

ÁRVORES AVL

Prof. Alberto Costa Neto

O PROBLEMA

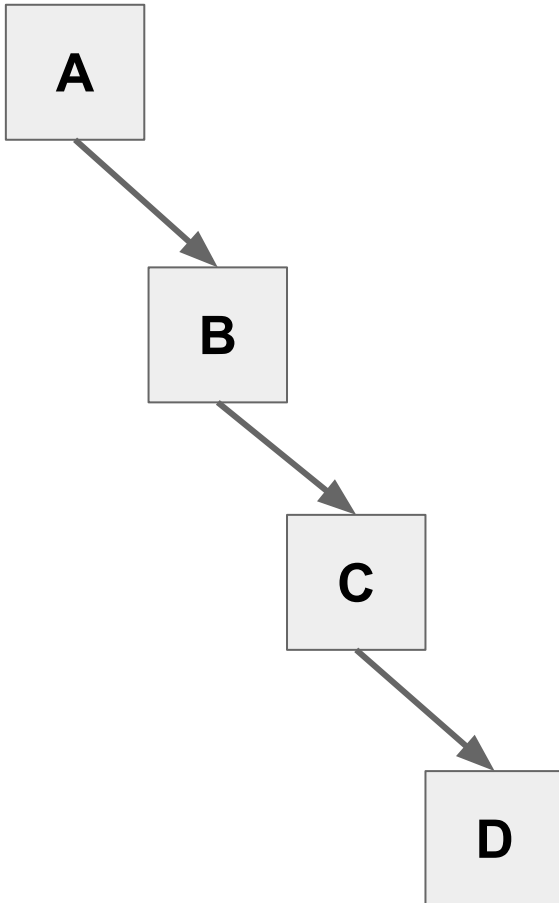
- Simule inserções de forma crescente ou decrescente em uma árvore binária de busca.

Qual será o resultado?



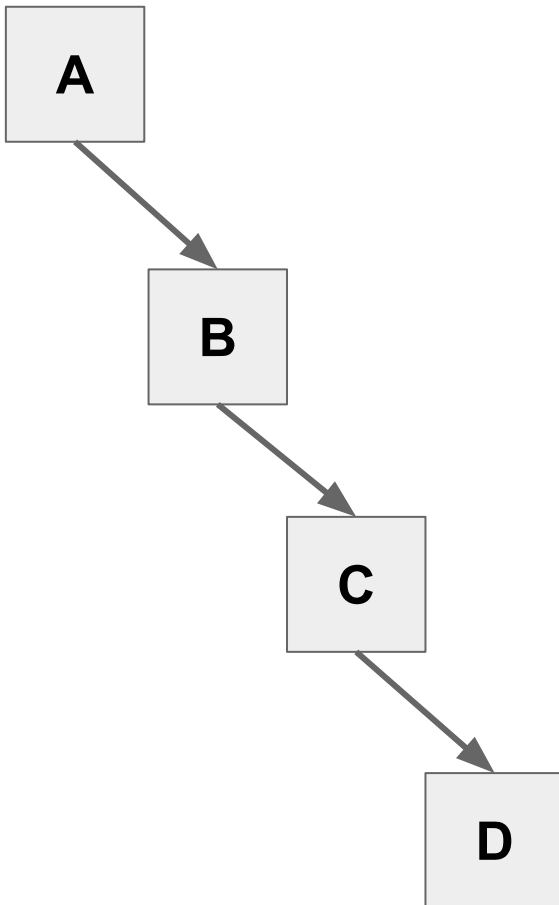
INSERINDO EM ORDEM CRESCENTE

- **Crescente**

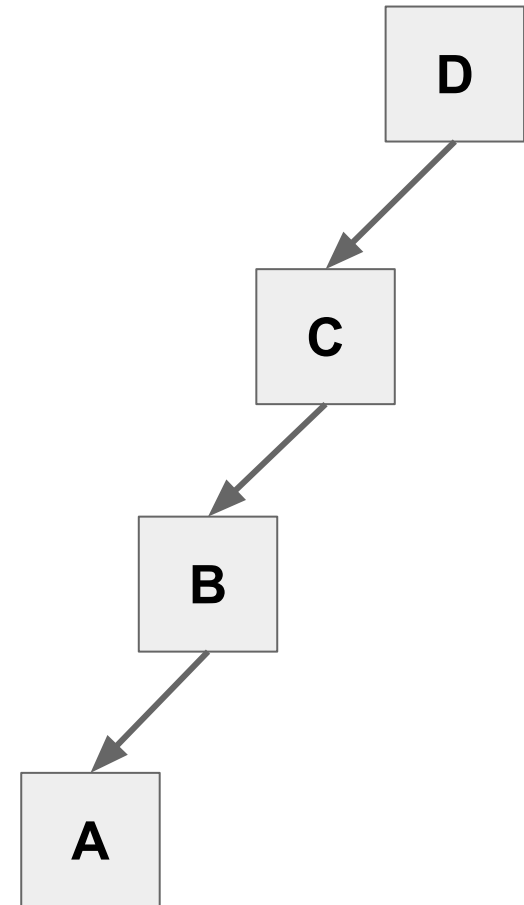


INSERINDO EM ORDEM DECRESCENTE

- **Crescente**

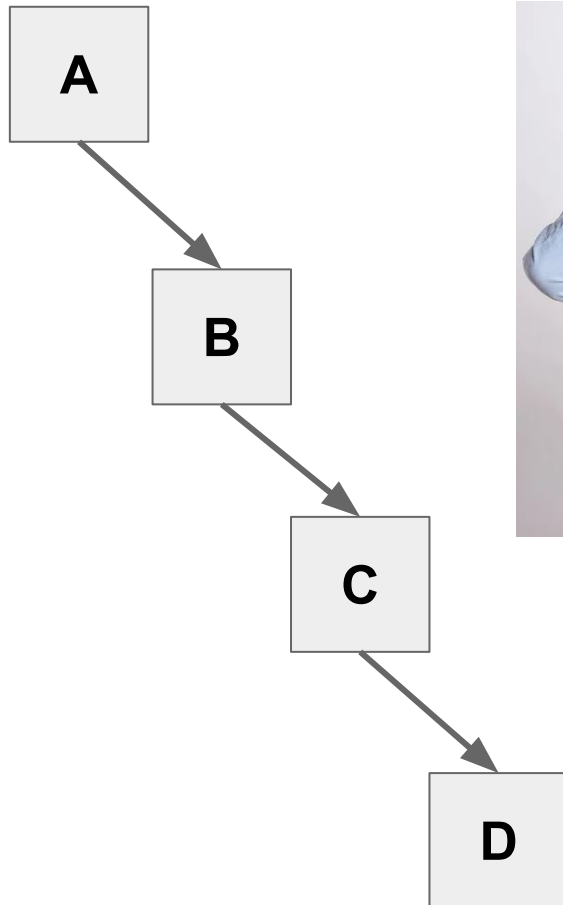


- **Decrescente**

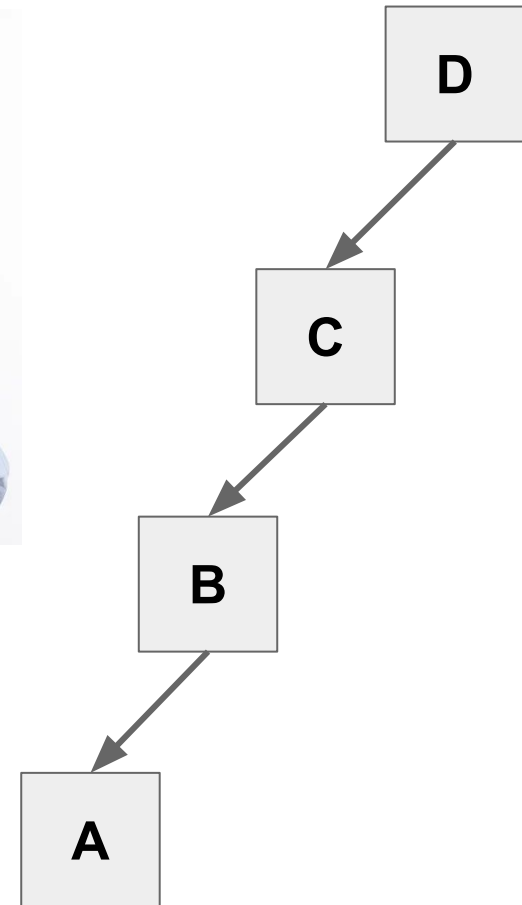


RESULTADO

- **Crescente**

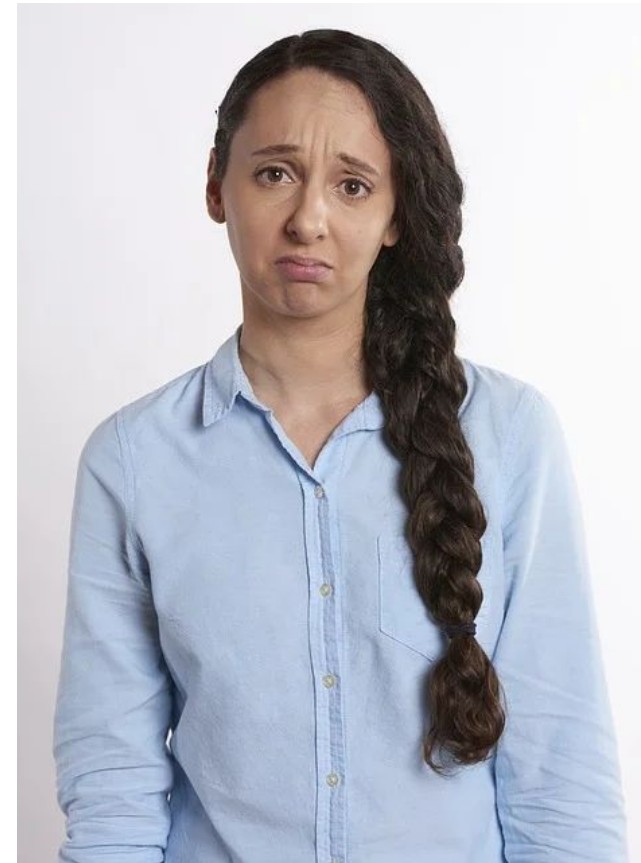


- **Decrescente**



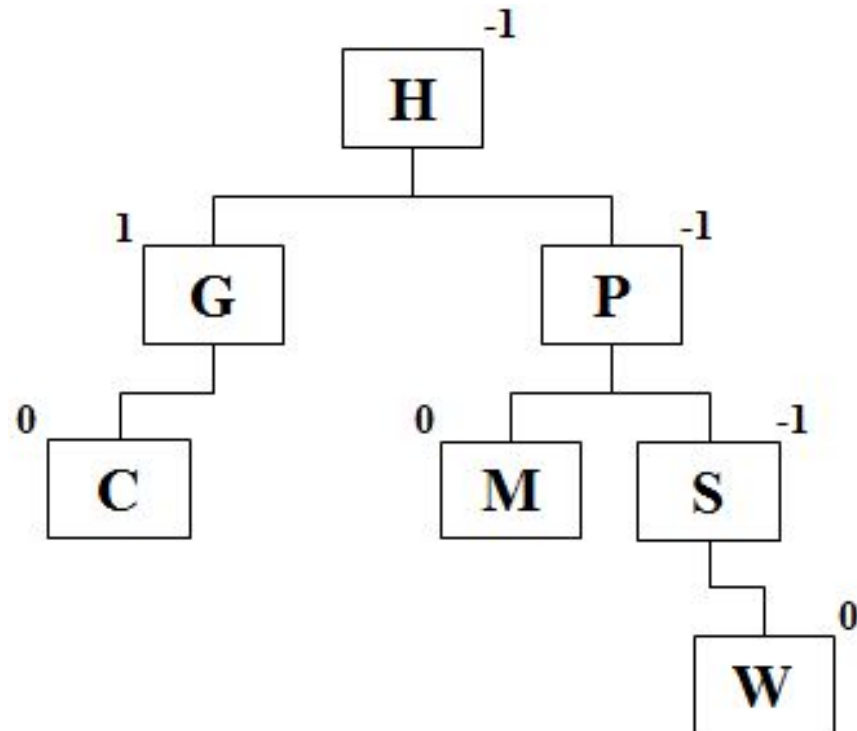
ÁRVORE BINÁRIA DESEQUILIBRADA (DEGENERADA)

- Numa árvore binária de busca **degenerada**:
 - Perde-se a vantagem da Busca Binária
 - Busca volta a ser sequencial
 - Temos uma **disposição semelhante a uma lista encadeada ordenada**, porém utilizando mais espaço na memória

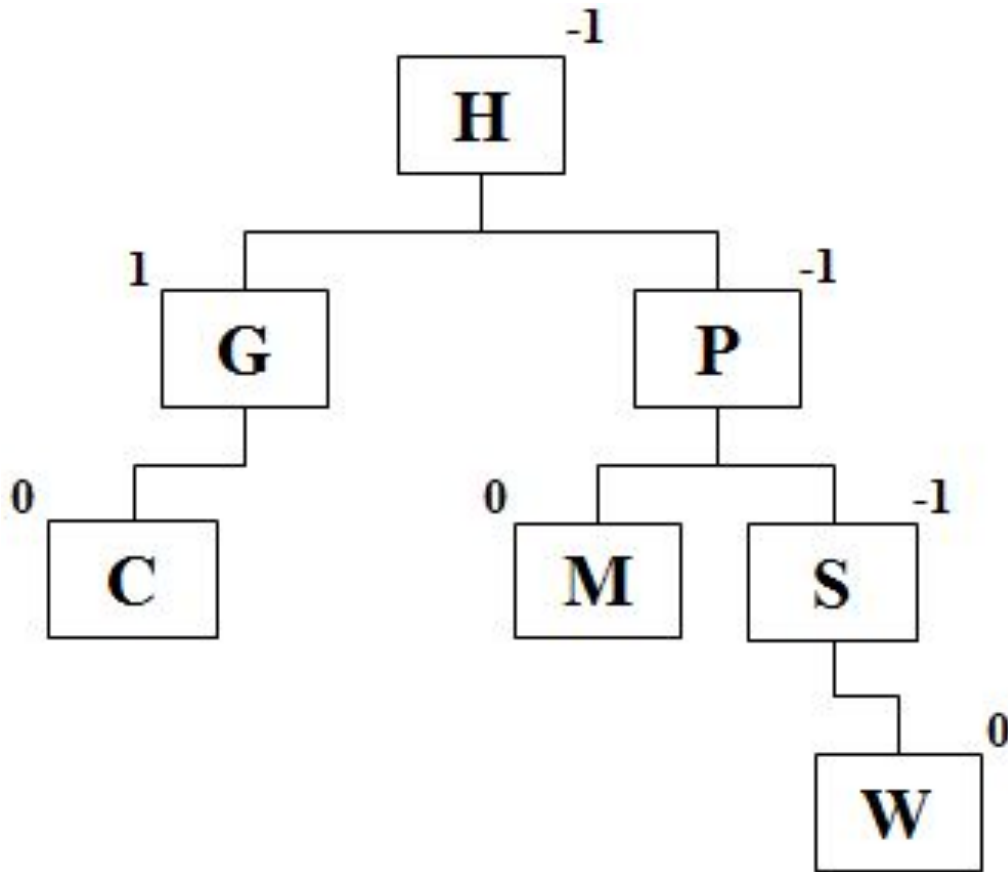


ÁRVORES AVL: DEFINIÇÃO

- Uma árvore é considerada AVL quando **a altura de suas subárvores direita e esquerda diferem no máximo 1 unidade**, isto é, a árvore permanece sempre balanceada.
- AVL vem da abreviatura dos nomes de seus criadores G.M. Adelson-Velskii e E.M. Landis, em 1962



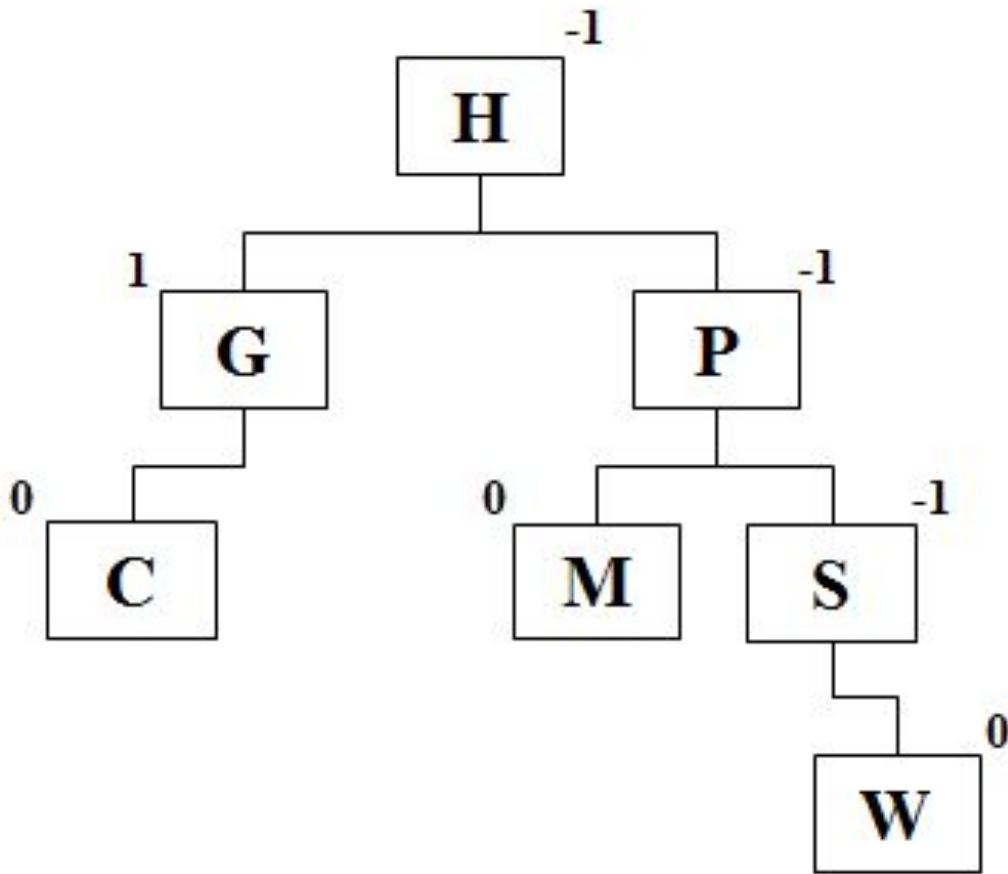
EXEMPLO DE ÁRVORE AVL



- Este número próximo ao Nó representa o **balanço**.
- Como o **balanço** é calculado?

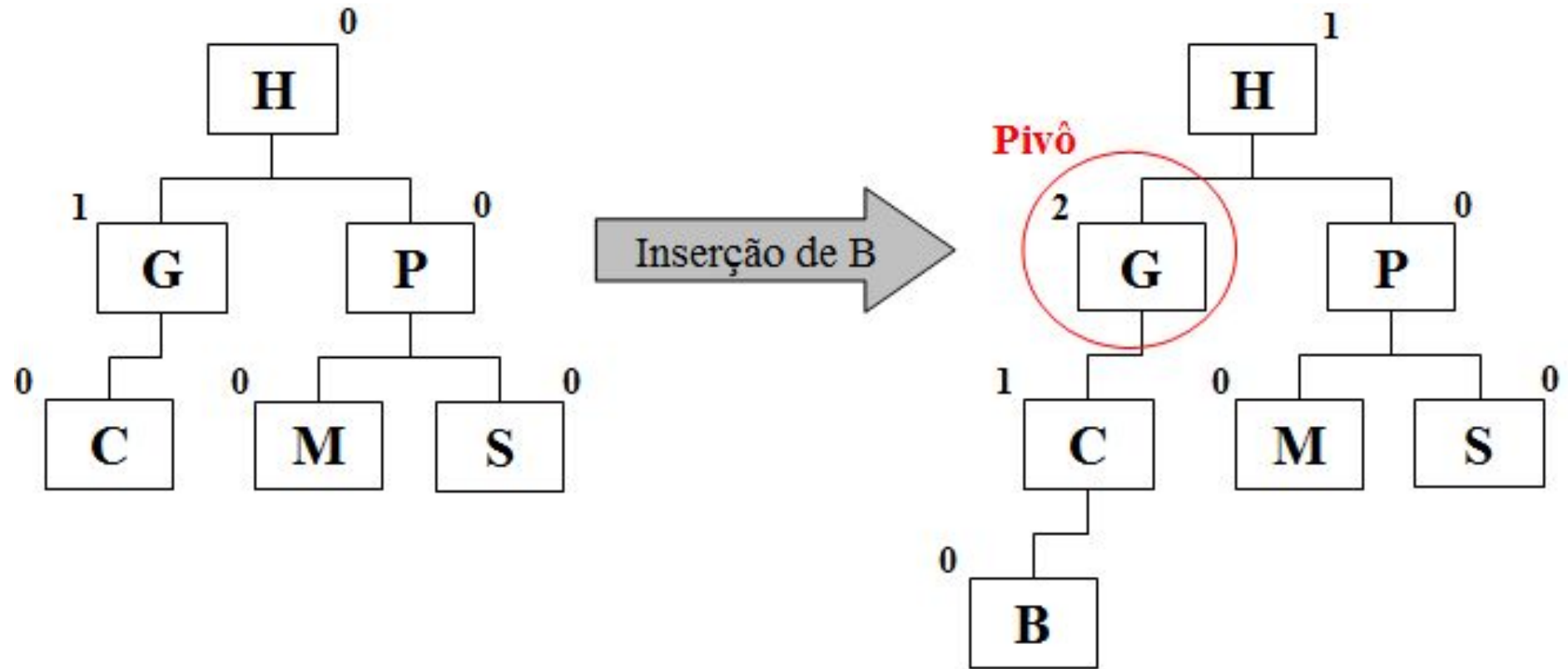


CÁLCULO DO BALANÇO



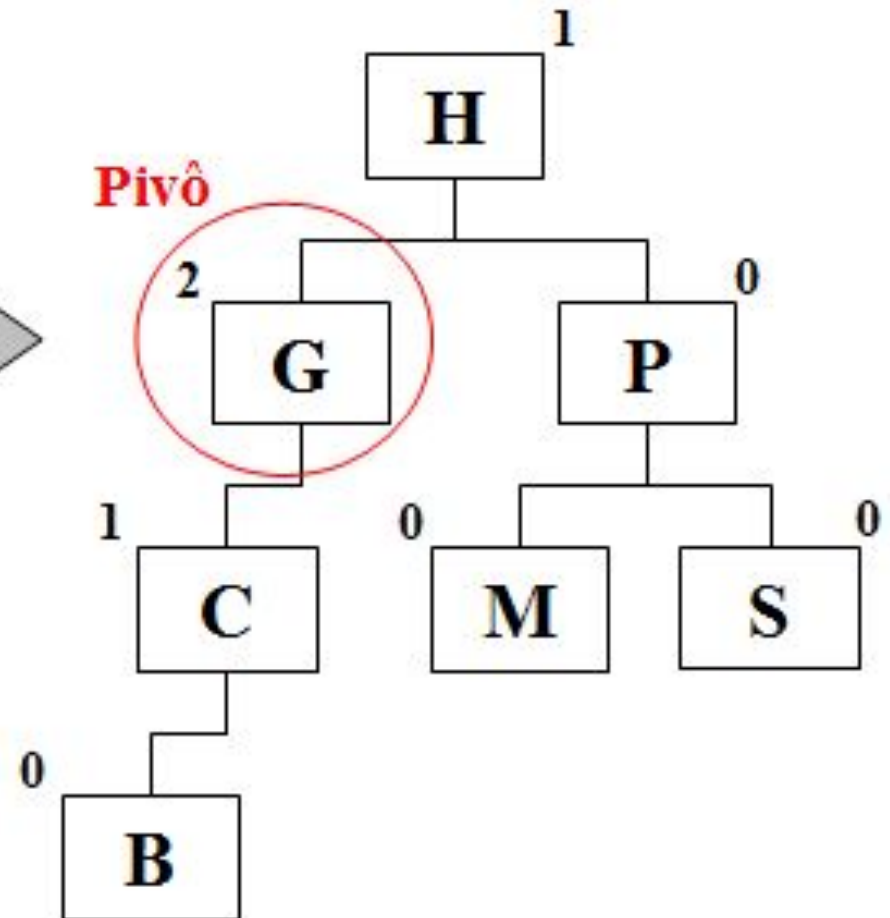
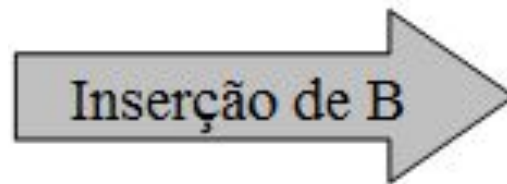
- **Resposta:** É a **diferença** entre a **altura da subárvore esquerda** e a **altura da subárvore direita**

INSERÇÃO EM ÁRVORE AVL



INSERÇÃO EM ÁRVORE AVL

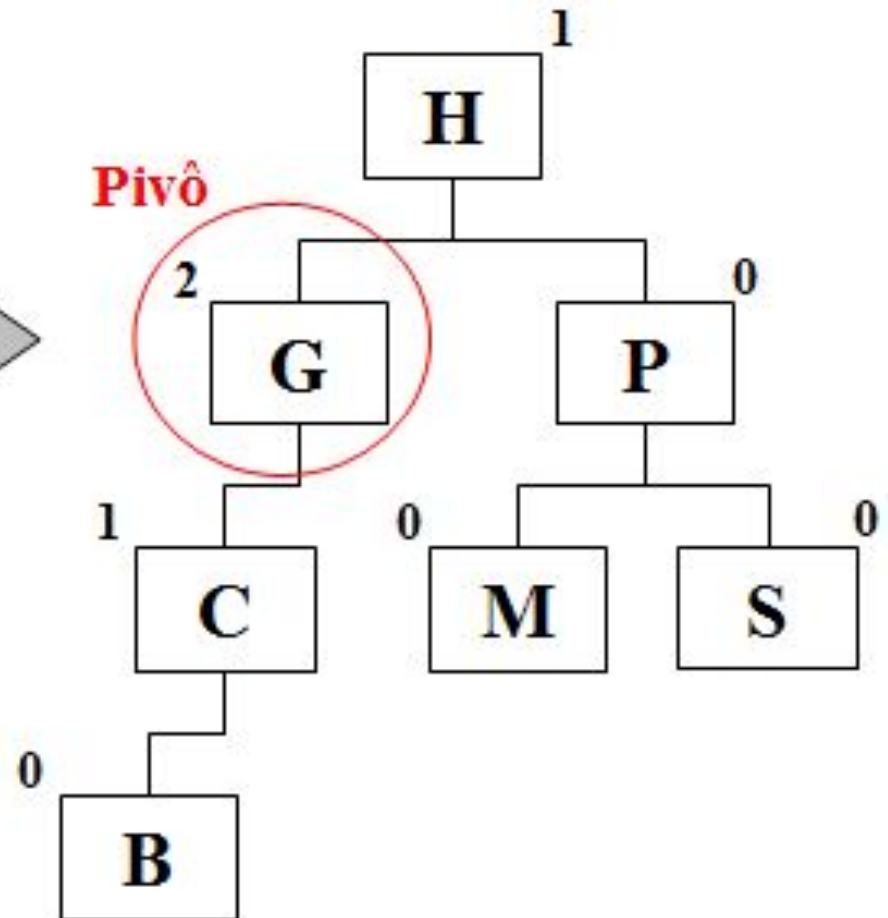
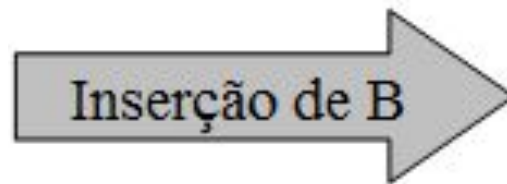
Notou algum problema nos balanços após a inserção de B?



INSERÇÃO EM ÁRVORE AVL

0 balanço do nó G ultrapassou o máximo de 1!

Tem solução? Qual?

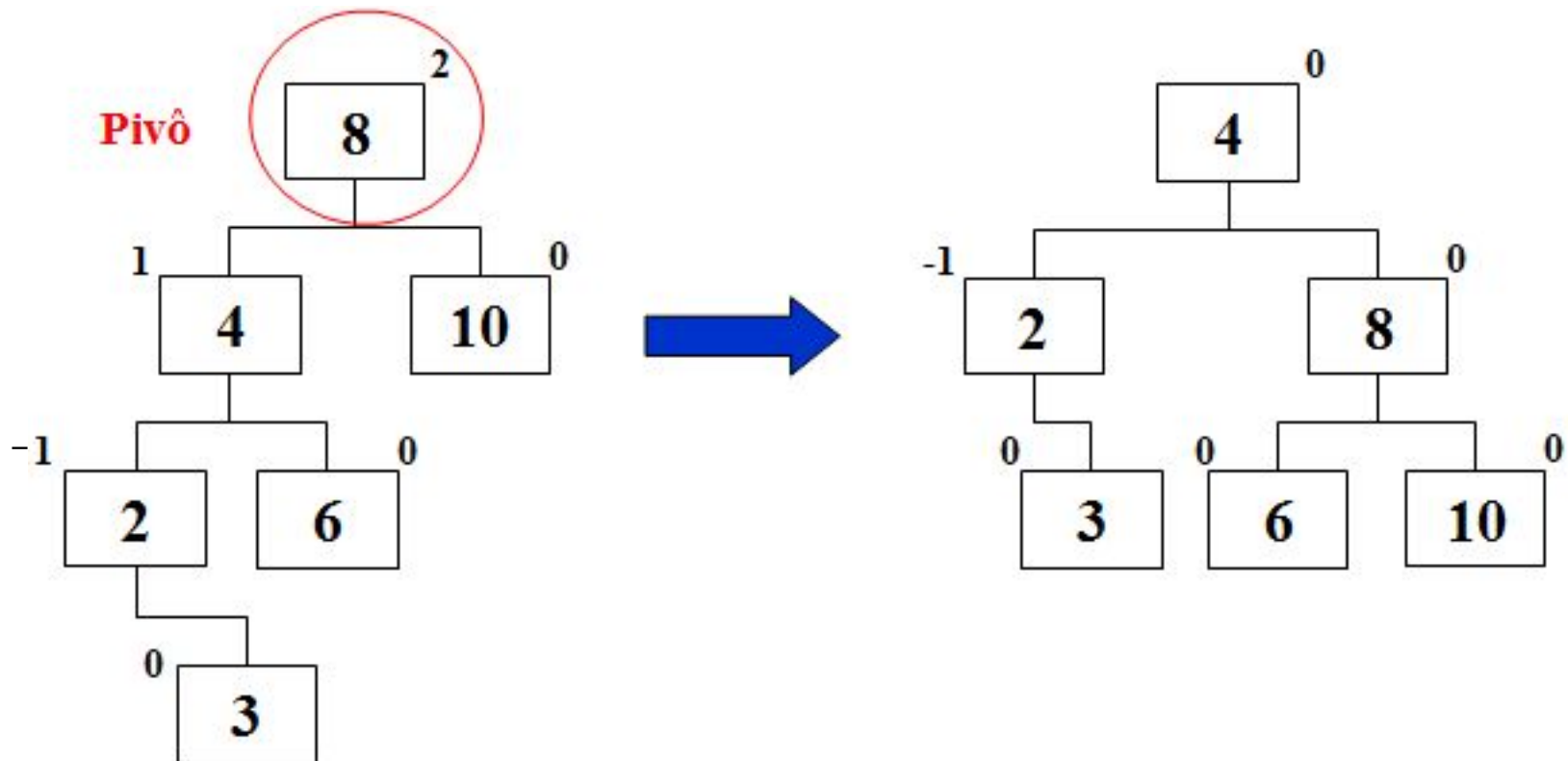


SOLUÇÃO: ROTAÇÕES

- **Rotação Simples para Direita:** Quando pivô e filho esquerdo têm maior altura no lado esquerdo.
- **Rotação Simples para Esquerda:** Quando pivô e filho direito têm maior altura no lado direito.
- **Rotação Dupla uma para Esquerda outra para Direita:** Quando pivô tem maior altura do lado esquerdo e o filho tem maior altura do lado direito.
- **Rotação Dupla uma para Direita outra para Esquerda:** Quando pivô tem maior altura do lado direito e o filho tem maior altura do lado esquerdo.

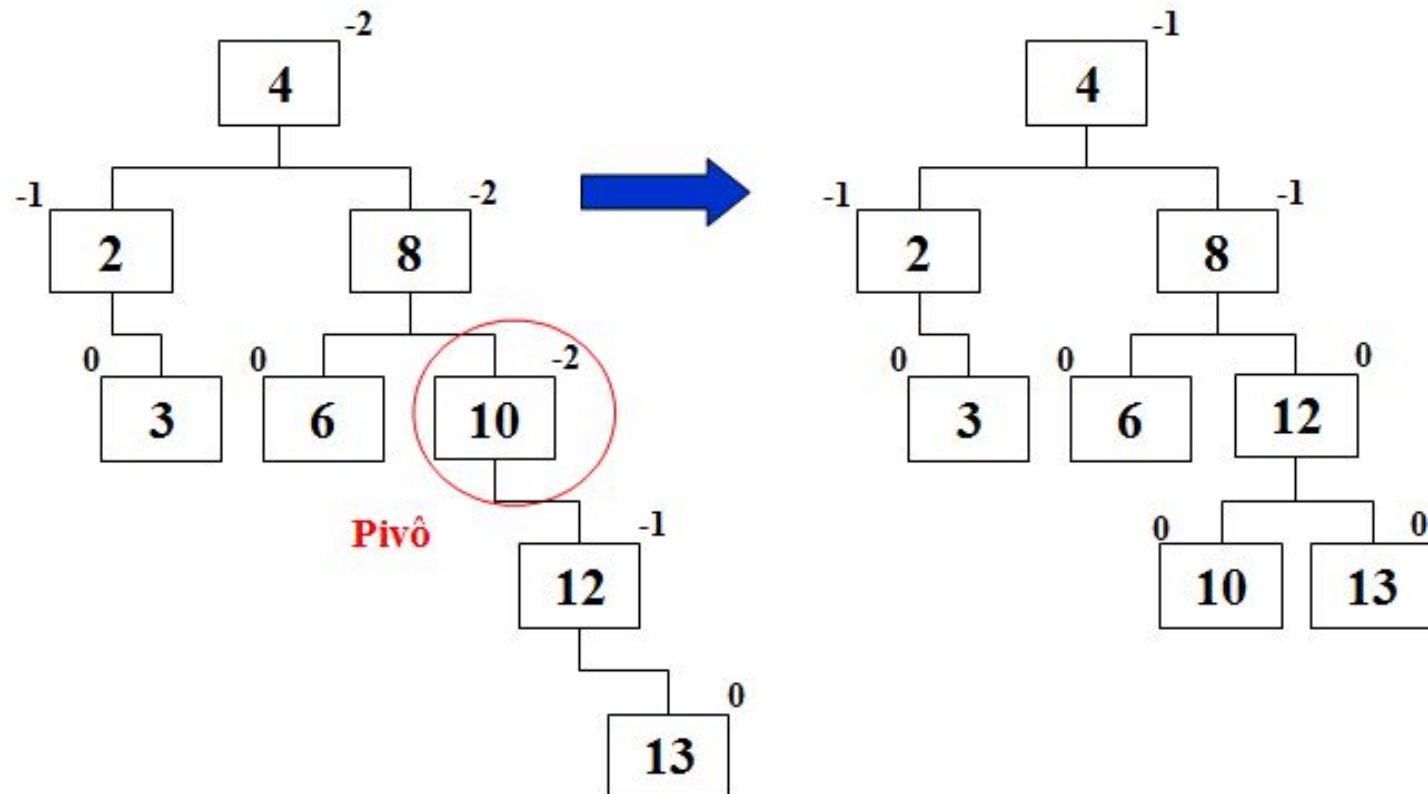
ROTAÇÃO SIMPLES PARA DIREITA

- Após a inserção do valor 3, a árvore AVL ficou desbalanceada.
- O **pivô** (nó que contém 8) tem **balanço 2** e seu **filho esquerdo** (4) tem **balanço 1**. Ao aplicar a **rotação simples para direita**, a árvore volta a ficar balanceada.



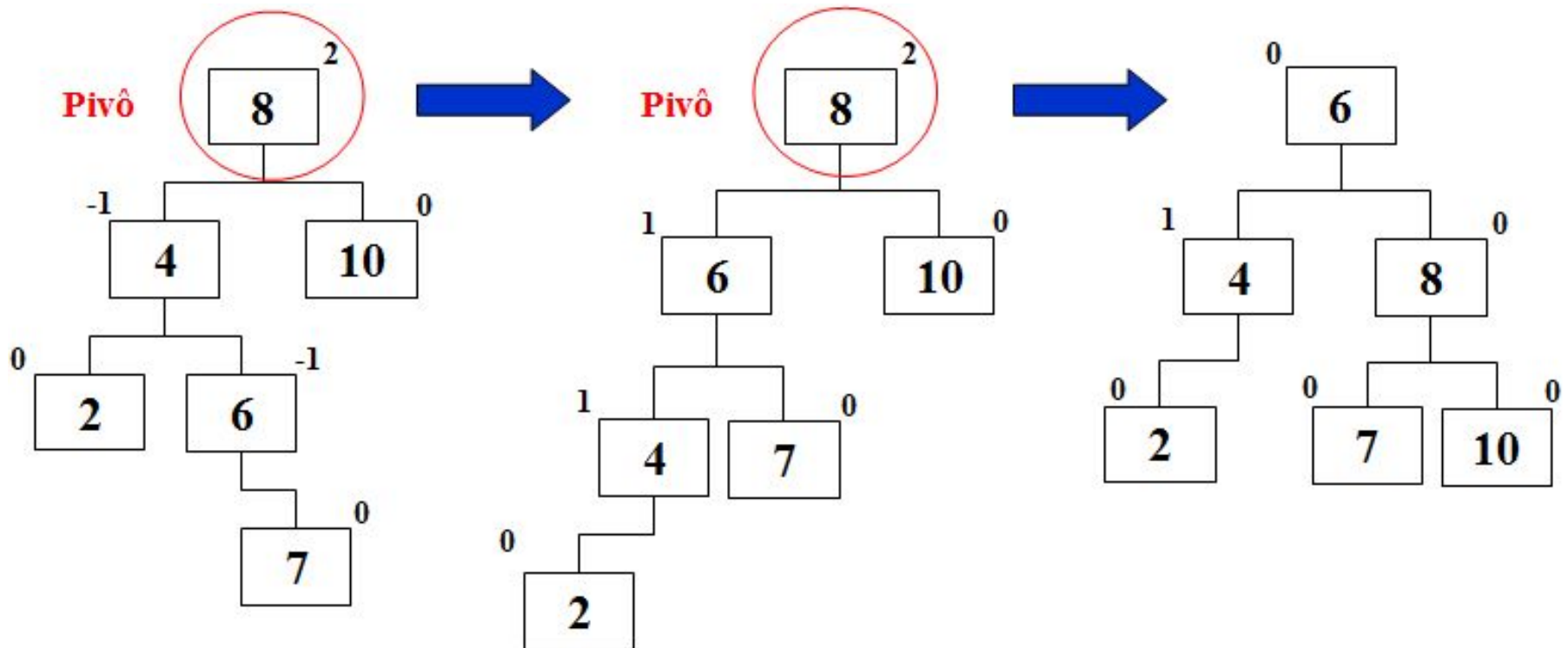
ROTAÇÃO SIMPLES PARA ESQUERDA

- Após a inserção do valor 13, a árvore AVL ficou desbalanceada.
- O **pivô** (nó que contém 10) tem **balanço -2** e seu **filho direito** (12) tem **balanço -1**. Ao aplicar a **rotação simples para esquerda**, a árvore volta a ficar balanceada.



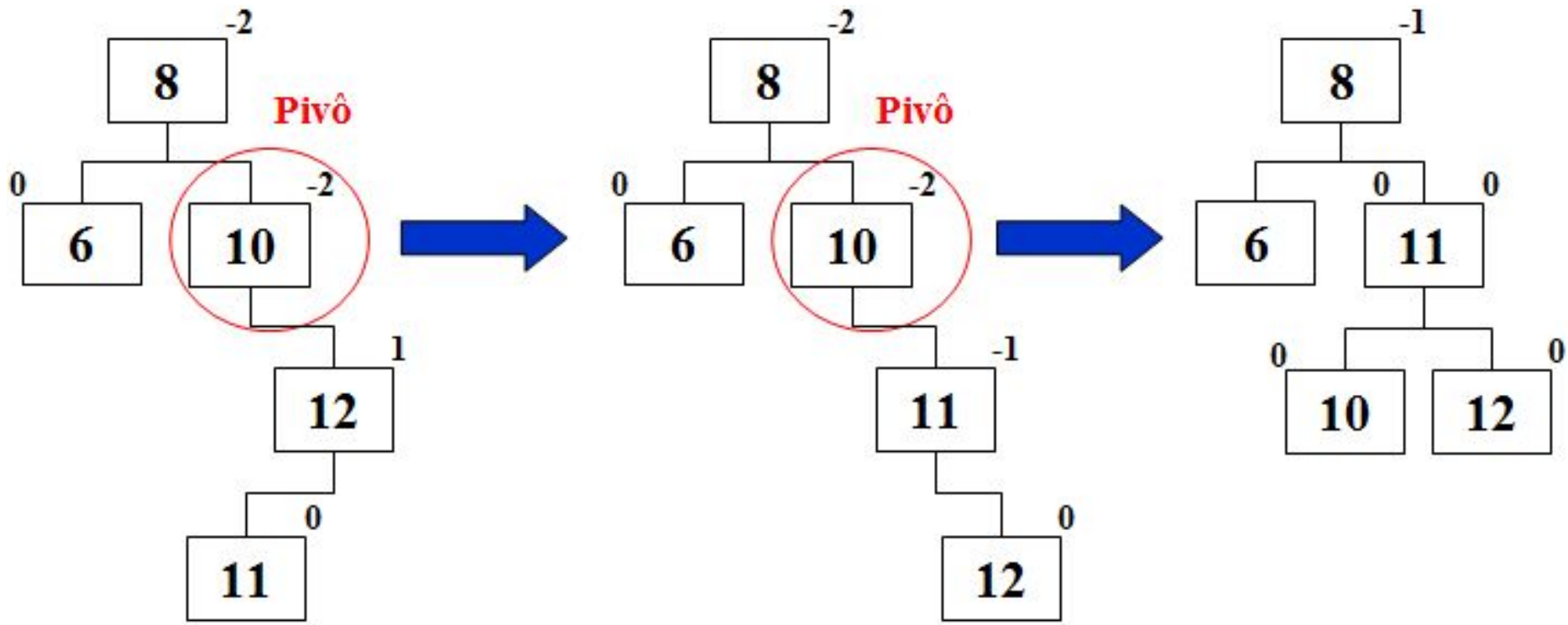
ROTAÇÃO DUPLA PARA ESQUERDA E DIREITA

- Após a **inserção do valor 7**, a árvore fica desbalanceada.
- O **pivô (8)** tem maior altura do lado esquerdo, mas seu **filho esquerdo (4)** possui maior altura do lado direito.
- É preciso primeiro fazer uma **rotação à esquerda em torno do filho esquerdo** para **depois efetuar a rotação para a direita sobre o pivô**.

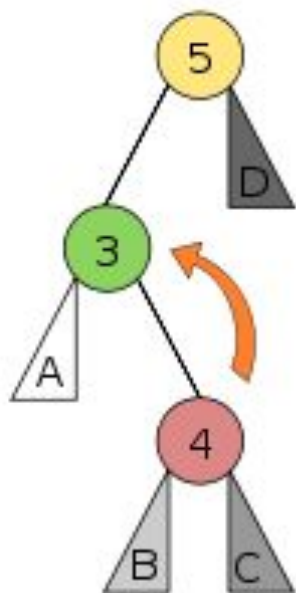


ROTAÇÃO DUPLA PARA DIREITA E ESQUERDA

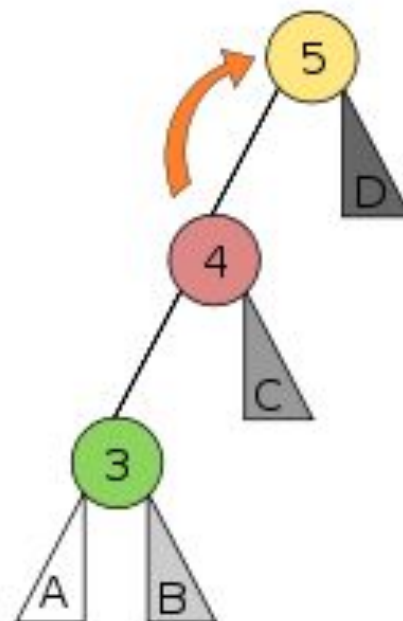
- Após a **inserção do valor 11**, a árvore fica desbalanceada.
- O **pivô (10)** tem maior altura do direito e seu **filho direito (12)** tem maior altura à esquerda.
- É preciso primeiro fazer uma **rotação à direita em torno do filho direito (12)** para depois efetuar a **rotação para a esquerda sobre o pivô (10)**.



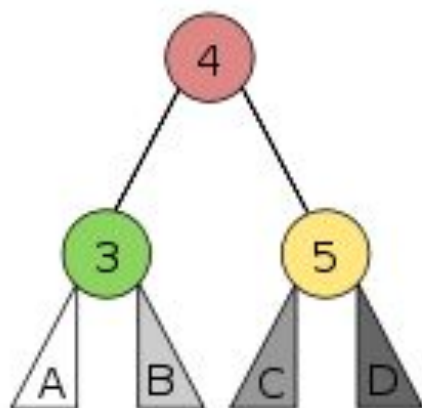
Rotação Dupla Esquerda-Direita



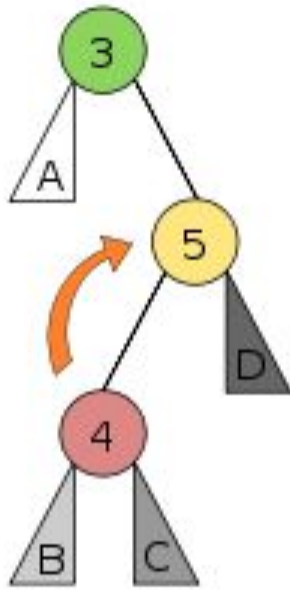
Rotação Simples para Direita



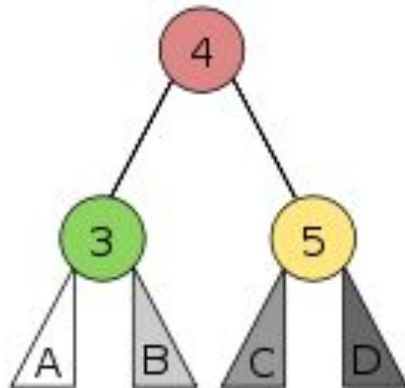
Balanceada



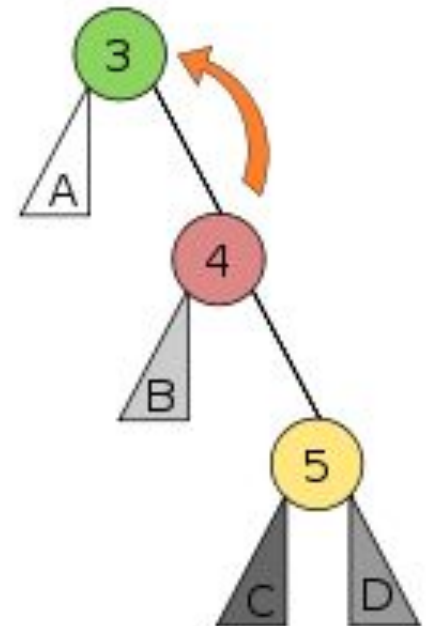
Rotação Dupla Direita-Esquerda



Balanceada



Rotação Simples para Esquerda



SUGESTÕES DE ESTUDO

Estruturas de Dados (Nina Edelweiss)

- Seção 6.5.1

Estruturas de dados & Algoritmos em Java (Michael T. Goodrich)

- Seção 10.2