使用fx-991CN X求解电路中以复数（相量）为系数的线性方程组

電卓院亜紀良

【作者声明】

前言

fx-991CN X是CASIO于2014年6月在中国大陆市场发布的世界上首款拥有中文操作菜单的旗舰型号的科学计算器。这款计算器的功能强大，性价比高，受到许多高中、大学学生的欢迎。而许多人对于科学计算器的印象还停留在只有基本的算术或函数功能的层面上，因此我们认为有必要向大家介绍这款计算器的各种高级功能及其使用方法或技巧。

在这篇文章中，我们将对fx-991CN X求解以复数为系数的线性方程组作讲解。我们知道fx-991CN X可以直接求解标准形式的二元至四元的线性方程组，但未知数的系数只能输入实数。然而，在电路分析课程以及相关的考试中，有时会遇到以复数（相量）为系数的线性方程组（大多数情况都是二元的，而且方程形式都非常相似，例如互感耦合电路等等），而fx-991CN X的复数模式和方程/函数模式都不能直接求解，这时就需要对方程组进行处理，然后再利用计算器求解。

我们在文章中讲到的两种方法都涉及到了计算器上的两个重要的功能
变量的赋值与变量调用。这两个

例题

我们以下面这两个方程组为例讲解。

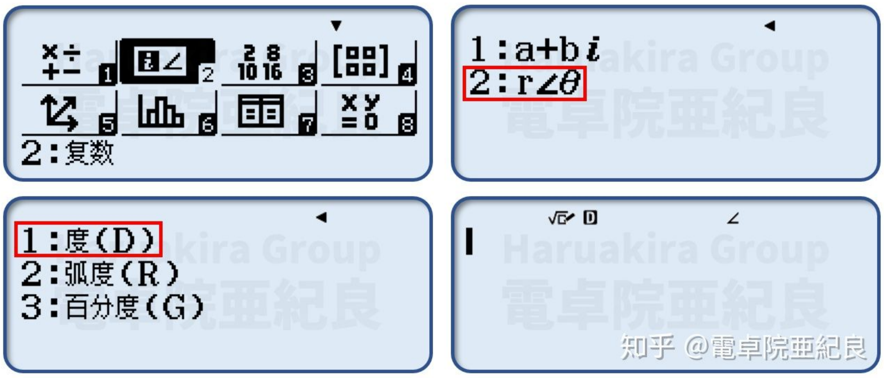
$$\begin{cases}(3+\mathrm{j}7.5)\dot{I}_1+\mathrm{j}6\dot{I}_2=50\angle 0^\circ \\ \mathrm{j}6\dot{I}_1+(5+\mathrm{j}12.5)\dot{I}_2=0\end{cases}\quad(1)$$

$$\begin{cases}(45+\mathrm{j}60)\dot{I}_1-\mathrm{j}10\dot{I}_2=\frac{120}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ \\ -\mathrm{j}10\dot{I}_1+(40+\mathrm{j}30)\dot{I}_2=0\end{cases}\quad(2)$$

仅使用复数模式的解法

如果希望快速地解出两个电流相量 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ ，用通常的二元一次方程组的求解方法（代入法）即可，不过这里面需要用到计算器上的变量。

按[菜单]、[2]进入复数模式，然后因为这里需要求解的一般都是相量，结果是要以极坐标形式表示的，那么我们在设置中把复数的输出结果设置为 $r\angle\theta$ 的形式，另外在这类计算中一般都是使用角度制，所以还需要确认角度单位的设置是否是度数。按[SHIFT]、[菜单]进入设置，先翻到第二页，找到“复数”一项，选择2：r∠θ。如果计算器屏幕上方的角度单位指示符不是“D”，那么需要再进入一次设置，找到“角度单位”一项，选择1：度(D)。设置成功之后屏幕上方指示符应该是“D”和“∠”。



我们先求解方程组（1） $\begin{cases}(3+\mathrm{j}7.5)\dot{I}_1+\mathrm{j}6\dot{I}_2=50\angle 0^\circ \\ \mathrm{j}6\dot{I}_1+(5+\mathrm{j}12.5)\dot{I}_2=0\end{cases}$ 。

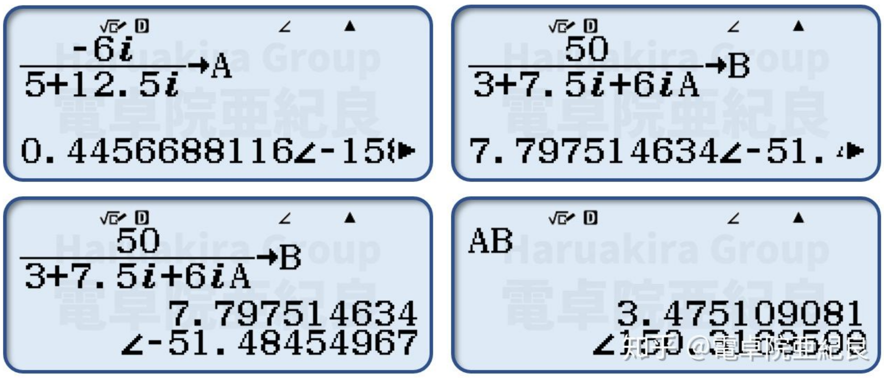
求解的基本思路是代入法。

第一步：先改写第二个方程，将 $\dot{I}_2$ 用 $\dot{I}_1$ 表示，有 $\dot{I}_2=\frac{-\mathrm{j}6}{5+\mathrm{j}12.5}\dot{I}_1$ ，那么我们先输入 $\frac{-\mathrm{j}6}{5+\mathrm{j}12.5}$ ，然后按[STO]、[(-)]把这个复数赋值给变量A。

第二步：计算 $\dot{I}_1$ 。
把 $\dot{I}_2=\mathrm{A}\dot{I}_1$ 代入第一个方程，消去 $\dot{I}_2$ ，得到关于 $\dot{I}_1$ 的一元一次方程 $(3+\mathrm{j}7.5)\dot{I}_1+\mathrm{j}6\mathrm{A}\dot{I}_1=50\angle 0^\circ$ ，整理得 $\dot{I}_1=\frac{50}{3+\mathrm{j}7.5+\mathrm{j}6\mathrm{A}}$ 。那么这时输入 $\frac{50}{3+\mathrm{j}7.5+\mathrm{j}6\mathrm{A}}$ ，然后按[STO]、[°'"]把这个复数赋值给变量B。这时如果计算器一行显示不下，可以按[S

第三步：计算 $\dot{I}_2$ 。

直接输入AB。在计算器上按[ALPHA]、[(-)]、[ALPHA]、[°′″]，按[=]、[S-D]得到 $\dot{I}_2$ 。



由此得到： $\dot{I}_1=7.80\angle-51.48^\circ(\mathrm{A})$ ， $\dot{I}_2=3.48\angle-150.32^\circ(\mathrm{A})$ 。

我们再用同样的方法求解方程组（2）

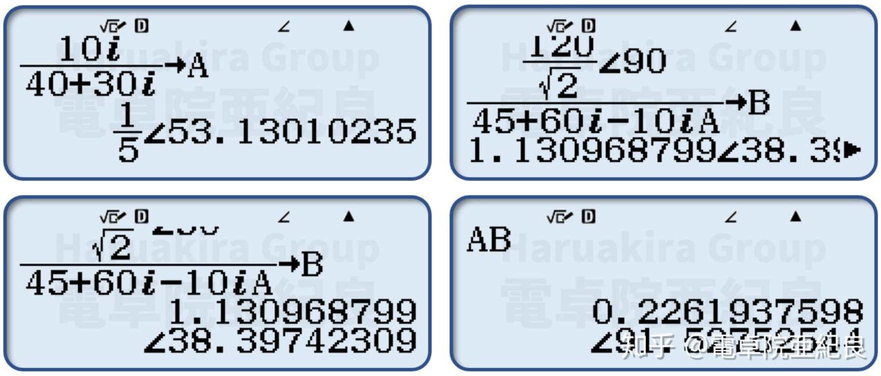
$$\begin{cases}(45+\mathrm{j}60)\dot{I}_1-\mathrm{j}10\dot{I}_2=\frac{120}{\sqrt{2}}\angle90^\circ\\ -\mathrm{j}10\dot{I}_1+(40+\mathrm{j}30)\dot{I}_2=0\end{cases}。$$

第一步：改写第二个方程，得 $\dot{I}_2=\dfrac{\mathrm{j}10}{40+\mathrm{j}30}\dot{I}_1=\mathrm{A}\dot{I}_1$ ；

第二步：代入第一个方程，计算 $\dot{I}_1$ 并将结果赋值到变量B，即

$$\dot{I}_1=\frac{\frac{120}{\sqrt{2}}\angle90^\circ}{45+\mathrm{j}60-\mathrm{j}10\mathrm{A}}\to\mathrm{B}\ ;$$

第三步：计算 $\dot{I}_2=\mathrm{AB}$ 。



由此得到： $\dot{I}_1=1.13\angle38.40^\circ(\mathrm{A})$ ， $\dot{I}_2=0.226\angle91.53^\circ(\mathrm{A})$ 。

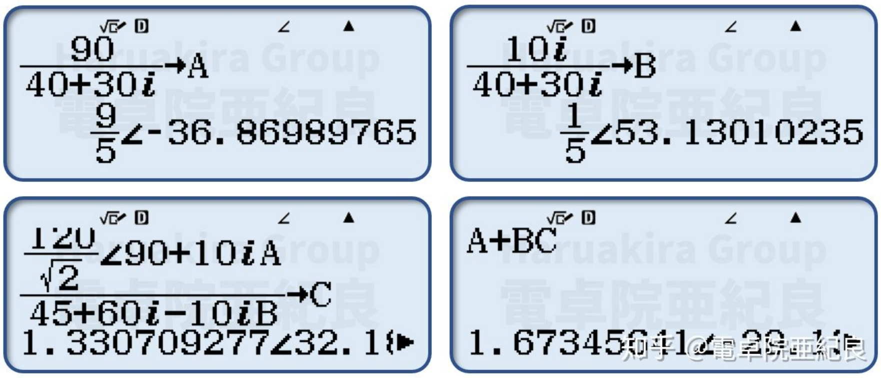
需要注意的是，这两个例题的方程组的形式都略为特殊，都是有一个方程组等号右边为0的。假如要求解一般的复系数线性方程组，例如把方程组（2）改成 $\begin{cases}(45+\mathrm{j}60)\dot{I}_1-\mathrm{j}10\dot{I}_2=\frac{120}{\sqrt{2}}\angle90^\circ\\ -\mathrm{j}10\dot{I}_1+(40+\mathrm{j}30)\dot{I}_2=90\end{cases}$ ，那么求解的过程应该是这样的：

$$\dot{I}_2=\frac{90}{40+\mathrm{j}30}+\frac{\mathrm{j}10}{40+\mathrm{j}30}\dot{I}_1\text{，其中}\ \frac{90}{40+\mathrm{j}30}\to\mathrm{A}\text{，}\ \frac{\mathrm{j}10}{40+\mathrm{j}30}\to\mathrm{B}\ ;$$

$$(45+\mathrm{j}60)\dot{I}_1-\mathrm{j}10(\mathrm{A}+\mathrm{B}\dot{I}_1)=\frac{120}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ$$ ，

$$\dot{I}_1=\frac{\frac{120}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ+\mathrm{j}10\mathrm{A}}{45+\mathrm{j}60-\mathrm{j}10\mathrm{B}}\to \mathrm{C}$$ ；

$\dot{I}_2=\mathrm{A}+\mathrm{BC}$ 。



由此得到： $\dot{I}_1=1.33\angle 32.19^\circ(\mathrm{A})$ ， $\dot{I}_2=1.67\angle-29.13^\circ(\mathrm{A})$ 。

同时使用线性方程组与复数功能的求解方法

这一方法的本质是将原方程组的实部和虚部分开（包括未知量在内），得到实系数的线性方程组再求解。这一方法的好处是不需要消元，不过笔者感觉求解的效率比前者略微低一点点。

我们以方程组（2） $\begin{cases}(45+\mathrm{j}60)\dot{I}_1-\mathrm{j}10\dot{I}_2=\frac{120}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ\\ -\mathrm{j}10\dot{I}_1+(40+\mathrm{j}30)\dot{I}_2=0\end{cases}$ 为例讲解。

因为未知量 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 都是相量，即都是复数，有实部和虚部，所以写成 $(a_1+\mathrm{j}b_1)$ 和 $(a_2+\mathrm{j}b_2)$ 。那么方程组（2）就变成了

$$\begin{cases}(45+\mathrm{j}60)(a_1+\mathrm{j}b_1)-\mathrm{j}10(a_2+\mathrm{j}b_2)=\mathrm{j}\frac{120}{\sqrt{2}}\\ -\mathrm{j}10(a_1+\mathrm{j}b_1)+(40+\mathrm{j}30)(a_2+\mathrm{j}b_2)=0\end{cases}$$

展开，得：

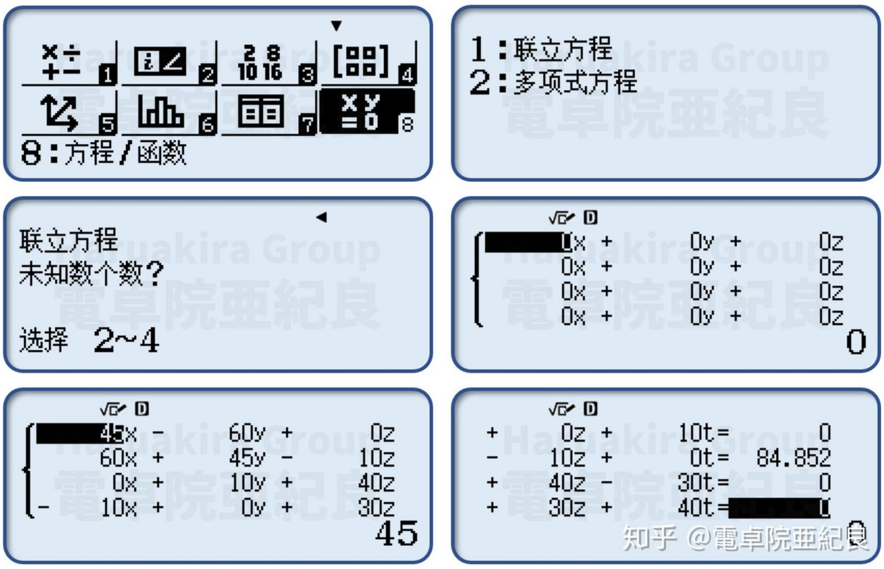
$$\begin{cases}45a_1+\mathrm{j}60a_1+45\mathrm{j}b_1-60b_1-\mathrm{j}10a_2+10b_2=\mathrm{j}\frac{120}{\sqrt{2}}\\ -\mathrm{j}10a_1+10b_1+40a_2+\mathrm{j}30a_2+40\mathrm{j}b_2-30b_2=0\end{cases}$$

然后再把实部和虚部分开，写成关于 a_1 ， b_1 ， a_2 ， b_2 四个实数的实系数四元线性方程组：

$$\begin{cases}45a_1-60b_1+10b_2=0\\ 60a_1+45b_1-10a_2=\frac{120}{\sqrt{2}}\\ 10b_1+40a_2-30b_2=0\\ -10a_1+30a_2+40b_2=0\end{cases}$$

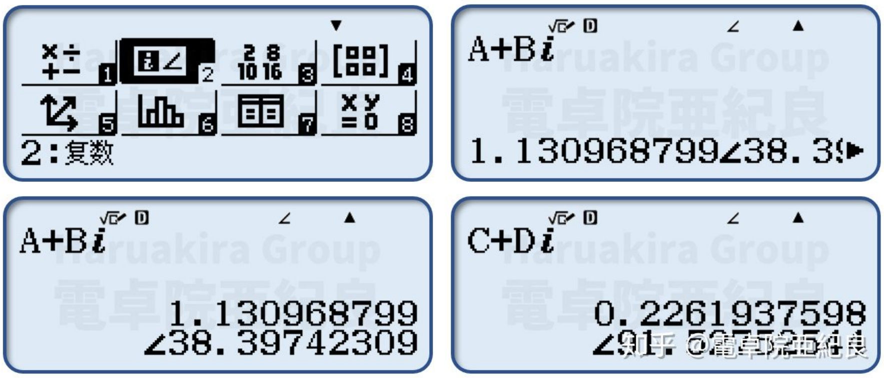
这样就可以直接使用计算器上的线性方程组求解功能了。

按[菜单]、[8]进入方程/函数模式，按[1]选择联立方程，再按[4]选择未知数为四个，然后按照方程组输入系数。这里未知数对应的关系是 $x=a_1$ ，$y=b_1$ ， $z=a_2$ ， $t=b_2$ ，输入结果如下图。



直接按[=]求解，得到x的解，这时按[STO]、[(-)]将这个结果赋值给变量A。然后再按[=]得到y的解，按[STO]、[°'"]将这个结果赋值给变量B。同样地操作方法，继续将z赋值给变量C、将t赋值给变量D。**（注意这里计算器显示的"存储到A"的提示只是变量赋值操作的一环而已，变量赋值是计算器的基本功能，并非表示计算器有了存储功能。）**

解出 a_1 ， b_1 ， a_2 ， b_2 之后，按[菜单]、[2]进入复数模式，然后计算A+Bi、C+Di就是 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 了。

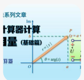


总结

这篇文章书写的缘起同样也是来自于一位朋友的提问。许多人使用fx-991CN X这款计算器是用于电路考试甚至是考研相关科目的复数（相量）的计算的，而能够直接求解复系数线性方程组的计算器（例如CASIO fx-9750GII、fx-9860GII系列等等）却又都是不能带进考场的，所以对计算器操作不甚了解的朋友就会在这样的问题上犯难，影响解题的效率。我们在这篇文章讲解的这两种解法，也是为大家在电路分析相关的计算中遇到的以复数为系数的线性方程组提供实际可行的求解方案。

如果对fx-991CN X的复数计算功能比较生疏，可以参考这两篇文章：

電卓院亜紀良：使用科学计算器计算复数与相量（基础篇）
328 赞同 · 11 评论 文章



電卓院亜紀良：使用科学计算器计算复数与相量（提高篇）
68 赞同 · 5 评论 文章

也可以参考《fx-991CN X使用教程》：

電卓院亜紀良：CASIO fx-991CN X中文版详细使用教程
601 赞同 · 18 评论 文章

编辑于 2020-04-28

计算器 科学计算器 电路

文章被以下专栏收录

你的计算器
真正的计算器爱好者聚集地，分享独家原创计算器知识。

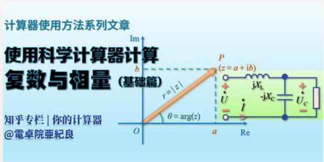
您的计算器
真正的计算器爱好者聚集地，分享独

收录专栏《你的计算器》所有独家原创内容。

推荐阅读

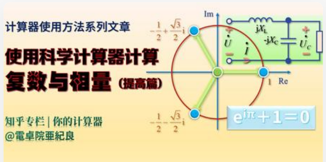
fx-991CN X非线性方程组的求解应用

電卓院亜紀... 发表于你的计算器



使用科学计算器计算复数与相量（基础篇）

電卓院亜紀良



使用科学计算器计算复数与相量（提高篇）

電卓院亜紀良

9 条评论 ⇄ 切换为时间排序

评论由作者筛选后显示

你懂的阳春白雪 2020-08-17
要的就是这个，太谢谢了
2

啊哈小破 2020-05-01
谢谢 我一会试试办法 愁死了 一晚上研究怎么解复数
2

三蹦少年 09-19
太牛逼了哥，给跪了
赞

簌秋挽风 07-06
谢谢！！！电路考前看到了 帮大忙了！！
赞

吴了 2020-12-28
牛
赞

Zn73 2020-10-14
感谢
赞

Jabez 2020-10-09
厉害👍
赞

呼呼陈 2020-09-01
nb！！！
赞

suzumiya 2020-08-12
感谢作者！

赞

▲ 赞同 139 ▼ 9 条评论 分享 喜欢 收藏 申请转载 ...