

得分	评卷人

一、（每小题 4 分，共 20 分）简答题

1. 给出渐进记号 Θ 的定义

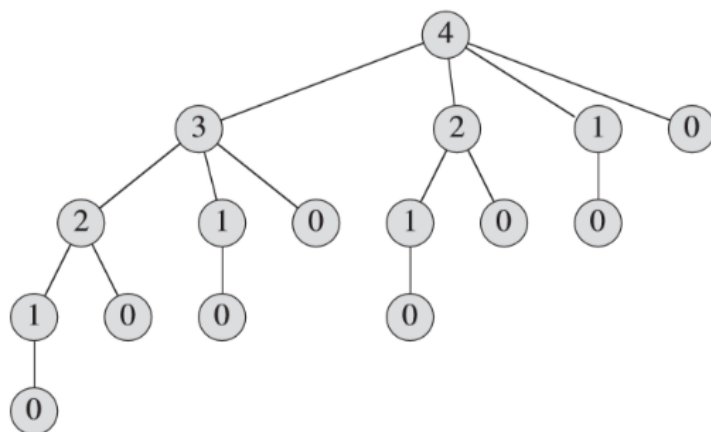
2. 简述贪心策略的基本思想。

3. 简述 LC-检索的基本思想。

4. 试证最短路径的三角不等式性质：

$$\delta(s, v) \leq \delta(s, u) + w(u, v)$$

5. 一个递归执行过程如下所示，画出其对应的子问题图。



得分	评卷人

二、(12 分) 对给定的两个序列 X 和 Y ，记 $c[i, j]$ 为前缀序列 X_i 和 Y_j 的一个 LCS 的长度：

$$c[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{如果 } i = 0 \text{ 或 } j = 0 \\ c[i-1, j-1] + 1 & \text{如果 } i, j > 0 \text{ 且 } x_i = y_j \\ \max(c[i, j-1], c[i-1, j]) & \text{如果 } i, j > 0 \text{ 且 } x_i \neq y_j \end{cases}$$

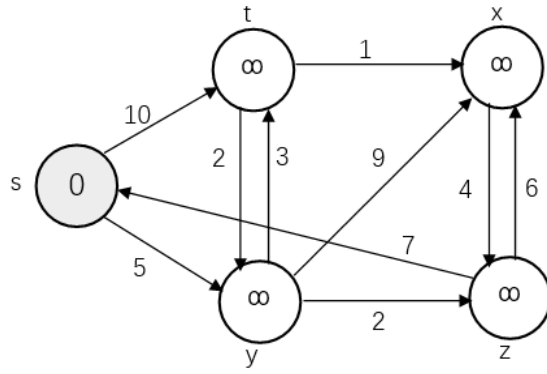
已知序列 $X=\langle 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0 \rangle$ 和 $Y=\langle 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1 \rangle$ ，求 $LCS(X,Y)$ 。

		j	0	1	2	3	4	5	6	7
		i	y_j	0	1	0	1	1	0	1
0	x_i									
1	1									
2	0									
3	0									
4	1									
5	0									
6	1									
7	0									

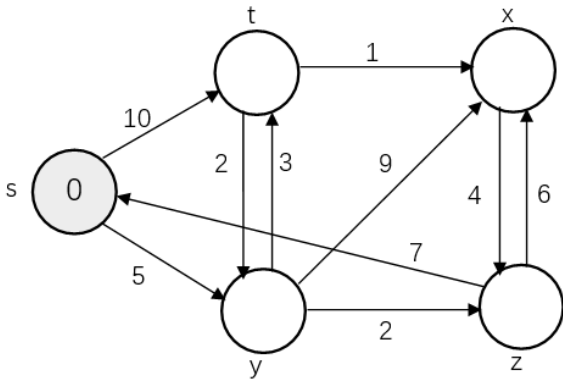
$LCS(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分	评卷人

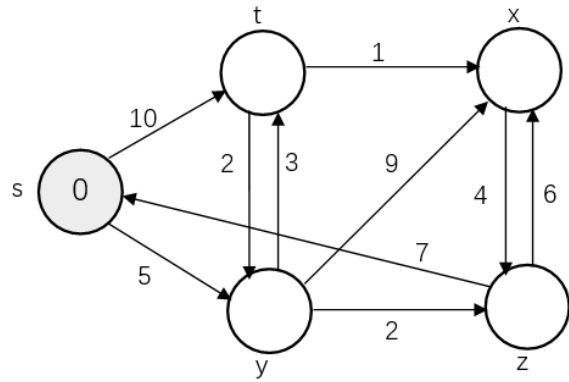
三、（12 分）已知有向图如下面图(a)所示。(1) 执行 Dijkstra 算法求从结点 s 到其它各个结点的最短路径。请在图(b)~图(e)中的各个结点内填写算法第一次至第四次松弛操作后各结点的 d 值，并推导各结点的前驱结点。(2) 如果重置 $\omega(x,z)=-4$ ，Dijkstra 算法还能正确执行吗？为什么？这种情况下用什么算法可以正确求出 s 到其它各个结点的最短路径？至少写出一个经典算法的名字或其基本思想。



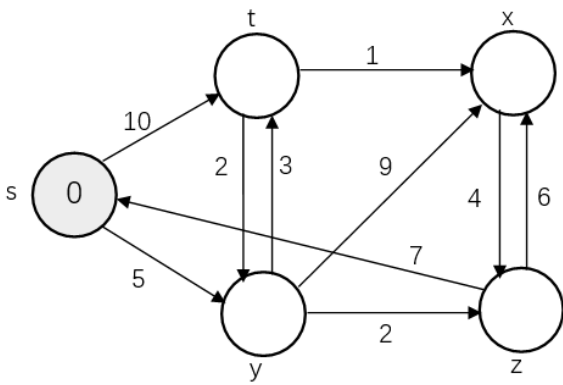
图(a)



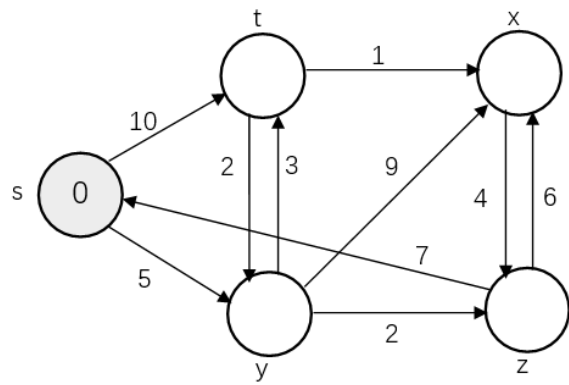
图(b)



图(c)



图(d)



图(e)

前驱结点: $t.\pi =$ _____, $x.\pi =$ _____, $y.\pi =$ _____, $z.\pi =$ _____。

得分	评卷人

四、（12 分）设 $W=(5,7,10,12,15,18)$ 和 $M=30$ ，使用过程 SUMOFSUB 找出 W 中和数等于 M 的全部子集并画出所生成的部分状态空间树。

得分	评卷人

五、（14 分）已知数组 $A[1..n]$ ， A 中和最大的非空连续子数组称为 A 的最大子数组。设计一个低复杂度的算法求已知数组 A 中的最大子数组，并分析你所设计的算法的时间复杂度。

得分	评卷人

六、(15 分) 设货币系统中有 n 种面值的硬币： c_1, c_2, \dots, c_n ；现将总额为 X 的纸币兑换成等额的硬币，要求使用的硬币数最少。问题的解是一向量： (x_1, x_2, \dots, x_n) ，其中 x_i 表示兑换所使用的面值为 c_i 的硬币的数量。

- 1) 设货币系统有 4 种面值的硬币， $(c_1, c_2, c_3, c_4) = (25, 10, 5, 1)$ ，单位：分。设计一贪心算法求解上述的兑零问题，并证明你的算法能找到最优解。

2) 设计一组硬币面额, 使得贪心算法不能保证得到最优解。这组硬币面额应该包含 1 分, 使得对每个零钱值都存在找零方案。

得分	评卷人

七、(15 分) 快递公司在城市的若干位置设有固定的业务点, 由于物流的原因, 每天的快件需要先运往总部, 然后再从总部发往各业务点。现已知有 n 个业务点 (用编号 $1 \sim n$ 表示, 编号唯一、不重复) 及各业务点在城里的位置和交通, 并且对任意两个业务点之间直接可达 (即不经过其他业务点) 的交通时间进行了测量: 如果从业务点 i 可以前往业务点 j , t_{ij} 表示从 i 到 j 的直接可达时间, $1 \leq i, j \leq n$ 。但由

于交通和其他原因， t_{ij} 未必等于 t_{ji} ，甚至可能从业务点 i 不能直接前往业务点 j ，反之亦然。

基于上述已知情况，快递公司现在考虑将总部设在哪个业务点才能够以最短的时间将快件全部送达至其它各业务点处（注：总部所在位置本身也是业务点之一，其送达时间可认为是 0）。假设快递员人数足够，并且不计快递员在每个业务点的停留时间。请你设计一个算法帮助公司解决上述问题，即确定总部所在的位置。

要求：给出对该问题的一种分析，以便建立描述该问题的形式模型，然后给出相应的算法（用伪代码描述），并分析算法的时间复杂度。

