

গ্রুপ: গাউস এবং ফার্মা

দিনাজপুর ম্যাথ ক্লাব

Group Selection Test

2023



সময় : ১০৫ মিনিট

নাম (বাংলায়):
Name (In English):
বিদ্যালয়ের নাম:

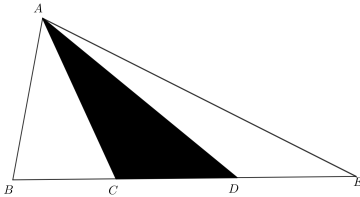
শ্রেণী (২০২৩ সাল):
Mobile No:

[এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্টস্থানে ইংরেজীতে উত্তর লিখতে হবে। উত্তরপত্রের সাথে রাফ পেজ জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজীতে লেখা হয়েছে।]

SECTION A

এ সেকশনে সমস্যাগুলির সমাধানের বর্ণনা দেওয়ার প্রয়োজন নেই। তবে রাফের জন্যে নির্দিষ্ট পেজে রাফ লেখতে হবে।

In this section, it is not required to explain the solution of a problem. But roughwork should be written in the designated pages.

নং	সমস্যা	উত্তর
১	অপূর্ব, তাহসিন, রাহাত এবং সায়েন তাদের পরীক্ষার রেজাল্ট নিয়ে আলোচনা করছিলো। অপূর্ব বললো, "আমি পাশ করলে তাহসিনও পাশ করবে।" তাহসিন বললো, "আমি পাশ করলে রাহাত ভাইয়াও পাশ করবে।" রাহাত বললো, "আমি পাশ করলে সায়েনও পাশ করবে।" সবাই সত্যি কথাই বলছিলো, কিন্তু দেখা গেলো তাদের মধ্যে শুধু দুজন পাশ করেছে। কোন দুজন পাশ করেছিল? Aupurbo, Tahsin, Rahat and Sayon are discussing their exam results. Aupurbo said, "If I pass, Tahsin will pass too." Tahsin said, "If I pass, Rahat vaiya will pass too." Rahat said, "If I pass, Sayon will pass too." All of these statements were true, but only two of them passed the exam in the end. Which two of them passed?	
২	$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$ সংখ্যাটির শেষ অংকটি কি? What is the last digit of $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$?	
৩	দুটি মৌলিক সংখ্যা যোগ করলে অপর একটি মৌলিক সংখ্যা পাওয়া যায়। মৌলিক সংখ্যার দুটির মাঝে ছোটটি কি? The sum of two prime numbers is another prime. What is the lesser of the two primes?	
৪	নিচের চিত্রে, $BC = CD = DE$ এবং $\triangle ACD$ এর ক্ষেত্রফল ৫ বর্গএকক। $\triangle ABE$ এর ক্ষেত্রফল কত? In the following diagram, $BC = CD = DE$ and the area of $\triangle ACD$ is 5 square units. Compute the area of $\triangle ABE$. 	
৫	একটি সংখ্যাকে "বাচ্চা" বলা হবে যদি সংখ্যাটির সর্ববামের অংকটি বাদ দিলে সেটি একটি মৌলিক সংখ্যা হয়ে যায়। যেমন- 123। তিন অংকের কয়টি বাচ্চা সংখ্যা আছে? A number is called "Baccha" when if the leftmost digit is removed, the number becomes a prime. For example- 123. How many 3-digit Baccha numbers are there?	
৬	তাসনিয়া ১ থেকে ২০২৩ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো তার খাতায় লেখলো। কল্পনা এসে ঐ সকল সংখ্যা মুছে দিলো যাদের বিজোড় সংখ্যক উৎপাদক রয়েছে। এখন তাসনিয়ার খাতায় সর্বমোট কতবার ১-অংকটি লেখা রয়েছে? Tasnia wrote the numbers from 1 to 2023 in her notebook. Kolpona erased all the numbers which have an odd number of factors. Now, how many times in total does the digit 1 appear in Tasnia's notebook?	
৭	$\triangle ABC$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যেখানে $AB = AC$ । E, D যথাক্রমে AB এবং BC বাহুর উপর দুটি বিন্দু যাতে $ED \perp BC$ এবং $AE = DE$ হয়। $\angle ACB = 50^\circ$ হলে, $\angle ADC = ?$ $\triangle ABC$ is an isosceles triangle with $AB = AC$. E, D are points on AB and BC respectively such that $ED \perp BC$ and $AE = DE$. If $\angle ACB = 50^\circ$, $\angle ADC = ?$	
৮	এমন সকল ধনাত্মক (a, b, c, d) বের কর যাতে $a! \cdot b! \cdot c! \cdot d! = 24!$ হয়। (এখানে $n!$ বলতে ১ হতে n পর্যন্ত সকল সংখ্যার গুণফল বুঝানো হয়েছে। যেমন $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$) Find all positive quadruples (a, b, c, d) such that $a! \cdot b! \cdot c! \cdot d! = 24!$ (Here $n!$ denotes the multiplication of all numbers from 1 to n . For example - $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$)	

SECTION B

এই সেকশনে সমস্যাগুলোর উত্তর লেখার পাশাপাশি সমাধান বর্ণনা করতে হবে। আংশিক সমাধানের ক্ষেত্রে আংশিক পয়েন্ট দেওয়া হতে পারে।
In this section, you must provide an explanation of your solution along with the answer. Partial points may be awarded.

৯. ফুয়াদ $\{15, 3, 24, 7, 21, 1, 16, 9\}$ সংখ্যাগুলো থেকে দুটি ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা নেয় এবং তাদের মাঝে বড়টি একটি তালিকায় অন্তর্ভুক্ত করে। সে এটি প্রত্যেক জোড়া সংখ্যার জন্যেই পুনরাবৃত্তি করে। ফুয়াদের তালিকার সংখ্যাগুলির যোগফল নির্ণয় কর।
9. Fuad takes two distinct numbers from $\{15, 3, 24, 7, 21, 1, 16, 9\}$ and adds the greater of the two to a list. He repeats this for every possible pair of distinct numbers. Compute the sum of the numbers in Fuad's list.
১০. ফিজাজ কিছু কাগজের টুকরো নিয়ে খেলছে। প্রত্যেক ধাপে, সে তার কাছে থাকা যেকোনো এক টুকরো কাগজকে ছিঁড়ে ৯ টুকরো অথবা ১৩ টুকরো করে। শুরুতে তার কাছে এক টুকরো কাগজ থাকলে কি একসময় ফিজাজের কাছে ঠিক ২০২৩ টি কাগজের টুকরো থাকা সম্ভব? যুক্তি দেখাও।
10. Fijaj is playing with a few pieces of paper. At each step, he takes one piece of paper and then cuts it into 9 or 13 pieces. Initially he has only one piece of paper. Is it possible for him to have exactly 2023 pieces at some point? Show logic.
১১. $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ যেখানে $\angle BCA = 90^\circ$ এবং $CA < CB$. D, E হলো যথাক্রমে BC এবং AB এর উপর দুটি বিন্দু যাতে, $DA = DB$ এবং $CA = CE$ হয়। দেখাও যে, $AD \perp CE$.
11. Let $\triangle ABC$ be a right triangle with $\angle BCA = 90^\circ$ and $CA < CB$. D, E are points on BC and AB respectively, such that $DA = DB$ and $CA = CE$. Show that, $AD \perp CE$.
১২. এমন সবচেয়ে বড় মৌলিক সংখ্যা p বের কর যাতে $4p + 1$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। যুক্তি দেখাও যে, p হতে বড় আর কোনো মৌলিক সংখ্যা এ শর্তটি পূরণ করেনা।
12. Find the largest prime number p such that $4p + 1$ is a perfect square. Provide logic that there's no prime greater than p that fulfills this condition.