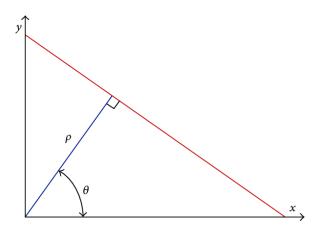
## Aspect teoretic

Transformata Hough este o tehnică des utilizată pentru detectarea oricărei forme geometrice dintr-o imagine, dacă se poate reprezenta acea formă în format matematic. Este o tehnică de extracție caracteristică utilizată în viziunea artificială, în analiza imaginii și în procesarea imaginii digitale. Poate detecta forma chiar dacă este defectă sau distorsionată puțin. Obiectivul tehnicii este de a găsi instanțe imperfecte ale obiectelor dintr-o anumită clasă de forme printr-o procedură de vot. Această procedură de vot se realizează într-un spațiu parametric, din care candidații obiect sunt obținuți ca maximele locale într-un așa-numit spațiu acumulator, care este construit în mod explicit de algoritmul pentru calculul transformatei Hough.

Inițial, conceptul transformatei Hough clasice a fost de a identifica liniile din imagine, dar mai târziu transformata Hough a fost extinsă pentru identificarea pozițiilor de forme arbitrare, cele mai frecvente fiind cercurile sau elipsele.

În analiza automată a imaginilor digitale, reiese de multe ori o subproblemă de detectare a formelor simple, cum ar fi liniile drepte, cercurile sau elipsele. În multe situații, un detector de margine poate fi folosit ca etapă de pre-procesare pentru a obține puncte de imagine sau pixeli de imagine care se găsesc pe curba dorită în spațiul imaginii. Cu toate acestea, datorită imperfecțiunilor datelor imaginii sau ale detectorului de cante, pot exista pixeli sau puncte lipsă pe curbele dorite, precum și deviații spațiale între linia linia ideală, cercul ideal sau elipsa ideală și punctele de margine cu zgomot, pe masură ce sunt obținute de la detectorul de cante. Datorită acestor cauze, adeseori este dificil (netrivial) să se grupeze caracteristicile marginilor extrase la un set specific de linii, cercuri sau elipse.

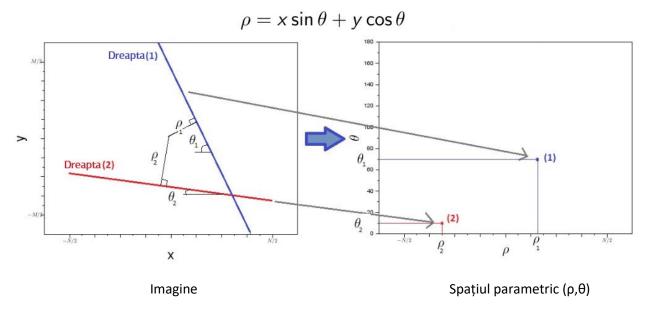
Cel mai simplu caz al transformatei Hough este detectarea liniilor drepte. O linie poate fi reprezentată matematic în moduri diferite, cum ar fi, de exemplu, prin ecuația y=mx+b, iar aceasta poate fi reprezentată ca punct (b,m) în spațiul parametric. Totuși liniile verticale reprezintă o dificultate. Ele ar genera valori nemărginite ale parametrului pantă m deoarece dinamica acestui coefficient poate fi foarte mare: poate fi zero pentru o linie orizontală, dar și infinită pentru una verticală. Prin urmare, s-a propus utilizarea formei normale Hesse  $\rho=x\cos\theta+y\sin\theta$ , unde  $\rho$  este distanța perpendiculară de la origine la linie, și  $\theta$  este unghiul format de această linie perpendiculară și axa orizontală masurată în sens trigonometric,  $\theta$  reprezentând orientarea liniei. Cele specificate anterior se pot reprezenta în următoarea imagine:



Reprezentarea polară a parametrilor  $(\rho,\theta)$ :

Vectorul perpendicular pe dreaptă, ce trece prin origine, reprezintă dreapta prin parametri  $\rho$  și  $\theta$ 

Transformata Hough constă în potrivirea liniilor din planul cartezian (x, y) cu reprezentarea lor în spațiul parametric  $(\rho, \theta)$ . Este dificil pentru că la un anumit punct (x, y) în plan se poate potrivi cu un număr infinit de linii (toate liniile care trec prin acel punct), care este un număr infinit de puncte în spațiul parametric  $(\rho, \theta)$ .

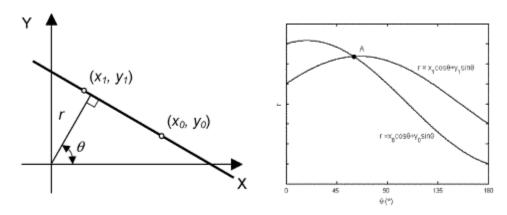


Dacă linia trece sub origine, va avea un rho pozitiv și un unghi mai mic de 180. Dacă trece peste origine, în loc să ia unghi mai mare de 180, unghiul este luat mai mic de 180, iar rho este luat negativ. Orice linie verticală va avea 0 grade, iar liniile orizontale vor avea 90 de grade.

Orice linie a imaginii poate fi reprezentată în acești doi termeni, (ρ, θ). Planul (ρ, θ) este denumit câteodată spațiul liber pentru setul de linii drepte în două dimensiuni. Această reprezentare face ca transformata Hough să fie din punct de vedere conceptual foarte apropiată de transformata Radon

bidimensională. De fapt, transformata Hough este echivalentă cu transformata Radon, dar cele două transformate au interpretări de calcul diferite asociate în mod tradițional cu acestea.

Luându-se în considerare un singur punct în plan, atunci setul tuturor liniilor drepte care trec prin acel punct corespund unei curbe sinusoidale în planul  $(\rho, \theta)$ , care este unic la acel punct. Un set de două sau mai multe puncte care formează o linie dreaptă va produce sinusoide care trec la  $(\rho, \theta)$  pentru acea linie. În acest mod, problema detectării punctelor coliniare poate fi convertită la problema aflării curbelor concurente.



Reprezentarea a două puncte în spațiul (x, y) reprezentând două sinusoide în planul  $(\rho, \theta)$ 

## Implementare

Întâi se creează o matrice 2D sau un acumulator (pentru a deține valorile celor 2 parametri) și este setat initial la 0. Algoritmul linear al transformatei Hough foloseste o matrice bidimensională denumită accumulator, pentru a identifica existenta unei linii drescrise de  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ . Rândurile indică parametrul  $\rho$  iar coloanele indică parametrul  $\theta$ . Dimensiunea matricei depinde de precizia de care este nevoie. Dacă se presupune că se dorește ca precizia unghiurilor să fie de 1 grad, este nevoie de 180 de coloane. Pentru  $\rho$ , distanța maximă posibilă este lungimea diagonală a imaginii. Astfel, luând o precizie de un pixel, numărul de rânduri poate fi lungimea diagonalei a imaginii. Dimensiunea acumulatorului este egală cu numărul de parametri necunoscuți, adică doi, luând în considerare valorile cuantizate ale lui  $\rho$  și  $\theta$  din perechea  $(\rho, \theta)$ . Pentru fiecare pixel la (x, y) și vecinătatea lui, algoritmul de transformare Hough determină dacă există suficiente dovezi ale unei linii drepte la acel pixel. În acest caz, se va calcula parametrii  $(\rho, \theta)$  ai liniei respective, apoi se va căuta containerul acumulatorului în care parametrii se încadrează și se va mări(incrementa) valoarea acelui container. Prin găsirea containerelor cu cele mai mari valori, de obicei prin căutarea maximelor locale în spațiul acumulatorului, liniile cele mai probabile pot fi extrase, iar definițiile lor geometrice (aproximative) sunt citite. Cea mai simplă cale de a afla aceste vârfuri este prin aplicarea unei anumite forme de prag, dar alte tehnici pot produce rezultate în diferite situații – determinarea liniilor care se

gasesc, precum și a numărului de linii. Datorită faptului că liniile returnate nu conțin informații despre lungime, este deseori necesar, în pasul următor, să se găsească părțile imaginii care corespund liniilor. Mai mult decât atât, din cauza erorilor de imperfecțiune în etapa de detectare a marginilor, vor exista de obicei erori în spațiul acumulatorului, ceea ce îl poate face sa nu fie ușoară aflarea vârfurile corespunzătoare și, astfel, liniile corespunzătoare.

Rezultatul final al transformării Hough liniare este o un vector bidimensional (o matrice) asemănător cu acumulatorul – o dimensiune a acestei matrici este unghiul cuantificat  $\theta$ , iar cealaltă dimensiune este dinstanța cuantificată  $\rho$ . Fiecare element al matricei are o valoare egală cu suma punctelor sau a pixelilor care sunt poziționați pe linia reprezentată de parametrii cuantizați ( $\rho$ ,  $\theta$ ). De aceea, elementul cu cea mai mare valoare indică linia dreaptă cea mai reprezentativă a imaginii de intrare.

## Exemplificare

Se consider o imagine de 100x100 cu o linie orizontală la mijloc. Se ia primul punct al liniei. Se cunosc valorile (x,y) ale acestui punct. În linia ecuației se pun valorile  $\theta = 0,1,2,\dots,180$  și se verifică  $\rho$  obținut.

Pentru fiecare pereche  $(\rho, \theta)$  se incrementează valoarea cu unu în acumulator în celulele sale  $(\rho, \theta)$  corespunzătoare. Deci, acum în acumulator, celula (50,90) = 1 împreună cu alte celule.

Apoi se ia al doilea punct de pe linie. Se procedează la fel ca mai sus. Se incrementează valorile în celulele corespunzatoare  $(\rho, \theta)$  pe care le-am obținut. De această dată, celula (50,90) = 2. Acest proces este de a vota valorile  $(\rho, \theta)$ . Se continuă acest proces pentru fiecare punct de pe linie. La fiecare punct, celula (50,90) va fi incrementată sau votată, în timp ce alte celule pot sau nu pot fi votate. Astfel, la final, celula (50,90) va avea voturi maxime. Deci, dacă se caută acumulatorul pentru voturi maxime, se va obține valoarea (50,90) care spune ca acolo este o linie în respectiva imagine la distanța 50 de la origine și la unghiul de 90 de grade. Urmatoarea imagine arată acumulatorul. Punctele luminoase din locatii indică faptul ca acestea sunt parametri liniilor posibile din imagine.

