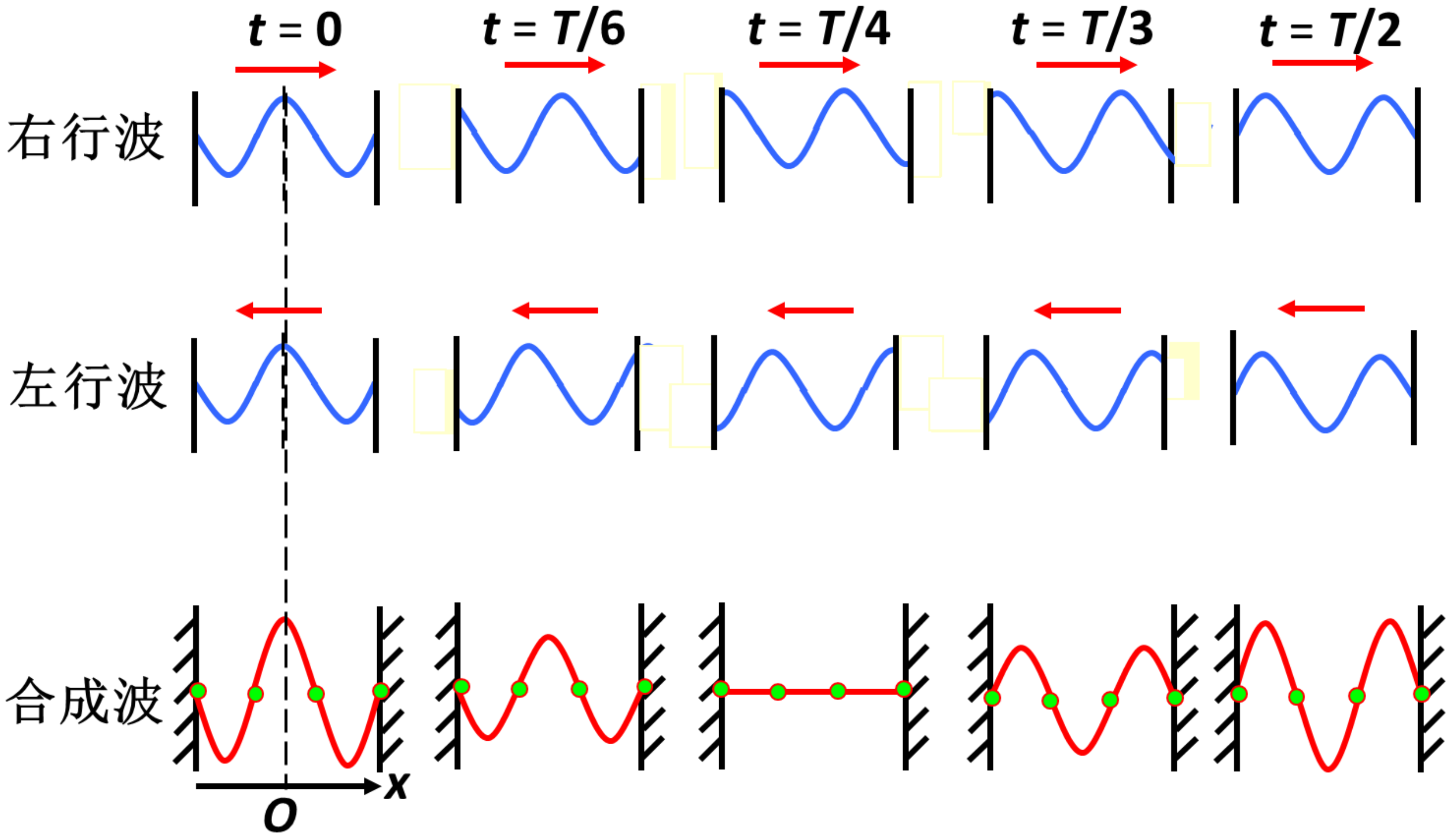
1. 表达式

设：
$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A\cos(\omega t + kx)$$
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx\cos\omega t$$

或：
$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = -A\cos(\omega t + kx)$$
$$y = 2A\sin kx\sin\omega t$$

驻波的图像

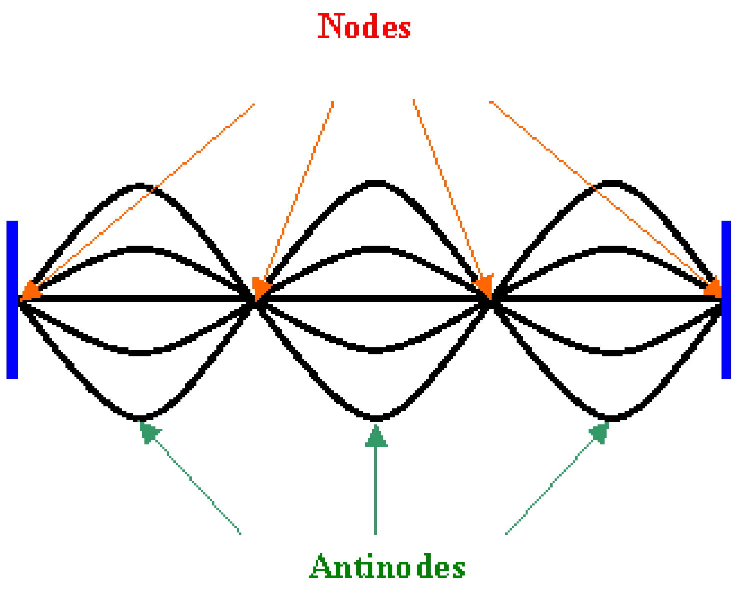
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx\cos\omega t$$



驻波的形状

2. 振幅 $kx = \pm n\pi \quad n = 0,1,2\cdots$ 波腹

腹—腹 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{2}}$



$kx = \pm(2n+1)\dfrac{\pi}{2} \quad n = 0,1,2\cdots$ 波节

节—节 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{2}}$ 腹—节 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{4}}$ $\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx \cos \omega t}$

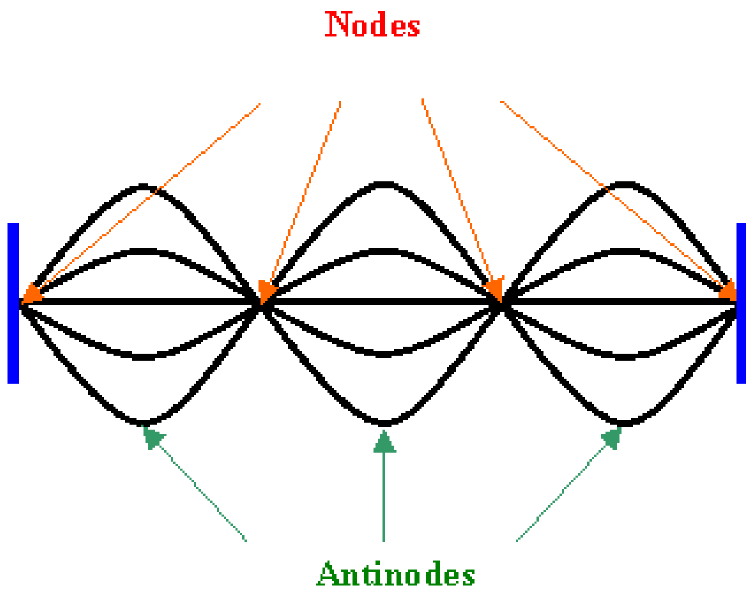
驻波的形状

3. 相位

作振幅为 $2A\cos kx$ 的简谐振动

两相邻波节之间的质元相位相同

每一波节两侧各质元相位相反。



4. 能量

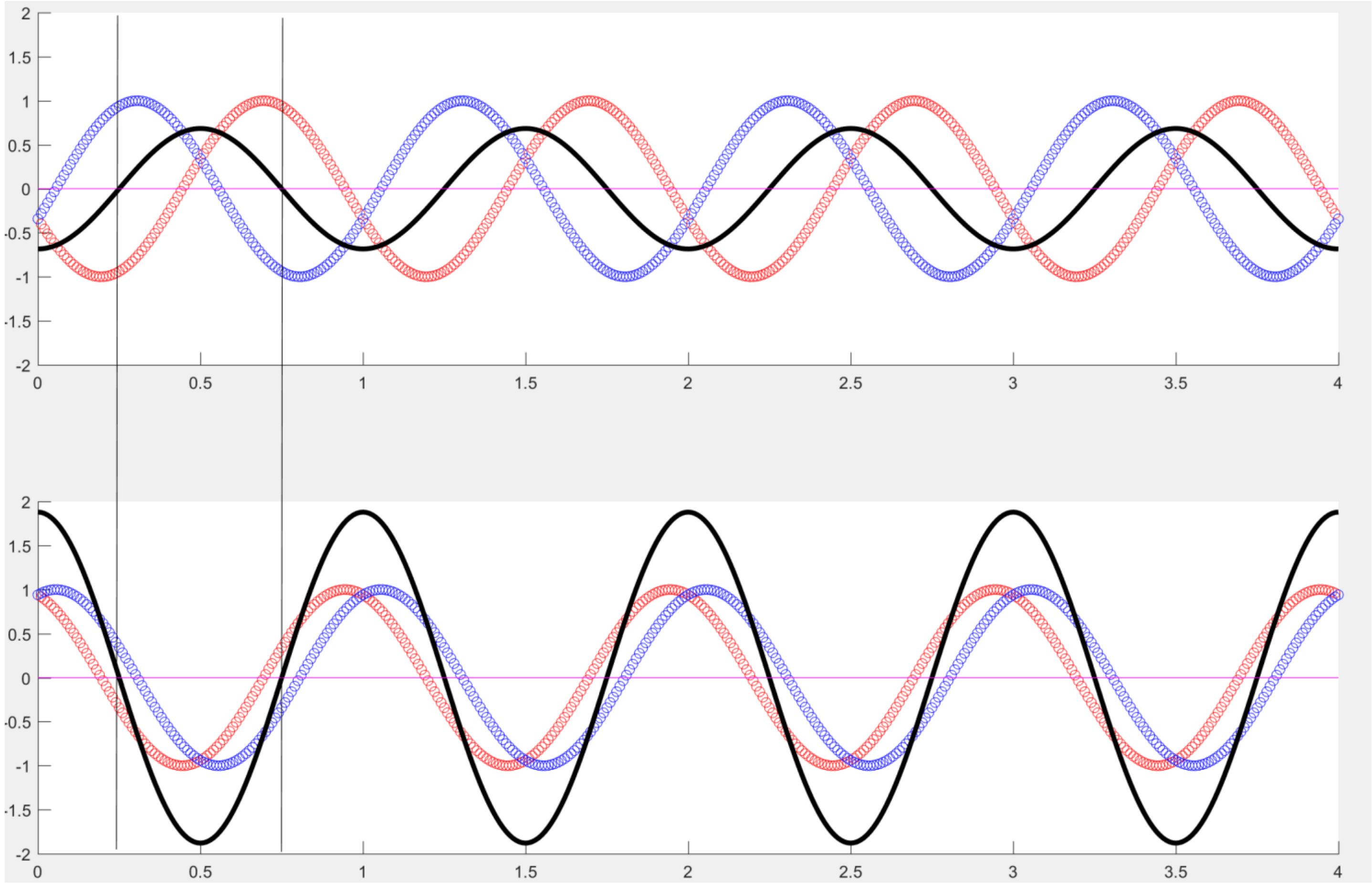
波节只有势能，波腹只有动能。

当所有各点达到最大位移，全部能量为势能。

当所有各点达到平衡位置，全部能量为动能。

驻波的简正模式(normal mode)

两端固定的张紧弦中产生驻波



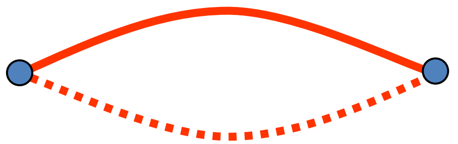
驻波的简正模式(normal mode)

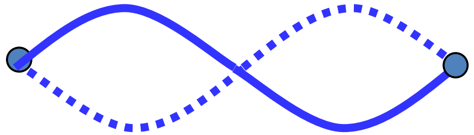
两端固定的张紧弦中产生驻波，因此波长只能取分立的值。
因此对角频率和波数也有相应分立值要求

$$n\cdot\frac{\lambda}{2}=L \qquad n=1,2,3\cdots$$

$$\boxed{f=\frac{v}{\lambda}=\frac{nu}{2L} \qquad n=1,2,3\cdots}$$

*u*为波动传播的速度，
*f*称为简正频率





$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{n\pi}{L} \qquad n=1,2,3\cdots \qquad \omega=2\pi f=\frac{n\pi v}{L} \qquad n=1,2,3\cdots$$

对应的驻波称为弦的简正模或固有振动

驻波的基本频率

Standing Waves and String Instruments

From Eq. (15.32), the fundamental frequency of a vibrating string is $f_1 = v/2L$. The speed v of waves on the string is determined by Eq. (15.14), $v = \sqrt{F/\mu}$. Combining these equations, we find

Fundamental frequency, string fixed at both ends

$$f_1 = \frac{1}{\underbrace{2L}_{\text{Length of string}}}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (15.35)$$

Tension in string

Mass per unit length

Length of string

如何从波动方程求解驻波

	行波	驻波
动力学方程（波动方程）	$\boxed{\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$	$\boxed{\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$
初始条件	初速度和初位移	初速度和初位移
边界条件	无	有（比如两端固定）
通解	$y = A\cos(\omega t \mp kx)$ $\omega = vk$，ω, k取值可连续变化	$y = 2A\cos kx \cos \omega t$ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{n\pi}{L}$ $\omega = 2\pi f = \dfrac{n\pi v}{L}$ $n = 1,2,3\cdots$

*边界条件的作用

1. 不同的边界条件，决定了简正模式的不同函数形式。
2. 边界条件的限制，使得简正模式的k, w都只能取若干分立的值（称为本征值 eigen value）

$u|_{x=0}=0$， $u|_{x=L}=0$

两端固定的弦

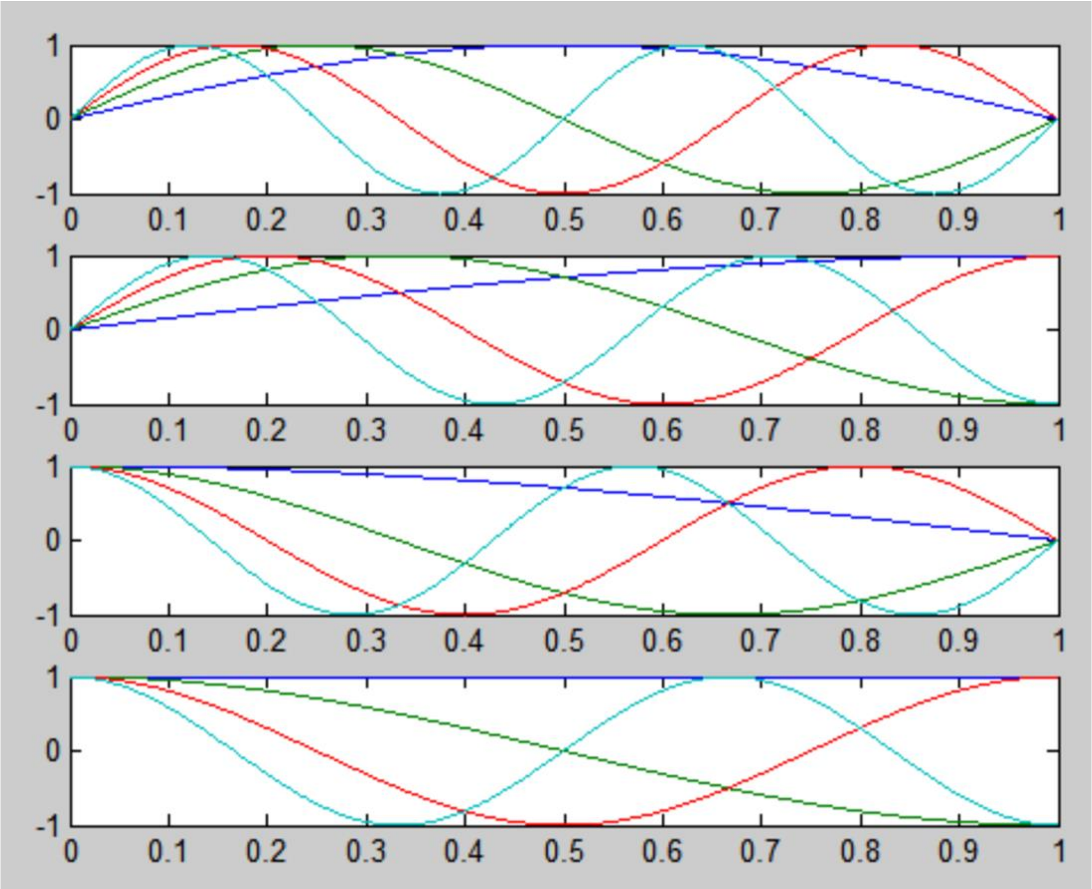
$u|_{x=0}=0, \left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=L}=0$

$\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0, u|_{x=L}=0$

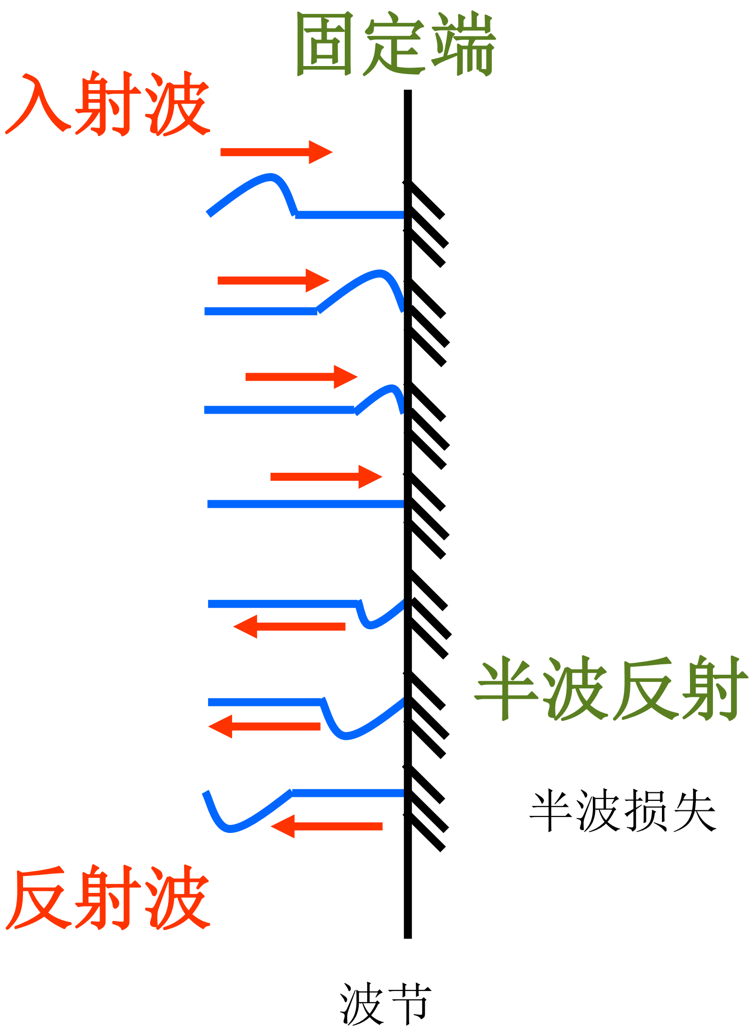
一端固定一端自由振动的弦

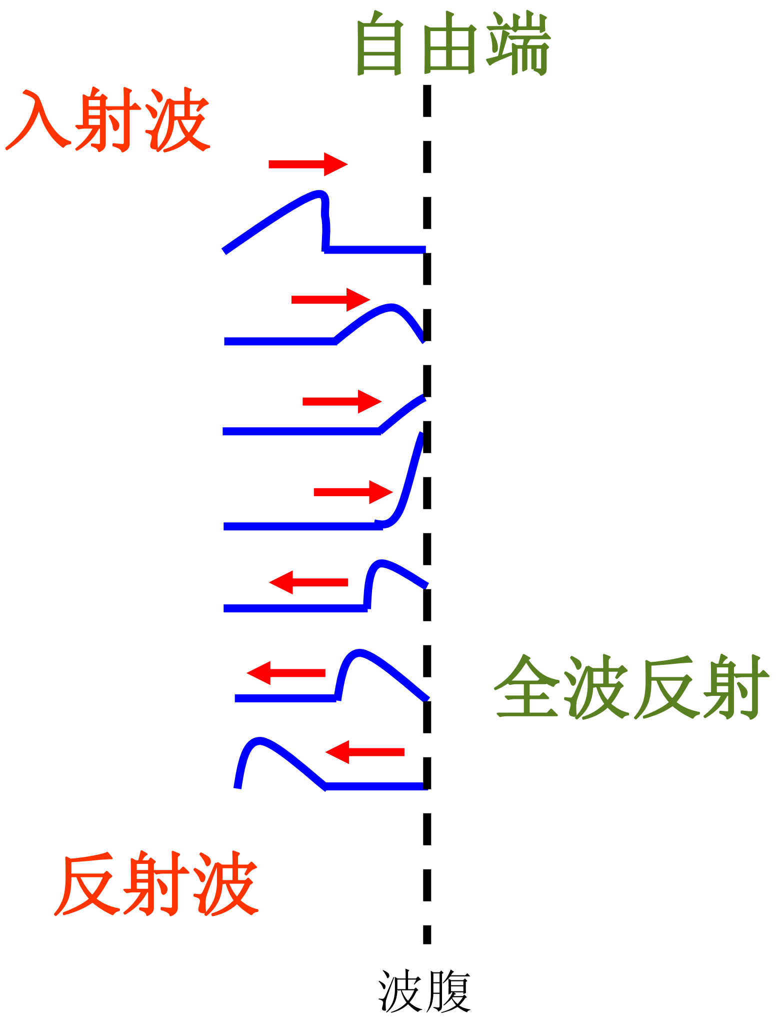
$\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0, \left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=L}=0$

两端均自由振动的弦



*另一个角度理解边界条件的作用





*驻波的一般解

可以证明，一般的驻波形式，可以写成所有简正模式的线性叠加。
以两段固定弦振动为例：其满足波动方程和边界条件的通解为

$$y(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi u}{2L}t+B_n\sin\frac{n\pi u}{2L}t\right)\cdot\cos\frac{n\pi}{L}x$$

关于时间演化的部分　　　　关于空间演化的部分

其中A_n, B_n为展开系数，通过振动的初始条件可以求出来。

*电子轨道波函数

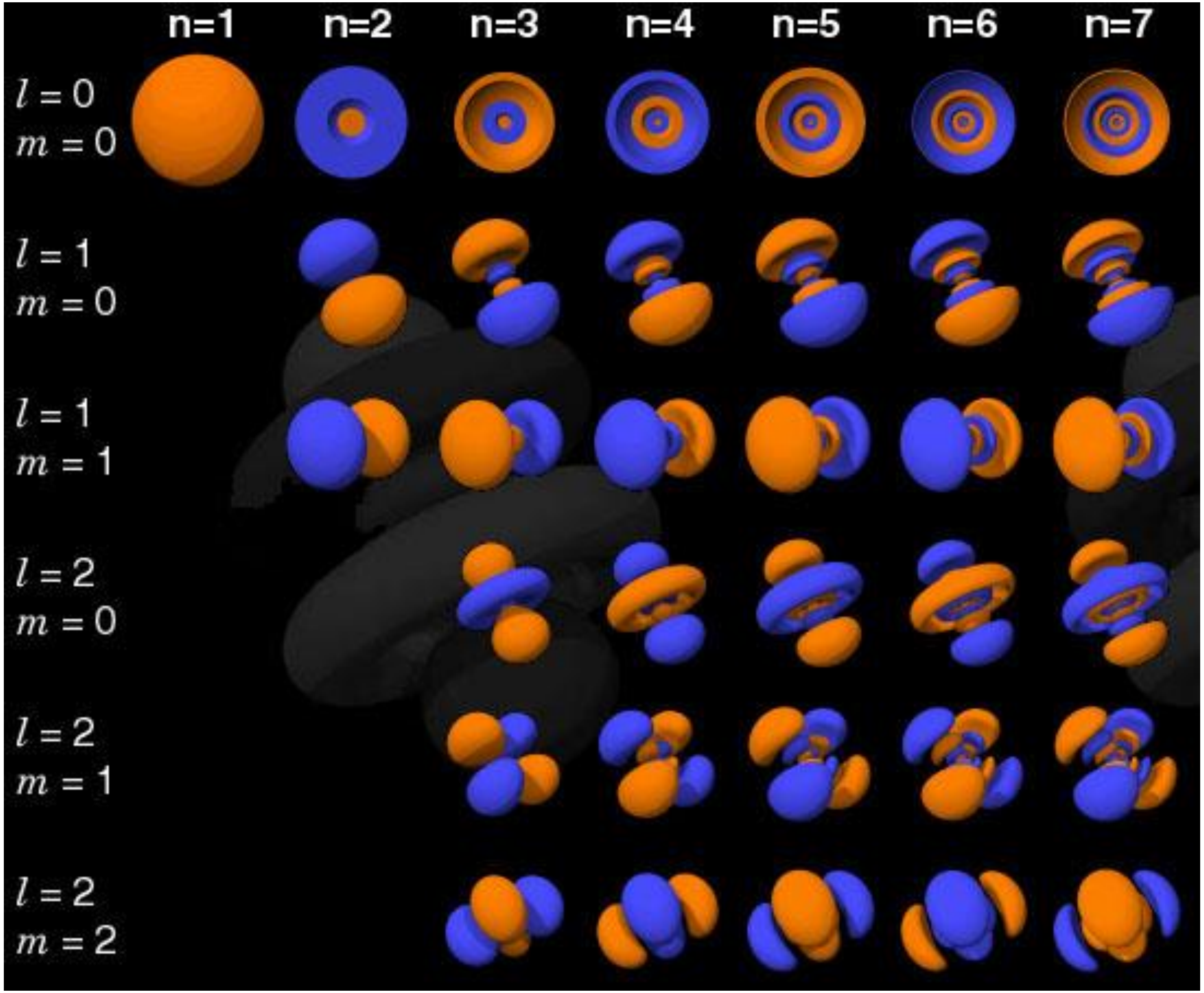
1. 量子力学假设：将电子在微观下当作一个波动来处理（几率波）。

2. 如同机械波一样的情形，电子波函数也满足波动方程，即为薛定谔方程。

一维薛定谔方程：
$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+V\psi}$$

3. 在库仑势场的作用下，较低能量的电子被束缚在原子核附近，形成了驻波。
驻波的简正模式即为电子轨道。

4. 由于是三维空间，所以需要三个不同的分立特征值去描述简正模式，这三个特征值被叫做n(主量子数), l(角量子数)和m(磁量子数)。

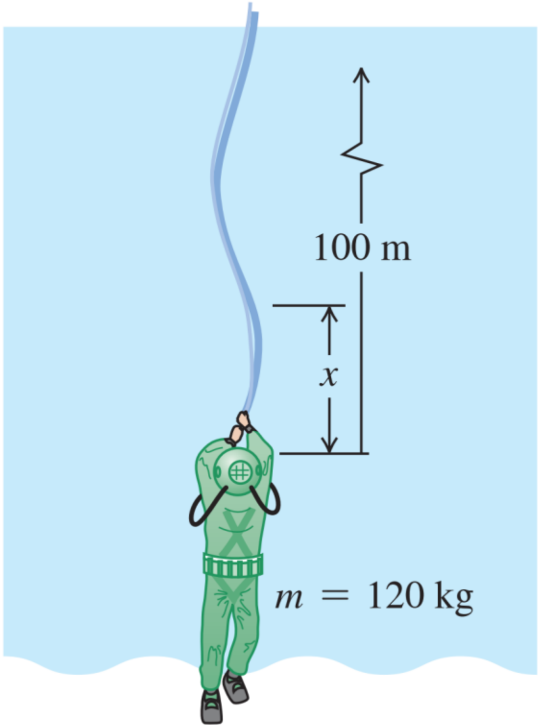


n=1
n=2
n=3
n=4
n=5
n=6
n=7
$l = 0$ $m = 0$
$l = 1$ $m = 0$
$l = 1$ $m = 1$
$l = 2$ $m = 0$
$l = 2$ $m = 1$
$l = 2$ $m = 2$

作业1

15.77 ••• CP CALC A deep-sea diver is suspended beneath the surface of Loch Ness by a 100-m-long cable that is attached to a boat on the surface (**Fig. P15.77**). The diver and his suit have a total mass of 120 kg and a volume of 0.0800 m^3. The cable has a diameter of 2.00 cm and a linear mass density of $\mu = 1.10$ kg/m. The diver thinks he sees something moving in the murky depths and jerks the end of the cable back and forth to send transverse waves up the cable as a signal to his companions in the boat. (a) What is the tension in the cable at its lower end, where it is attached to the diver? Do not forget to include the buoyant force that the water (density 1000 kg/m^3) exerts on him. (b) Calculate the tension in the cable a distance x above the diver. In your calculation, include the buoyant force on the cable. (c) The speed of transverse waves on the cable is given by $v = \sqrt{F/\mu}$ [Eq. (15.14)]. The speed therefore varies along the cable, since the tension is not constant. (This expression ignores the damping force that the water exerts on the moving cable.) Integrate to find the time required for the first signal to reach the surface.

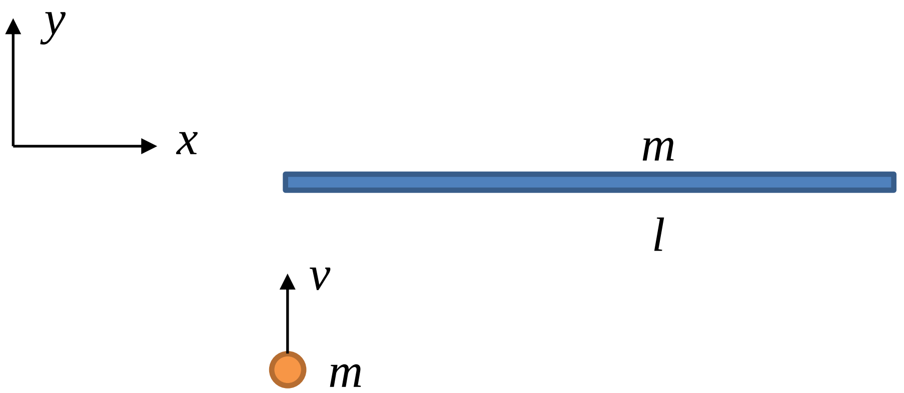
Figure **P15.77**



作业2

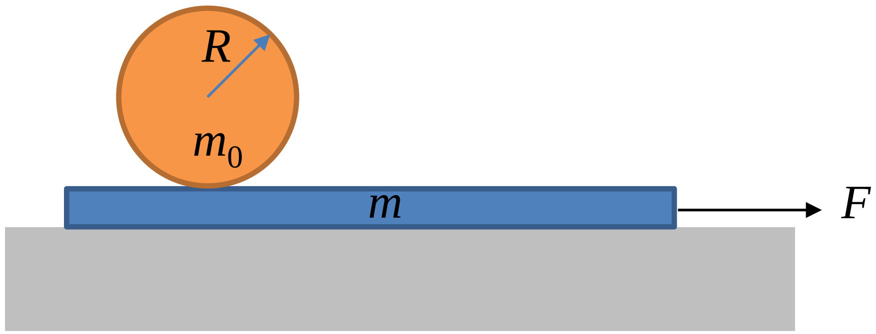
15.57 ••• CP A 1.80-m-long uniform bar that weighs 638 N is suspended in a horizontal position by two vertical wires that are attached to the ceiling. One wire is aluminum and the other is copper. The aluminum wire is attached to the left-hand end of the bar, and the copper wire is attached 0.40 m to the left of the right-hand end. Each wire has length 0.600 m and a circular cross section with radius 0.280 mm. What is the fundamental frequency of transverse standing waves for each wire?

3.



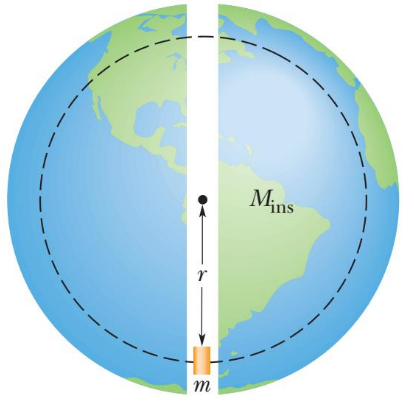
质点（质量m）与杆（质量m，长度l）的一端发生完全非弹性碰撞，即碰后粘在一起，求碰后系统的运动规律。

4.

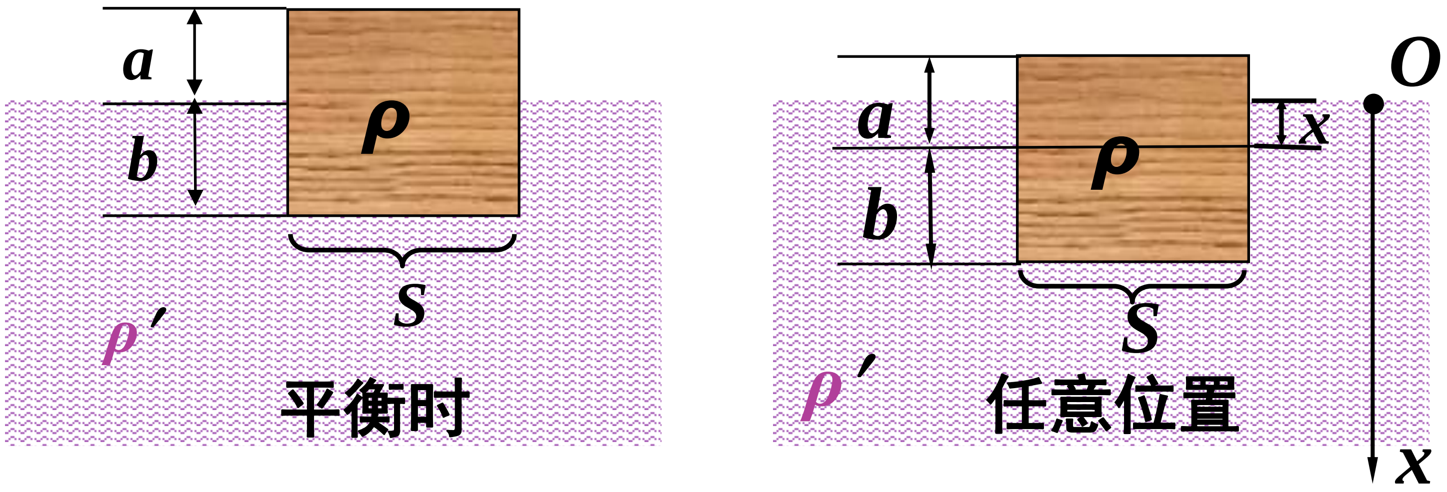


质量m的板受水平力F的作用沿水平面运动，板与水平面之间摩擦系数为μ。板上质量为m0半径为R的圆柱体，圆柱体与板之间摩擦系数也为μ。（1）若圆柱体在板上的运动为纯滚动，求板的加速度。（2）为使得圆柱体为纯滚动，求F的最大值。

5. 假设地球为均匀理想球体，在南北极之间沿直径凿一隧道，（1）证明：无阻力情况下，一物体落入此隧道为简谐振动。（2）求地表落入地心的时间。（地球密度取$5.5 g/cm^3$）



6. 一木块浮于水面上水面上浮有一方形木块，在静止时水面以上高度为a，水面以下高度为b，水密度为ρ'，木块密度为ρ，不计水的阻力。现用外力将木块压入水中，使木块上表面与水面平齐。证明：木块将做简谐振动，并给出简谐振动动力学方程。



7. 一音叉的发音频率为440Hz。在4秒内振动幅度减弱到1/5。求音叉的Q值。