2023年普通高等学校招生考试模拟试题

数学(一)

2023.6.1

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $\bar{z}=\dfrac{2i(4+i)}{1-i}$,则复数 z 的虚部为

A. $-3i$　　B. -3　　C. 3　　D. 5

2. 已知集合 $M=\{x|3x-x^2\geqslant 0\}$,$N=\{x|(x-a)^2\leqslant 4\}$,若 $(\complement_{\mathbf{R}}M)\cup N=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围为

A. $[1,2]$　　B. $(1,2)$

C. $(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$

3. 若 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\dfrac{\tan\alpha-1}{\sin\alpha}=$

A. $-\dfrac{12}{5}$　　B. $\dfrac{6}{5}$　　C. $\dfrac{12}{5}$　　D. $\dfrac{5}{12}$

4. 古印度数学家婆什迦罗在《莉拉沃蒂》一书中提出如下问题:某人给一个人布施,初日4德拉玛(古印度货币单位),其后日增5德拉玛.朋友啊,请马上告诉我,半个月中,他总共布施多少德拉玛?在这个问题中,这人15天的最后7天布施的德拉玛总数为

A. 133　　B. 308　　C. 413　　D. 427

5. 在平行四边形 $ABCD$ 中,AC 与 BD 交于点 O,点 E 是线段 AB 上靠近点 A 的三等分点,点 F 为线段 OE 的中点.设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,则 $\overrightarrow{AF}=$

A. $\dfrac{5}{12}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　B. $\dfrac{1}{4}\boldsymbol{a}+\dfrac{5}{12}\boldsymbol{b}$　　C. $\dfrac{5}{6}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $\dfrac{5}{12}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$

6. 已知椭圆 C:$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 的一个焦点为 F,点 P,Q 是 C 上关于原点对称的两点,则 $|PF|^2+6|QF|$ 的取值范围为

A. $[2,26]$　　B. $[51,52]$　　C. $[51,76]$　　D. $[52,76]$

7. 将函数 $f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 a 个单位长度(a 为常数,且 $0<a<2$),得到函数 $g(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象,若 $f(x)$ 在区间 $(m,n)(0<m<n<\pi)$ 上单调递增,$g(x)$ 在区间 (m,n) 上单调递减,则 $\dfrac{an}{\pi}-m$ 的最大值为

A. $-\dfrac{\pi}{8}$　　B. $-\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{24}$　　D. $\dfrac{5\pi}{12}$

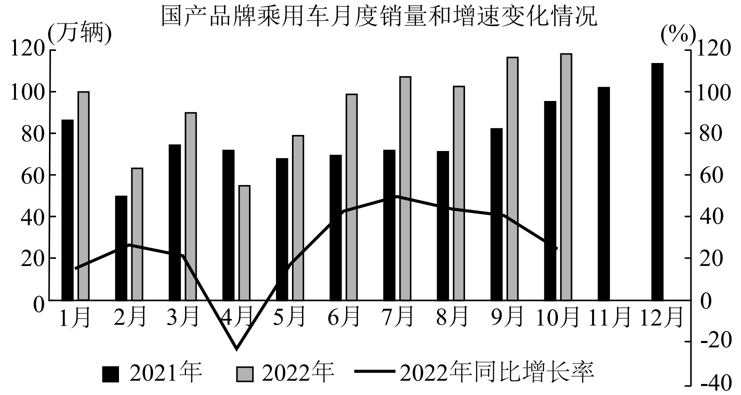
8. 已知 $a=1.3\ln 1.2$，$b=1.2\ln 1.3$，$c=\frac{13}{55}$，则

A. $a<b<c$　　　　B. $b<c<a$

C. $c<b<a$　　　　D. $c<a<b$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 据中国汽车工业协会统计分析，2022 年 10 月份，我国国产品牌乘用车销售了 118.7 万辆，市场占有率延续良好势头，份额超过 50%. 下图是 2021 年 1 月份至 2022 年 10 月份这 22 个月我国国产品牌乘用车月度销量及增速变化情况的统计图，则（同比：和去年同期相比）



A. 2021 年国产品牌乘用车月度平均销量超过 60 万辆

B. 2022 年前 10 个月国产品牌乘用车月度销量的同比增长率均为正数

C. 2022 年前 9 个月国产品牌乘用车月度销量的中位数为 5 月份的销量数据

D. 2022 年前 10 个月我国国产品牌乘用车月度销量的极差超过 58.7 万辆

10. 在 $(1-2x^3)(\sqrt{x}-a)^5$ 的展开式中，各项系数的和为 1，则

A. $a=3$

B. 展开式中的常数项为 -32

C. 展开式中 x^4 的系数为 160

D. 展开式中无理项的系数之和为 -242

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，M 分别为线段 AD_1，A_1C 的中点，点 N 在线段 B_1C_1 上，且 $B_1N=\lambda B_1C_1$（$\lambda\in[0,1]$），则

A. 平面 EMN 截正方体得到的截面多边形是矩形

B. 平面 $AD_1M\perp$ 平面 AB_1C

C. 存在 λ，使得平面 $EMN\perp$ 平面 AB_1C

D. 当 $\lambda=\frac{1}{3}$ 时，平面 EMN 截正方体得到的截面多边形的面积为 $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，$g(x)=(x-2)f(x)$，若 $g(4-x)=g(x)$，$f(-1)=-2$，则

A. $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称

B. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数

C. $g(5)=-6$

D. $\sum\limits_{i=1}^{2\,023} f(i)=0$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知圆锥的高为 3，若圆锥的表面积是底面积的 3 倍，则该圆锥的体积为________.

14. 定义：点 P 为曲线 Γ 外的一点，A,B 为曲线 Γ 上的两个动点，当 $\angle APB$ 取最大值时，$\angle APB$ 为点 P 对曲线 Γ 的张角. 已知点 P 为直线 $l: x+y-3=0$ 上的动点，A,B 为圆 $O: x^2+y^2=1$ 上的两个动点，设点 P 对圆 O 的张角为 θ，则 $\sin\dfrac{\theta}{2}$ 的最大值为________.

15. 十四届全国人大一次会议于 2023 年 3 月 5 日在北京召开. 会议期间，会议筹备组将包含甲、乙在内的 5 名工作人员分配到 3 个会议厅负责进场引导工作，每个会议厅至少 1 人，每人只负责一个会议厅，则甲、乙两人不分配到同一个会议厅的不同安排方法共有________种.（用数字作答）

16. 已知双曲线 $C: \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过点 F_1 作倾斜角为 30° 的直线 l 与 C 的左、右两支分别交于点 P,Q，若 $\left(\dfrac{\overrightarrow{F_2P}}{|\overrightarrow{F_2P}|}+\dfrac{\overrightarrow{F_2Q}}{|\overrightarrow{F_2Q}|}\right)\cdot(\overrightarrow{F_2P}-\overrightarrow{F_2Q})=0$，则 C 的离心率为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=3$，且 $\dfrac{S_n+S_{n+1}+3}{a_{n+1}}=2$.

(1) 证明：数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，并求其通项公式；

(2) 若________，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

从① $b_n=na_n$；② $b_n=\dfrac{2n+3}{(n^2+n)a_{n+1}}$；③ $b_n=(-1)^{n-1}a_na_{n+1}$，这三个条件中任选一个补充在上面的横线上并解答问题.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题满分 12 分）

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$\triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\sqrt{3}$，且 $\dfrac{b\sin C}{\sin A+\sin B-\sin C}=a-b+c$.

(1) 求 A 及 a 的值；

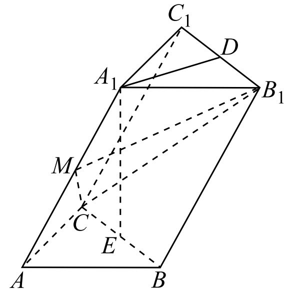
(2) 若 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BP}$，求线段 AP 长度的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 是以 BC 为斜边的等腰直角三角形，点 D 为棱 B_1C_1 的中点，棱 AA_1 上的点 M 满足 $A_1D\parallel$ 平面 B_1CM，$AA_1=2AC=4$.

(1) 求线段 AM 的长；

(2) 若点 E 为棱 BC 的中点，且 $A_1E\perp$ 平面 ABC，求直线 B_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.



20.(本小题满分 12 分)

直播带货是扶贫助农的一种新模式,这种模式是利用主流媒体的公信力,聚合销售主播的力量助力打通农产品产销链条,切实助力农民增收.我国南方某蜜桔种植县通过网络平台直播销售蜜桔,其中每箱蜜桔重 5 千克,单价为 40 元/箱,已知最近 5 天单日直播总时长 x(即所有主播的直播时长之和,单位:小时)与蜜桔的单日销售量 y(单位:百箱)之间的统计数据如下表:

直播总时长 x	8	9	11	12	15
单日销售量 y	67	63	80	80	85

可用线性回归模型拟合 y 与 x 之间的关系.

(1)试求变量 y 与 x 的经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)若每位主播每天直播的时间不超过 4 小时,要使每天直播带货销售蜜桔的总金额超过 60 万元,则至少要请几位主播进行直播?

(3)直播带货大大提升销量的同时,也增加了坏果赔付的成本.该蜜桔平均每箱按 80 个计算,若客户在收到货时有坏果,则每个坏果要赔付 1 元.现有甲、乙两款包装箱,若采用甲款包装箱,成本为 $t(1\leqslant t\leqslant 5)$元/箱,且每箱坏果的个数 X 服从 $P(X=i)=\begin{cases}\dfrac{1}{32},i=0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^{i},i=1,2,3,4,5\\ 0,i=6,\cdots,80\end{cases}$;若采用乙款包装箱,成本为 $\dfrac{3}{2}t$ 元/箱,且每箱坏果的个数 Y 服从 $P(Y=i)=\begin{cases}\dfrac{9}{16},i=0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^{i}m,i=1,2,3\\ 0,i=4,5,\cdots,80\end{cases}$.请运用概率统计的相关知识分析,选择哪款包装箱获得的利润更大?

附:$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$,$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=4\ 218$,$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=635$.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=mx^2-\mathrm{e}^x$,$f'(x)$为 $f(x)$的导函数.

(1)讨论 $f'(x)$的单调性;

(2)当 $x>0$ 时,若$\dfrac{f(x)}{x}\leqslant m\ln x$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

22.(本小题满分 12 分)

已知抛物线 C:$y^2=2x$ 的焦点为 F,其准线 l 与 x 轴交于点 P,过点 P 的直线与 C 交于 A,B 两点(点 A 在点 B 的左侧).

(1)若点 A 是线段 PB 的中点,求点 A 的坐标;

(2)若直线 AF 与 C 交于点 D,记$\triangle BDP$ 内切圆的半径为 r,求 r 的取值范围.

2023年普通高等学校招生考试模拟试题

数学(二)

2023.6.1

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{1}{3}<3^{x-2}\leqslant 9\right.\right\}$,$B=\{x\mid x^3\leqslant 5\sqrt{5}\}$,则 $A\cap B=$

A. $(-\infty,\sqrt{5}]$　　B. $(-\infty,4]$　　C. $(1,\sqrt{5}]$　　D. $[\sqrt{5},4]$

2. 已知复数 z 的实部为1,且 $|z-\bar{z}|=\left|\mathrm{i}-\frac{2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$,则 $z=$

A. $1+2\mathrm{i}$　　B. $1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $1\pm\mathrm{i}$　　D. $1\pm\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3. 下列四个条件中,是“$x<y$”的一个充分不必要条件的是

A. $x^2<y^2$　　B. $xz<yz$　　C. $xz^{2\,024}<yz^{2\,024}$　　D. $x+x^5<y+y^5$

4. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$,$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}+1$,则 $a_9=$

A. $\frac{1}{2^{10}-1}$　　B. $\frac{1}{2^9-1}$　　C. $2^{10}-1$　　D. 2^9-1

5. 过抛物线 C:$y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F,作倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 交 C 于 A,B 两点,交 C 的准线于点 M,若 $|OM|=\frac{2\sqrt{21}}{3}$($O$ 为坐标原点),则线段 AB 的长度为

A. 8　　B. 16　　C. 24　　D. 32

6. 若 $\frac{1}{\sin 2\beta}=\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}$,则 $\sin(\alpha-2\beta)=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. 0　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

7. 已知点 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)(x_1\neq x_2)$ 为椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上的两点,点 $P\left(\frac{a}{4},0\right)$ 满足 $|PM|=|PN|$,则 C 的离心率 e 的取值范围为

A. $\left(\frac{1}{4},1\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,$AC\perp$ 平面 PAB,$AB=AC=6$,$BP=2\sqrt{2}$,$\angle ABP=45^\circ$,则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为

A. 76π　　B. 128π　　C. 144π　　D. 148π

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知 m,n 为不同的直线，α,β 为不同的平面，则下列说法错误的是

A. 若 $m/\!/\alpha,n/\!/\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$　　B. 若 $m\perp\alpha,n\perp\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m/\!/n$

C. 若 $m/\!/\alpha,n\perp\beta,m\perp n$，则 $\alpha/\!/\beta$　　D. 若 $m/\!/\alpha,n\perp\beta,m/\!/n$，则 $\alpha\perp\beta$

10. 2022 世界乒乓球团体锦标赛在成都举办，中国女队、男队分别于 10 月 8 日和 10 月 9 日夺得团体赛冠军，国球运动又一次掀起热潮. 为了解性别与观众是否喜欢观看乒乓球比赛的关联性，某体育台随机抽取了 200 名观众进行统计，得到如图所示的列联表.

性别	观看乒乓球比赛	
	喜欢	不喜欢
男	60	40
女	20	80

则下列说法正确的是

参考公式：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

附表：

α	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

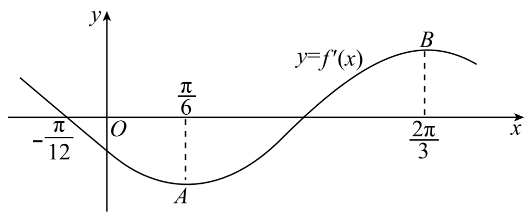
A. 喜欢观看乒乓球比赛的观众中，女生的频率为$\dfrac{1}{4}$

B. 男生中喜欢观看乒乓球比赛的频率为$\dfrac{2}{3}$

C. 依据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，认为性别与观众是否喜欢观看乒乓球比赛无关

D. 在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下，认为性别与观众是否喜欢观看乒乓球比赛有关

11. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的导函数 $f'(x)$的部分图象如图所示，其中点 A,B 分别为 $f'(x)$的图象上的一个最低点和一个最高点，则



A. $f'(x)=-2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

B. $f(x)$图象的对称轴为直线 $x=-\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$

C. $f'(x)$图象的一个对称中心为点$\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$

D. 将 $f(x)$的图象向右平移$\dfrac{3\pi}{4}$个单位长度，再将所有点的纵坐标伸长为原来的 2 倍，即可得到 $f'(x)$的图象

12. 若函数 $f(x)=\ln(ax)-1,g(x)=e^x-b$，满足对 $\forall x\in(0,+\infty)$均有 $f(x)g(x)\geqslant0$，则 ab 的取值不可能为

A. e　　B. $\dfrac{25}{4}$　　C. e^2　　D. 9

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(16,-2)$，$\boldsymbol{b}=(1,3)$，若 $(\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则向量 $\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量的模长为________.

14. 2022 年 12 月 8 日，国务院联防联控机制召开新闻发布会，介绍进一步优化落实疫情防控有关情况，传达我们要做好自己健康的第一责任人的精神. 小华准备了一些药物，现有三种退烧药、五种止咳药可供选择，小华从中随机选取两种，事件 A 表示选取的两种药中至少有一种是退烧药，事件 B 表示选取的两种药中恰有一种是止咳药，则 $P(A)=$________，$P(B|A)=$________.（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

15. 已知点 $A(1,m)$，$B(1,2\sqrt{5}-m)$，若圆 C：$x^2+y^2+2x=0$ 上有且只有一点 P，使得 $PA\perp PB$，则实数 m 的一个取值为________.（写出满足条件的一个即可）

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\ln x|, & 0<x\leqslant 3,\\ f(6-x), & 3<x<6,\\ f(x-6), & 6<x<12,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有八个不同的零点，从小到大依次为 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8$，则 $(x_1+x_2)^2+(x_7-6)^2+(x_8-6)^2$ 的取值范围为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，面积为 S，且 $\dfrac{a}{\cos A}+\dfrac{b}{\cos B}+\dfrac{c}{\cos C}=\dfrac{\sqrt{3}c\sin B}{\cos B\cos C}$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若 $a=4$，求证：$S\leqslant 4\sqrt{3}$.

18.（本小题满分 12 分）

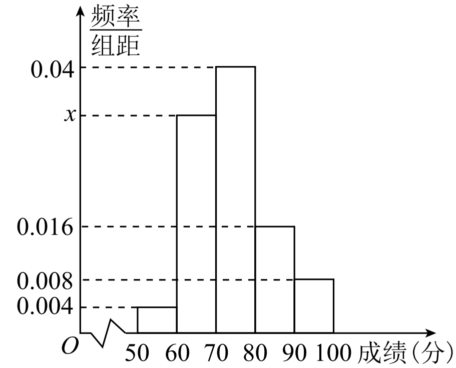
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $\dfrac{2S_n}{n}=n-13$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和为 T_n，设 $R_n=\dfrac{T_n}{n}$，求 R_n 的最小值.

19.（本小题满分 12 分）

十四届全国人大一次会议于 2023 年 3 月 5 日在北京顺利召开. 会议过后，某市宣传部组织市民积极参加"学习十四大"知识竞赛，并从所有参赛市民中随机抽取了 100 人，统计了他们的竞赛成绩 $m(50\leqslant m\leqslant 100)$，制成了如图所示的频率分布直方图.



(1)求这 100 位市民竞赛成绩的第 75 百分位数;

(2)该市某企业赞助了本次知识竞赛,并对每位参赛市民给予一定的奖励,奖励方案有以下两种:

方案一:按竞赛成绩 m 进行分类奖励:当 $50\leqslant m<70$ 时,每人奖励 60 元;当 $70\leqslant m<90$ 时,每人奖励 120 元;当 $m\geqslant 90$ 时,每人奖励 180 元.

方案二:利用抽奖的方式获得奖金,其中竞赛成绩低于样本中位数的只有一次抽奖机会,竞赛成绩不低于样本中位数的有两次抽奖机会,每次抽奖的奖金及对应的概率如表.

奖金	60	120
概率	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

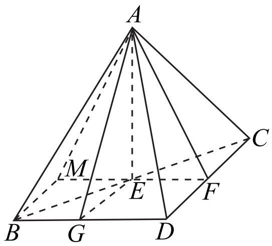
若该市某社区的所有参赛市民决定选择同一种奖励方案,试利用样本的频率估计总体的概率,从数学期望的角度分析,该社区参赛市民选择哪种奖励方案更有利?

20.(本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中,$\angle ABC=\angle ACB$,点 E,F 分别是棱 BC,DC 的中点,$CD\perp$平面 AEF.

(1)证明:平面 $ABC\perp$平面 BCD;

(2)过点 B 作 CD 的平行线交 FE 的延长线于点 M,$\angle ABC=2\angle BCD=60^\circ$,点 G 是线段 BD 上的动点,问:点 G 在何处时,平面 AEG 与平面 ABM 夹角的正弦值最小,并求出该最小正弦值.



21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,且 $|F_1F_2|=4$,C 的一条渐近线与直线 $l:y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 垂直.

(1)求 C 的标准方程;

(2)点 M 为 C 上一动点,直线 MF_1,MF_2 分别交 C 于不同的两点 A,B(均异于点 M),且$\overrightarrow{MF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1A}$,$\overrightarrow{MF_2}=\mu\overrightarrow{F_2B}$,问:$\lambda+\mu$ 是否为定值?若为定值,求出该定值;若不为定值,请说明理由.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x(\ln x+m)$.

(1)若 $f(x)$在区间$(1,\mathrm{e})$上有极小值,求实数 m 的取值范围;

(2)求证:$f(x)<x^3\mathrm{e}^x+(m-1)x$.