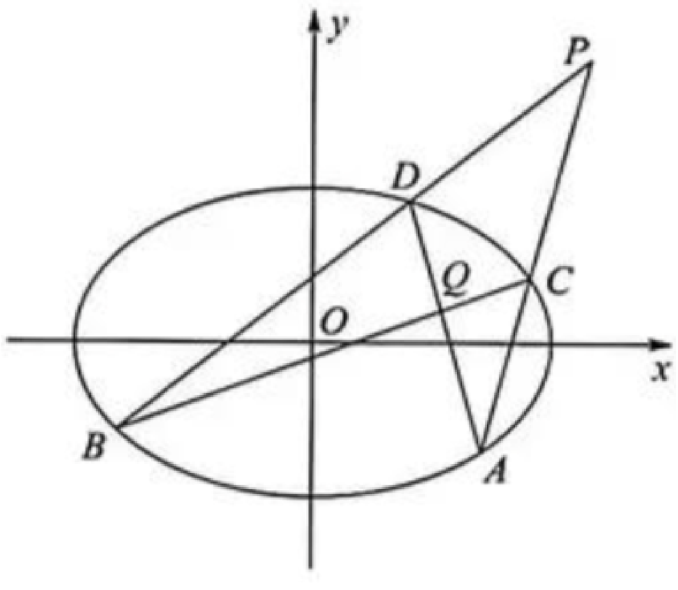
高中数学
解析几何教程

作者：还在尬黑

版本：第 1 版

日期：2025 年 9 月 20 日



前言

本书内容全部使用 LaTeX 进行排版，作者" 还在尬黑" 是一位准大一学生，高中毕业于广东深圳中学，高三数学各次大考平均排名位于前 5%，高考应该也不例外。" 还在尬黑" 拥有知乎（同名），微信公众号（同名），小红书号（同名）等账号，头像是一个右手三叶结。以及不同名不同头像的 GitHub 账号，发表原创优质内容百余篇，在此十分感谢读者的支持和赞助！

" 还在尬黑" 对圆锥曲线的解题研究有着浓厚兴趣，并在书中将其总结成了一套完整的解析几何教程。本书适合高中解析几何解题体系未成熟的高二高三学生，以及前来自学的高一学生以及初中生，也可作为高中数学教材。笔者衷心希望本书能够帮助读者提高圆锥曲线解题速度和解题能力，并能够准确地识别班内的" 大佬" 是用什么东西来装逼的。

本书后面有些部分为选学内容，留给同学们进行自我提高和兴趣拓展。当然，建议读者先打牢必学内容的基础，再来进行进一步的学习。

祝大家健康进步，高考成功！

还在尬黑
2025 年 9 月 20 日

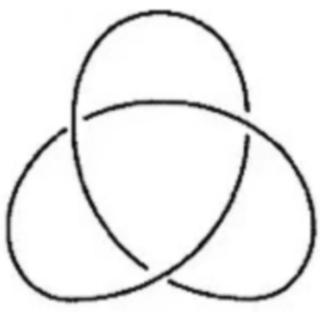


图 1: 我的头像

目录

第一章 先导课程

1.1 写在前面

解析几何是高中数学的重要学习内容，在高考中分值占比较高。

不少教辅会以“圆锥曲线”作为替代性的表述，这可能是因为圆锥曲线是解析几何中的重难点。但笔者认为“解析几何”更为贴切：第一，从应试角度考虑，圆锥曲线是解析几何的子集，现在考试有的题也会出直线和圆，新定义曲线（如 3 次曲线等）进行考察；第二，笔者打算从不单单只谈 3 种圆锥曲线，而是想在其基础之上，更多地普及一些考试常用的几何知识和背景；第三，笔者愿意先从最基本的直线开始说起，帮助读者搭建完整的解析几何体系。

1.2 常见的计算式子

首先，笔者来讲一讲怎么进行计算。这似乎是一个很简单的问题，但是谁又能保证在紧张刺激的考场环境下不会犯错误？一旦出现计算错误，检查就需要花费一定的时间，所以不如挑选合适的计算方法，从源头上减少失误。本节中，笔者会结合自己的一些实战经验，尽量告诉大家一些计算过程中减小失误的技巧，以及解析几何中计算的基本方向。

我们不妨先来看一些很整齐的式子，这些式子平时很常见，大家在备考强基计划的过程中也会遇到比较多这样的式子：

例题 1.2.1

将 $(a+b)(b+c)(c+a)$ 化为对称式

解 1.2.1. 化为对称式的意思是，将原来的式子进行局部因式分解，并尽己所能地凑出来形如 $a+b+c$ 等三个元同时出现且地位相同的式子：

$$\begin{aligned}(a+b)(b+c)(c+a) &= (b^2+ac+ab+bc)(a+c)\\ &= ab^2+b^2c+a^2c+ac^2+a^2b+abc+abc+bc^2\\ &= (a+b+c)(ab+bc+ca)-abc\end{aligned}$$

最后为什么

定理 1.2.1

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

第二章 导数与微分

2.1 导数的定义

定义 2.1.1: 导数

函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，当自变量 x 在 x_0 处取得增量 Δx（点 $x_0+\Delta x$ 仍在该邻域内）时，相应地函数取得增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$。如果极限

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

存在，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，并称这个极限为函数在点 x_0 处的导数，记作 $f'(x_0)$ 或 $\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0}$。

例题 2.1.1: 求

数 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 处的导数。

解 2.1.1. 直接求导即可

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(1+h)^2-1}{h}=\lim_{h\to 0}(2+h)=2$$

2.2 微分的定义

定义 2.2.1: 微分

函数 $y=f(x)$ 在点 x 的某个邻域内有定义，如果函数的增量 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$ 可以表示为

$$\Delta y=A\Delta x+o(\Delta x)$$

其中 A 是不依赖于 Δx 的常数，那么称函数 $y=f(x)$ 在点 x 处可微，而 $A\Delta x$ 叫做函数在点 x 处相应于自变量增量 Δx 的微分，记作 $\mathrm{d}y$，即 $\mathrm{d}y=A\Delta x$。