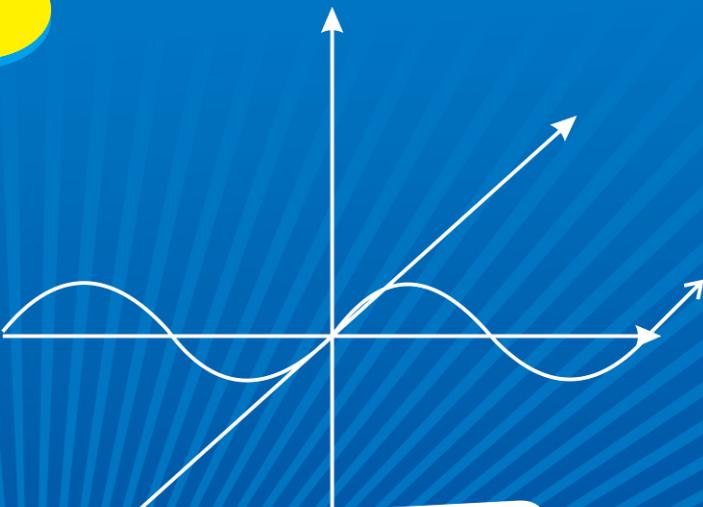
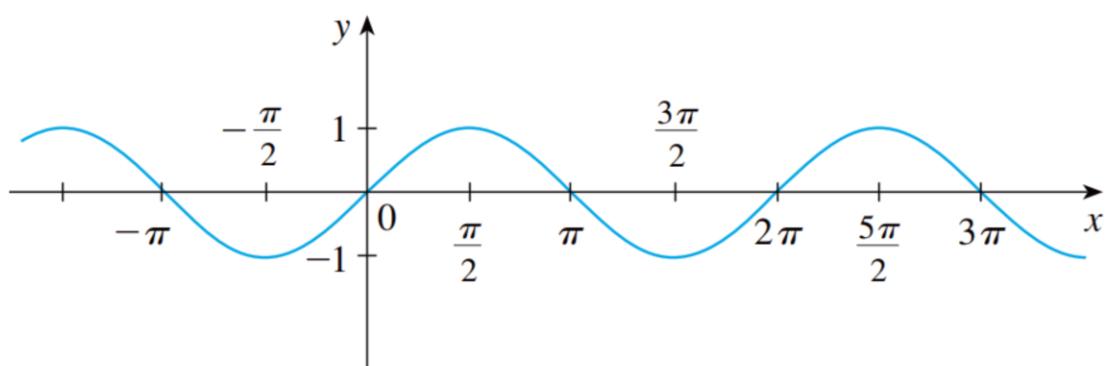


活跃数圈 禁止售卖

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} & a(x-x_1)(x-x_2) = 0 \\ \Downarrow && \Downarrow \\ ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) & \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0 \\ \Downarrow && \Downarrow \\ \Delta = b^2 - 4ac & \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{array} \right. & y = ax^2 + bx + c \end{aligned}$$



吹牛哥首届 公益导数杯解析



主编：浙江省杭州市肖洪



吹牛哥导数杯(公益)网络大赛

大赛目的 提高教师自身的价值观、认知观

大赛性质 纯公益性质,只为活跃数圈低迷氛围

参赛须知

- 1 本次赛事仅面向高中数学教师以及学有余力的高中数学学霸,请竞赛老师止步
- 2 赛事活动仅在[奇趣数学苑]及[阿叶数学]公众号发布,版权归属相关公众号
- 3 答题格式要求:A4幅面、宋体小四号字、1.5倍行距,提交PDF电子版
- 4 参赛者须在投稿截止日期前提交PDF电子版解答,否则成绩无效
- 5 提交文件以姓名+省市地区形式命名,比如:江苏省南京市吹牛哥,否则成绩无效
- 6 答卷批阅周期(1~2)个月
- 6 活动解释权归赛事主办方 **吹牛哥**

答题要求

- 1 用高中数学知识进行解答,杜绝高等数学知识等超越高中所学的知识内容
- 2 答题规范、论证严谨、排版工整,做到不重不漏、全面透彻
- 3 命题不易,命好题更不易,本次大赛无钓鱼题、神题、软件题,且行且珍惜
- 4 若对试题有疑问,欢迎反馈交流。大赛结束后,欢迎广大数学爱好者对试题提意见
- 5 请参赛人员理性答题,用所学相关知识解决问题,正视认知观和价值观

奖项设置

- 1 一等奖 奖金800元+定制精美奖杯1只 要求答对7题
- 2 二等奖 奖金600元+定制精美奖杯1只 要求答对6题
- 3 三等奖 奖金300元+定制精美奖杯1只 要求答对5题

参赛方式

唯一参赛方式,搜索微信号shengye8686或扫描侧方二维码添加本次网络大赛举办者吹牛哥微信(备注:参加导数杯网络大赛),邀你入群

报名时间 2022年10月18日~2022年10月26日



鸣谢

感谢各位赞助商赞助的公益活动基金,每笔公益基金的支出均会截图公示(不包括本人贪污的两包95至尊)



导数杯网络大赛公益赞助金使用情况

首先先真心感谢赞助的朋友,都是纯热爱,有学科带头人,有一试教练,有学生家长,有普通教师……。不仅吃亏不讨好,而且也没好处拿。大家赚钱不易,很多老师因为双减,还能尽绵薄之力,真心感谢各位,数圈朋友们相识便是缘分。

为了让大家知道自己的辛苦血汗钱没有被本人贪污,可以随时咨询以下命题人求证。赞助资金使用情况均以截图明示如下:

- 1 浙江省杭州市肖洪 命题+解析 = 4000 元
- 2 福建省厦门市郑小彬 命题 = 2000 元
- 3 四川省成都市付斌 命题 = 1000 元
- 4 江苏省无锡市王举 命题 = 1000 元
- 5 湖南省长沙市昊天 命题 = 1000 元
- 6 四川省德阳市吕崧 排版 = 1000 元
- 7 云南省昆明张麒 审稿 = 1000 元
- 8 封面设计 设计 = 150 元
- 9 精美奖杯定制 待定……

一总共筹得 16020 元,剩余的将用于奖励一二三等奖。丑话先说在前面,如果一等奖众多,发不出来别怪我,毕竟我们不是慈善家,希望大家能够理解,重在参与,寻求挑战才是我们追求的。

二如果发生意外没有一等奖,赞助有剩余,我们印刷出来发给赞助商及参赛选手当收藏留念,亦或是留在第二届导数杯使用。

三真心感谢各位支持与厚爱,希望我们的友谊天长地久,网络虽然虚拟,但是有时候远比现实中的朋友更加靠谱,互相帮助,共同进步!

导数杯赞助人员名单 (排名不分先后)

浙江省诸暨市沈铁表赞助100元
黑龙江省哈尔滨老李赞助100元
湖南省湖师大谢美丽赞助200元
广东省深圳市邬靖祥赞助100元
贵州省六盘水敏君哥赞助200元
浙江省绍兴市潘建伟赞助100元
陕西省西安市董越辰赞助100元
江西省赣州市钟智平赞助100元
浙江省奉化市罗局长赞助200元
安徽省合肥市许串联赞助400元
浙江省宁波市鲁汉杰赞助100元
江西省赣州市何伟富赞助100元
山东省肥城市朱万良赞助100元
黑龙江省鹤岗市久久赞助100元
重庆市渝北区何大勇赞助100元
四川省宜宾市肖利均赞助100元
江苏省扬州市郭志祥赞助100元
浙江省绍兴市施晓敏赞助100元
安徽省桐城市叶加义赞助100元
安徽省池州市向祖阳赞助100元
湖南省长沙市刘老根赞助200元
浙江省台州市陈锦城赞助100元
辽宁省抚顺市杨坤林赞助200元
辽宁省大连市刘世坤赞助100元
福建省福州市叶老师赞助100元
河北省廊坊市杨文明赞助100元
四川省自贡市罗毕任赞助100元
四川省成都市林木青赞助100元
河南省洛阳市张老师赞助100元
黑龙江省大庆市王志丽赞助100元

江苏省扬州市郭志祥赞助100元
广东省浮云市成云深赞助200元
深圳市福田区徐连福赞助100元
四川省仪陇县郭财明赞助100元
浙江省绍兴市陈少春赞助200元
浙江省绍兴市潘建伟赞助200元
福建省龙岩市林金海赞助100元
河北省衡水市王占浦赞助200元
江苏省徐州市吴少堂赞助100元
浙江省金华市郭杨文赞助100元
浙江省绍兴市任二伟赞助200元
福建省莆田区吴奇能赞助100元
福建省莆田区黄令金赞助100元
山东省龙口市何永生赞助200元
浙江省温州市吴时月赞助100元
黑龙江省哈三中邪帝赞助100元
吉林省长春市小李子赞助100元
山东省青岛市唐传建赞助100元
浙江省杭州市丁伟民赞助150元
四川省自贡市易老师赞助150元
云南省昆明市李耀伟赞助100元
山东省青岛市拉磨驴赞助120元
河南省信阳市张长新赞助100元
江苏省徐州市李晓晶赞助100元
广东省信宜市梁北永赞助100元
江苏省无锡市李屹松赞助100元
湖南省岳阳市易建立赞助100元
广东省佛山市李亚青赞助100元
河南省焦作市家长白军赞助100元
江苏省扬州市孟伟业赞助100元

广东省广州市王生赞助300元
江苏省苏州市赵韦赞助200元
湖北省咸宁市周维赞助100元
福建省福州市郑敏赞助100元
四川省天府王德举赞助100元
新疆省阿克苏李腾赞助200元
山东省滕州市陈兵赞助100元
北京市朝阳李焕新赞助100元
广西省柳州市吴云赞助100元
四川省德阳市吕崑赞助100元
江苏省徐州市孙琦赞助200元
福建省厦门市阿叶赞助100元
山东省济宁市康宁赞助100元
福建省福州市水姐赞助300元
江苏省常熟市潘坤赞助100元
浙江省温州市刘爽赞助100元
云南省昆明市叶钧赞助100元
山东省日照市李刚赞助100元
江苏省镇江市韩雨赞助100元
浙江省诸暨市陈风赞助100元
安徽省亳州市陈辉赞助100元
河南省信阳市李娜赞助100元
四川省成都市赵林赞助100元
贵州省兴义市罗豪赞助100元
贵州省兴义市罗豪赞助100元
浙江省杭州市桑琳赞助100元
浙江省余姚市朱哥赞助100元

广东省广州市张生赞助100元
广东省广州市彭阳赞助100元
重庆市万州区李勇赞助100元
山东省新泰市李强赞助100元
安徽省阜阳市刘建赞助300元
河南省周口市韩语赞助100元
湖南省怀化市赵亮赞助100元
安徽省合肥市曹怒赞助200元
山东省滕州市陈兵赞助300元
辽宁省鞍山市王全赞助200元
山东省青岛市李超赞助100元
北京市海淀区黎明赞助200元
江苏省泰州市陈明赞助100元
湖北省武汉市陈皓赞助100元
湖南省长沙市云东赞助100元
宁夏银川市杨宏瑜赞助100元
江苏省无锡李屹松赞助100元
江苏省南通祝东东赞助600元
湖北省武汉市唐佳赞助200元
湖北省荆州市大毛赞助300元
山东省青岛市家长赵培峰赞助100元
江苏省盐城市学生姚士杰赞助100元
山东省莱西实验张宏建校长赞助300元
江苏省无锡天一李维维教练赞助100元
浙江省学军中学龙崎钢教练赞助100元
广东省深圳市龙华区楚才教育贺姐赞助1000元



(一) 高考难度导数压轴题——隋涛命制

(二) 高考难度导数压轴题——郑小彬命制

(三) 高考难度导数压轴题——郑小彬命制

(四) 高考难度导数压轴题——王举命制

(五) 教师难度导数压轴题——付斌命制

(六) 教师难度导数压轴题——胡晓昊命制

(七) 教师难度导数压轴题——肖洪命制

(八) 教师难度导数压轴题——王举命制



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

北京通州市隋涛命制

1. 已知函数 $f(x) = \ln(x+a) + e^{-x} - a$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

(1) 判断 $x=0$ 是否为 $f(x)$ 的极值点? 请说明理由;

(2) 若 $1 < a < 2$, x_0 为 $f(x)$ 最小的零点, 证明: 当 $x \in (-a, 0)$ 时, $f(x) < f'(x_0)$.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

福建省厦门市郑小彬命制

2. 设函数 $f(x) = \frac{1}{2}\sin x - x\cos x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$), $g(x) = \tan x - \frac{2x}{1 + \sqrt{1 - ax^2}}$.

(1) 证明: $f(x)$ 有唯一零点;

(2) 记 $f(x)$ 的零点为 x_0 , 若 $\frac{4}{\pi^2} < a \leq \frac{1}{x_0^2}$, 证明: 当 $x \geq 0$ 时, $g(x) \geq 0$.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

福建省厦门市郑小梦命制

3. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $E: y = \log_a x (a > 1)$ 与 $F: y = \frac{b}{x} (b > 0)$

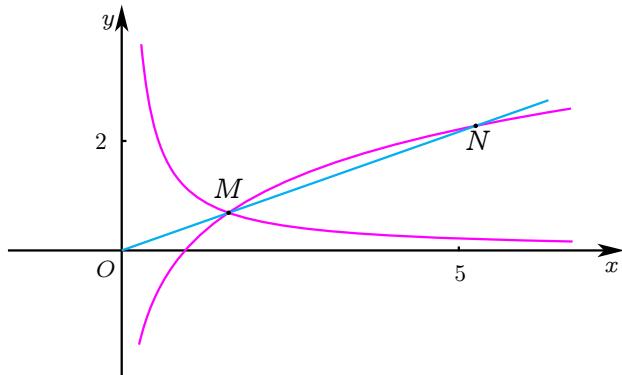
交于点 $M(x_M, y_M)$.

(1) 若直线 OM 与 E 相切, 求 a^b 的值;

(2) 如图, 若直线 OM 与 E 交于另一点 $N(x_N, y_N)$, 且 $|MN| \geq |OM|$.

(i) 求 a^b 的取值范围;

(ii) 求 $\ln x_M \ln x_N + \frac{\ln x_M x_N}{2}$ 的最小值.





2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

云南省昆明市张麒 联合命题
江苏省无锡市王举

4. 设函数 $f(x) = \ln x + \left(2 - \frac{1}{a}\right)x - \frac{b}{x}$, 其中 $a > 0, b > 0$, 且 $f(x)$ 有两个零点

$x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

(1) 当 b 变化时, 求 a 所有可能取值的集合;

(2) 设 $\frac{b}{a} = k$, k 为常数, 证明: $x_2 - x_1$ 随着 a 的增大而增大;

(3) 设常数 $t > 0$, 若 $at + \frac{1}{bt+1} \geq 1$ 恒成立, 求 t 的取值范围.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

四川省成都市付斌命题

5. 已知函数 $f(x) = a^x + x^a - ax - 1$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(1) 当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 取值范围;

(2) 当 $x \in (0,1)$ 时, $x^{1-x} + (1-x)^x + x^p \ln x + (1-x)^p \ln(1-x) > 1$, 求 p 的取值范围.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

湖南省长沙市彭晓昊命制

6. 已知 $f(x) = e^x - 1 + 2x + ax^2$, 定义 $f_1(x) = f(x)$, $f_{n+1}(x) = f[f_n(x)]$,
($n \in \mathbb{N}^+$), 且 $g_n(x) = f_n(x) - x$.
- (1) 若 $g_1(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 存在最小值, 试求 a 的取值范围;
- (2) 试讨论 $g_2(x)$ 的零点个数.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

浙江省杭州市少琪命制

7. 定义:若存在正数 m ,使得 $xF(x) \leq 0$ 在 $x \in (-m, m)$ 上恒成立,则称函数 $F(x)$ 为“叛逆函数”.已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - a \tan x - \sin x + \frac{1}{2}x^2 + 2x$,则
- (1) 当 $a=0$ 时,判断 $f(x)$ 是否为“叛逆函数”并说明理由;
 - (2) 若 $f(x)$ 为“叛逆函数”,求 a 的取值范围.



2022年·吹牛哥·第一届·导数杯

江苏省无锡市工举命题

8. 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 + x$, $g(x) = \frac{e-1}{3x} + 1$, 其中 e 是自然对数的底数.

(1) 设 $h(x) = f(x) - g(x)$

(i) 若函数 $h(x)$ 存在极大值, 且极大值为 0, 求 a 的值;

(ii) 设函数 $h(x)$ 的零点个数为 m , 求 m 的取值集合.

(2) 当 m 取 (1) 中的最大值时, 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ ($x > 0$) 仅有一条公切线, 求 a 的取值范围.