

---

## Quiz1

一、填空题（每题 5 分，总计 20 分）

1. 求曲面族  $xy = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$  满足的微分方程\_\_\_\_\_。
2. 求微分方程  $xy'' - (1+x)y' + y = 0$  的通解\_\_\_\_\_。
3. 求点  $(1,1,1)$  到平面  $27x + 88y + 85z - 200 = 0$  的距离\_\_\_\_\_。
4. 方程  $x^2 + 2y^2 - 4x - 12y + 12 = 0$  表示的二次曲面类型是\_\_\_\_\_。

二、解答题（每题 10 分，总计 80 分）

5. 求微分方程  $y' = \frac{y+x+1}{y-x+5}$  的通解。
6. 已知微分方程  $y' + y \cos x = 2x e^{\sin x} y^2$ ，求满足初始条件  $y|_{x=0} = 1$  时的特解。
7. 设函数  $\varphi(x)$  连续，且满足

$$\varphi(x) = e^x + \int_0^x t \varphi(t) dt + x \int_x^0 \varphi(t) dt$$

求  $\varphi(x)$ 。

8. 求微分方程  $y'' - 2y' + y = (\cos x + 1)e^x$  的特解。
9. 空间直角坐标系中两平面  $x + y + z - 2023 = 0$  和  $x - 2y - z + 987654321 = 0$  的交线为  $L$ 。求过点  $(1,3,5)$  并与直线  $L$  垂直的平面方程。
10. 设连接  $N(0,0,1)$  与  $A(a_1, a_2, 0)$  的直线交球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  于点  $A_1$ ，求点  $A_1$  的坐标。
11. 设连接  $N(0,0,1)$  与  $A(1,-1,0)$ ， $B(-1,1,0)$ ， $C(1,1,0)$  的直线依次交球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  于点  $A_1, B_1, C_1$ ，求四面体  $NA_1B_1C_1$  的体积。
12. (1) 求以点  $(0,0,2)$  为顶点的与球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  相切的锥面方程。（8 分）  
(2) 请估计此次测验的平均分。（签到题，回答即获得 2 分）