

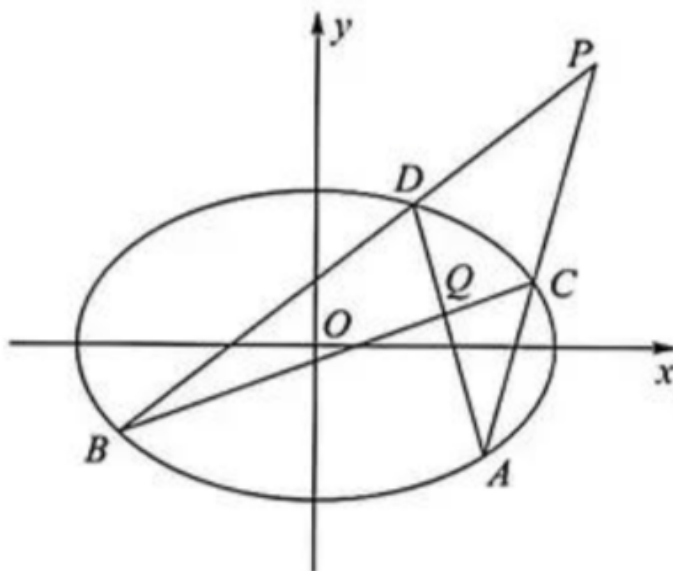
高中数学

解析几何教程

作者：还在尬黑

版本：第 1 版

日期：2025 年 9 月 19 日



前言

本书内容全部使用 \LaTeX 进行排版，作者”还在尬黑”是一位准大一学生，高中毕业于广东深圳中学，高三数学各次大考平均排名位于前 5%，高考应该也不例外。”还在尬黑”拥有知乎（同名），微信公众号（同名），小红书号（同名）等账号，头像是一个右手三叶结。以及不同名不同头像的 GitHub 账号，发表原创优质内容百余篇，在此十分感谢读者的支持和赞助！

”还在尬黑”对圆锥曲线的解题研究有着浓厚兴趣，并在书中将其总结成了一套完整的解析几何教程。本书适合高中解析几何解题体系未成熟的高二高三学生，以及前来自学的高一学生以及初中生，也可作为高中数学教材。笔者衷心希望本书能够帮助读者提高圆锥曲线解题速度和解题能力，并能够准确地识别班内的”大佬”是用什么东西来装逼的。

还在尬黑

2025 年 9 月 19 日

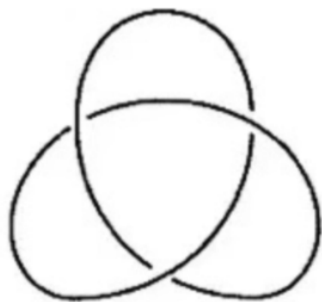


图 1: 我的头像

目录

第一章 先导课程	1
1.1 写在前面	1
1.2 常见的计算式子	1
第二章 导数与微分	2
2.1 导数的定义	2
2.2 微分的定义	2

第一章 先导课程

1.1 写在前面

解析几何是高中数学的重要学习内容，在高考中分值占比较高。

不少教辅会以“圆锥曲线”作为替代表述，这可能是因为圆锥曲线是解析几何中的重难点。但笔者认为“解析几何”更为贴切：第一，从应试角度考虑，圆锥曲线是解析几何的子集，现在考试有的题也会出直线和圆，新定义曲线（如 3 次曲线等）进行考察；第二，笔者打算从不单单只谈 3 种圆锥曲线，而是想在其基础之上，更多地普及一些考试常用的几何知识和背景；第三，笔者愿意先从最基本的直线开始说起，帮助读者搭建完整的解析几何体系。

1.2 常见的计算式子

首先，笔者来讲一讲怎么进行计算。这似乎是一个很简单的问题，但是谁又能保证在紧张刺激的考场环境下不会犯错误？一旦出现计算错误，检查就需要花费一定的时间，所以不如挑选合适的计算方法，从源头上减少失误。我们不妨先来看一些很整齐的式子：

例题 1.2.1

展开 $(a+b)(b+c)(c+a)$

解 1.2.1. 我们先按部就班地算一算：

$$\begin{aligned}(a+b)(b+c)(c+a) &= (b^2 + ac + ab + bc)(a+c) \\ &= ab^2 + b^2c + a^2c + ac^2 + a^2b + abc + abc + bc^2 \\ &= (a+b+c)(ab+bc+ca) - abc\end{aligned}$$

定理 1.2.1

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

第二章 导数与微分

2.1 导数的定义

定义 2.1.1: 导数

函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义, 当自变量 x 在 x_0 处取得增量 Δx (点 $x_0 + \Delta x$ 仍在该邻域内) 时, 相应地函数取得增量 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 。如果极限

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

存在, 则称函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处可导, 并称这个极限为函数在点 x_0 处的导数, 记作 $f'(x_0)$ 或 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ 。

例题 2.1.1: 求

数 $f(x) = x^2$ 在 $x = 1$ 处的导数。

解 2.1.1. 直接求导即可

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^2 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2+h) = 2$$

2.2 微分的定义

定义 2.2.1: 微分

函数 $y = f(x)$ 在点 x 的某个邻域内有定义, 如果函数的增量 $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 可以表示为

$$\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$$

其中 A 是不依赖于 Δx 的常数, 那么称函数 $y = f(x)$ 在点 x 处可微, 而 $A\Delta x$ 叫做函数在点 x 处相应于自变量增量 Δx 的微分, 记作 dy , 即 $dy = A\Delta x$ 。