

文章编号: 1672-2892(2009)04-0308-06

## 基于盲信号分离的同频信号的串行分离技术

周治宇, 陈 豪

(中国空间技术研究院 西安分院, 陕西 西安 710100)

**摘 要:** 传统的时域和频域处理等方法很难分离多个频域的混叠信号, 文中提出一种利用盲信号分离技术串行分离同频信号的新方法——FastICA 盲分离算法。该方法充分利用盲信号分离技术不需要知道信号先验信息的特性, 能正确地、一个一个地分离出在频域中混合在一起的信号, 且能分离功率相差 100 万倍的同频信号。在存在比信号功率大得多的高斯白噪声情况下, FastICA 盲分离算法具有良好的分离性能。

**关键词:** 同频信号分离; 盲信号分离; 独立分量分析; 快速 ICA 算法

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

## Serial separation of signals with same frequency based on blind signal separation

ZHOU Zhi-yu, CHEN Hao

(China Academy of Space Technology(Xi'an), Xi'an Shaanxi 710100, China)

**Abstract:** It is difficult to deal with the separation of signals with same frequency using traditional time-domain or frequency-domain signal processing method. A new blind signal separation method for solving the problem was proposed, which didn't need any information of the source signals and could correctly separate the signals with same frequency one by one. The simulations demonstrated that the Fast Independent Component Analysis(FastICA) introduced in the paper could separate the signals with same frequency, and 1 000 000 times difference of power. And the FastICA not only had a good performance under Gaussian white noise condition, but also had a fast convergence. The method introduced in the paper will has a good application prospect.

**Key words:** separation of signals with same frequency; blind signal separation; Independent Component Analysis; FastICA

随着实际环境中无线电信号的日益密集, 自然干扰和人为干扰越来越多, 这导致信号时域高度密集, 频域严重重叠, 如何处理同频信号是对传统信号处理方法的一个挑战。虽然可以利用信号的不同特征(如时域、空域及码域)来处理同频信号, 但这往往需要一些先验信息, 而且存在一定的局限性。进一步, 如果遇到在时域、频域、空域甚至码域都重叠的信号(在战时, 热点地区存在这种情况是完全可能的), 该如何处理呢? 对此显然不能用传统的老办法, 必须另辟蹊径, 找到更有效的处理方法。这种新的处理方法就是盲信号分离技术。盲信号分离也可以称为盲源分离, 是一种功能很强的信号处理方法。它不需要知道信源和通道的先验信息, 仅通过对观察信号进行处理, 就能恢复原始的源信号<sup>[1]</sup>。因此采用盲信号分离技术解决频域混叠信号分离问题, 具有适用范围广, 处理能力强的特点。

盲信号分离技术发展至今只有不到 20 年的时间, 目前盲信号分离技术在医学信号分析与处理、地球物理数据处理、语音增强和图像识别等领域应用较多<sup>[2]</sup>, 在频域混叠信号分离方面应用还较少。由于它具有重要的应用前景, 因此一直是神经网络学界、信号处理学界等领域的一个研究热点。Jutten, Herault, Comon 等人在盲信号分离的早期作出了重要贡献, 后来 Amari, Cardoso, Hyvarinen 等学者进一步发展了盲信号分离技术, 特别是 1997 年芬兰学者 Hyvarinen 等人首次提出的固定点 ICA 算法<sup>[3]</sup>, 为盲信号分离技术应用于实际奠定了坚实的基础。由于固定点 ICA 算法收敛速度特别快, 因此也被称为“快速 ICA 算法”(即 FastICA)。

本文利用串行 FastICA 盲信号分离算法完成对同频信号的分离, 说明盲信号分离技术对频域重叠信号具有良好的分离能力。

收稿日期: 2008-11-20; 修回日期: 2009-04-17

基金项目: 国家重点实验室基金资助项目(9140C5305020705; 9140C5306030707) use. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

## 1 盲信号分离的基本理论

### 1.1 盲信号分离模型

一般设有  $m$  个混合信号  $x_i(k) (i=1, 2, \dots, m)$ , 是由  $n$  个(通常  $m \geq n$ )相互统计独立、零均值的未知源信号  $s_j(k) (j=1, 2, \dots, n)$  的线性组合:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k)]^T$  表示传感器阵列接收到的信号矢量;  $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_n(k)]^T$  表示源信号矢量;  $\mathbf{A}$  为列满秩的  $m \times n$  阶混合矩阵, 其元素  $a_{ij}$  可以表示第  $j$  个源信号与第  $i$  个传感器间未知的混叠滤波系数。源信号  $\mathbf{s}(k)$  和混合矩阵  $\mathbf{A}$  是未知的, 在数学上这是一个严重的欠定问题。

盲分离(或者独立分量分析)的目的是寻找一个逆变换矩阵  $\mathbf{U}$ , 使观测信号经过这个逆变换以后得到的信号  $\mathbf{y}(k)$  各个分量之间尽可能地相互独立。这个逆变换可以表示为:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{U}\mathbf{x}(k) \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k)]^T$  是恢复后的信号, 作为源信号  $\mathbf{s}(k)$  的估计;  $\mathbf{U}$  是一个  $n \times m$  维的分离矩阵, 最理想的情况是  $\mathbf{U} = \mathbf{A}^+$ ,  $\mathbf{A}^+$  表示混合矩阵  $\mathbf{A}$  的伪逆。这样可以得到:  $\mathbf{y}(k) = \mathbf{s}(k)$ 。

### 1.2 盲信号分离的基本假设

盲信号分离, 就是在不知道源信号和混合矩阵特性的情况下, 仅仅利用接收到的混合数据, 来分离源信号的过程。但是如果没有任何前提假设, 这样的解肯定是多解, 为了使得分离的解是确定的, 必须要给盲信号分离必要的假设和约束条件:

1) 源信号之间是相互统计独立的。源信号之间的统计独立性是一个比较宽泛的条件, 实际应用中也是很容易满足的。

2) 源信号的数目  $n$  不多于传感器的数目  $m$ 。即  $m \times n$  混合矩阵  $\mathbf{A}$  满秩, 并且  $n \leq m$ ; 当传感器数目大于源信号数目时, 由于可以通过主分量分析等预处理的办法进行降维, 使得传感器数目与源信号数目相同, 因此后面都假定两者相等。

3) 源信号中不能有多于一个信号是高斯分布的。两个统计独立的白色高斯信号混合后还是白色高斯信号, 因此, 若服从高斯分布的源信号超过一个, 则各源信号不可分。然而实际中的纯高斯信号非常罕见, 因此这个假设条件不会对所分析方法的应用产生什么影响。

### 1.3 盲信号分离的预处理技术

在盲信号分离中, 为了简化处理过程, 降低计算量, 经常要在分离开始前先进行数据的预处理。主要包括零均值处理和白化处理<sup>[4]</sup>。

#### 1.3.1 零均值处理

盲信号分离中, 一般都假设混合信号是零均值的。这个假设在相当程度上简化了算法, 本文中, 如无特殊说明, 假设混合变量和独立成分都是零均值的。如果零均值假设并不成立, 可以通过零均值预处理来使其达到这个条件。一般使用中心化观测数据的方法(即减去样本均值)来达到零均值的目的。

#### 1.3.2 白化处理

独立和不相关是紧密相关的概念, 因此, 可以设想使用估计不相关变量的方法来同样估计独立成分, 这样的典型方法称为白化或球化。不相关是独立的较弱形式, 两个随机变量是不相关的, 指的是它们的协方差为 0。白化比不相关的概念稍强, 白化的随机向量  $\mathbf{y}$  指的是它的各分量是不相关的, 并且具有单位方差。换句话说, 随机向量  $\mathbf{y}$  的协方差矩阵是单位阵:

$$E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^T\} = \mathbf{I} \quad (3)$$

白化意味着将观测数据向量  $\mathbf{x}$  进行线性变换, 使得新向量  $\mathbf{z} = \mathbf{V}\mathbf{x}$  是白化的随机向量。白化处理总是可行的。一个常用的白化处理方法是协方差矩阵的特征值分解:

$$E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^T \quad (4)$$

式中  $\mathbf{E}$  是由  $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$  的特征向量组成的正交矩阵;  $\mathbf{D}$  是由对应的特征值组成的对角阵。令白化矩阵  $\mathbf{V}$  为  $\mathbf{E}\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{E}^T$ , 则可以将接收数据向量白化。白化矩阵不是唯一的, 用任意的正交归一化矩阵乘以一个已知的球化矩阵, 所得结果仍能对输入数据起白化作用。

## 2 FastICA 盲信号分离算法

基于ICA的盲信号分离是根据源信号间的相互独立性来达到信号分离的目的。中心极限定理表明, 在一定条件下, 一组独立随机变量和的分布趋向于高斯分布, 独立随机变量的和比原始随机变量中的任何一个更接近于高斯分布。因此在盲信号分离中, 源信号经混合后其高斯性增强, 若调节分离矩阵, 使输出各分量的高斯性减弱, 就可以达到分离的效果。

峭度和负熵都可以作为非高斯性的度量, 但是峭度不是一个鲁棒的度量, 因为样本中某个不准确的值会使峭度发生非常大的变化; 而负熵则能很好克服这一缺点, 是一个鲁棒的度量。本文主要讨论基于负熵的串行 FastICA 算法<sup>[5]</sup>。

### 2.1 分离一个信号时的算法

负熵可以近似为:

$$J(y_i) = \left\{ E[F(y_i)] - E[F(v)] \right\}^2 \quad (5)$$

式中:  $v$  是与  $y_i$  具有相同方差(都为 1)的零均值高斯随机变量;  $F(y_i)$  是非二次的非线性函数(可以取为

$\frac{1}{a_1} \log_{10} \cosh(a_1 y_i)$ ,  $-e^{-\frac{y_i^2}{2}}$ ,  $y_i^4$  之一, 其中  $1 \leq a_1 \leq 2$ , 一般取 1)。

因为

$$y_i = \mathbf{u}_i^T \mathbf{z} \quad (6)$$

将  $J(y_i)$  对  $\mathbf{u}_i$  求导, 得:

$$\Delta \mathbf{u}_i \propto \frac{\partial J(y_i)}{\partial \mathbf{u}_i} = \gamma E \left[ \mathbf{z} f \left( \mathbf{u}_i^T \mathbf{z} \right) \right] \quad (7)$$

式中  $\gamma = E[F(y_i)] - E[F(v)]$ ;  $f(y_i)$  (可选  $\tanh(a_1 y_i)$ ,  $y_i \exp(-y_i^2/2)$ ,  $y_i^3$  之一)是  $F(y_i)$  的导数。

进入稳态时,  $\Delta \mathbf{u}_i = 0$ 。经过一系列的数学推导(主要采用牛顿迭代法)后, 可以得到分离一个信号时的固定点算法:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i(k+1) = E \left\{ \mathbf{z} f \left[ \mathbf{u}_i^T(k) \mathbf{z} \right] \right\} - E \left\{ f' \left[ \mathbf{u}_i^T(k) \mathbf{z} \right] \right\} \mathbf{u}_i(k) \\ \mathbf{u}_i(k+1) \leftarrow \frac{\mathbf{u}_i(k+1)}{\|\mathbf{u}_i(k+1)\|_2} \end{cases} \quad (8)$$

该算法一方面由于采用牛顿法, 收敛性有保证; 另一方面由于无需引入调节步长的参数, 使用更简单方便。理论分析和实际仿真都证明该算法是以立方阶次收敛的。

### 2.2 分离多个信号时的算法

以上只讨论了单个信号源的分离, 如果要分离多个信号源, 需要添加一个正交化步骤, 把已经提取的信号排除。由于  $\mathbf{U}$  是正交归一化矩阵, 所以可以采用 Gram-Schmidt 正交分解法来达到这一目的。

设已经提取了  $p-1$  个矢量  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{p-1}$ , 用前面介绍的方法提取出第  $p$  个矢量  $\mathbf{u}_p$ , 在进行下轮迭代前应将  $\mathbf{u}_p$  按式(9)作正交化处理:

$$\left\{ \mathbf{u}_p - \sum_{j=1}^{p-1} \langle \mathbf{u}_p, \mathbf{u}_j \rangle \mathbf{u}_j \rightarrow \mathbf{u}_p \right\} \quad (9)$$

式中  $\langle \bullet, \bullet \rangle$  表示内积。然后再将所得的  $\mathbf{u}_p$  归一化。

这样分离向量就一个一个地被估计出来, 相应的可以一个一个地分离出不同的源信号。

采用串行固定点法的盲信号抽取算法步骤如下:

- 1) 把  $\mathbf{x}$  进行零均值处理, 并球化得到  $\mathbf{z}$ ;
- 2) 设  $m$  为待提取的独立分量的数目, 令  $p=1$ ;
- 3) 任意取  $\mathbf{u}_p(0)$ , 使得  $\|\mathbf{u}_p(0)\|_2 = 1$ ;
- 4) 迭代:  $\mathbf{u}_p(k+1) = E\left\{\mathbf{z}f\left[\mathbf{u}_p^T(k)\mathbf{z}\right]\right\} - E\left\{f'\left[\mathbf{u}_p^T(k)\mathbf{z}\right]\right\}\mathbf{u}_p(k)$ ;
- 5) 正交化:  $\mathbf{u}_p(k+1) - \sum_{j=1}^{p-1} \langle \mathbf{u}_p(k+1), \mathbf{u}_j \rangle \mathbf{u}_j \rightarrow \mathbf{u}_p(k+1)$ ;
- 6) 归一化:  $\frac{\mathbf{u}_i(k+1)}{\|\mathbf{u}_i(k+1)\|_2} \rightarrow \mathbf{u}_i(k+1)$ ;
- 7) 如  $\mathbf{u}_p$  未收敛, 回到步骤 4);
- 8) 令  $p$  加 1, 如  $p \leq m$ , 则回到步骤 3); 否则结束。

整个过程如图 1 所示。

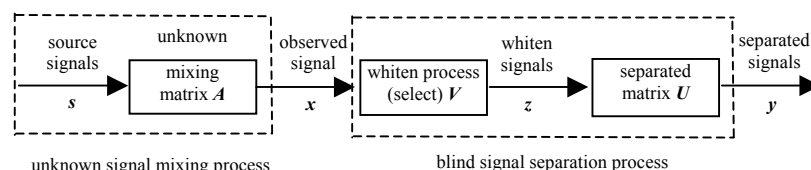


Fig.1 Diagram of blind signal separation system

图1 分离系统整体框图

### 3 利用串行 FastICA 分离同频信号仿真

#### 3.1 仿真条件

仿真中假设采样频率为 500 Hz, 信号持续时间为 1 s。源信号有 5 个, 其中  $s_1$  是一个幅度为 1, 起始频率为 75 Hz, 带宽为 20 Hz 的线性调频信号;  $s_2$  是一个幅度为 0.1, 起始频率为 75 Hz, 带宽为 50 Hz 的线性调频信号;  $s_3$  是一个幅度为 10, 频率为 30 Hz 的正弦信号;  $s_4$  是一个幅度为 100, 频率为 30 Hz 的余弦信号;  $s_5$  是一个功率为 10 dBW 的高斯白噪声信号。源信号的时域及频域图如图 2 所示, 由图可见  $s_1$  的频谱完全落在  $s_2$  频谱内,  $s_3$  和  $s_4$  是完全的同频信号, 这些信号功率差别很大, 功率最大的信号是功率最小信号的 100 万倍。

混合矩阵  $A$  为一个  $5 \times 5$  的矩阵, 其元素是由 Matlab 随机产生的、在  $[-1, +1]$  之间的随机数。

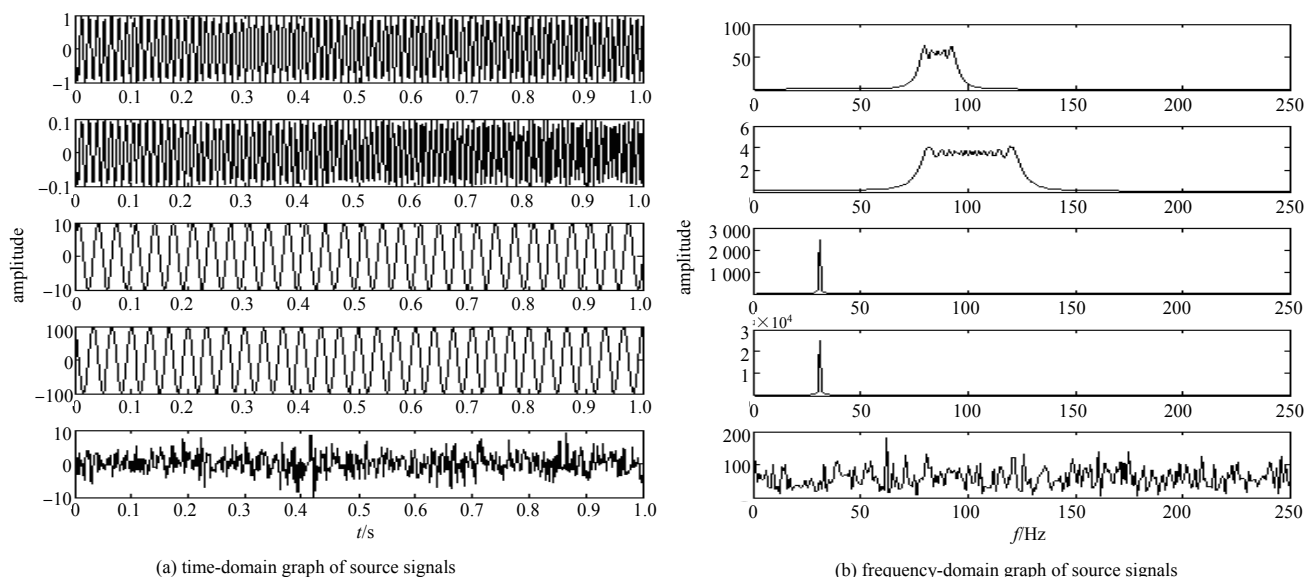


Fig.2 Time-domain and frequency-domain graph of source signals with same frequency

图2 同频源信号时域及频域图

#### 3.2 仿真结果

5 个源信号经过混合矩阵  $A$  的作用后, 变为如图 3 所示的接收混合信号。由图可以看出, 经过混合后的源信号基本为一余弦信号, 频域也基本为 40 Hz 的一根谱线, 这是余弦信号功率远远大于其他几个源信号的功率导致

的结果。如果高斯噪声功率远远大于其它源信号功率,则得到的混合接收信号主要表现为杂乱无章的噪声信号。在这种情况下,传统的频域分析方法往往会出错。

通过对接收到的混合信号进行零均值及白化预处理后,利用并行 FastICA 盲分离算法对 5 个源信号进行分离,其中非线性函数选为  $\tanh(a_i y_i)$ ,这时的分离结果如图 4 所示。从时域波形上看,几个源信号基本被恢复出来,只是幅度或符号上发生变化,这并不影响对信号的利用。从频域看,带宽重叠的线性调频信号被完全分离,高斯噪声也作为一个独立源被分离,同频的正弦和余弦信号也被分离(可以通过时域波形观察得出)。

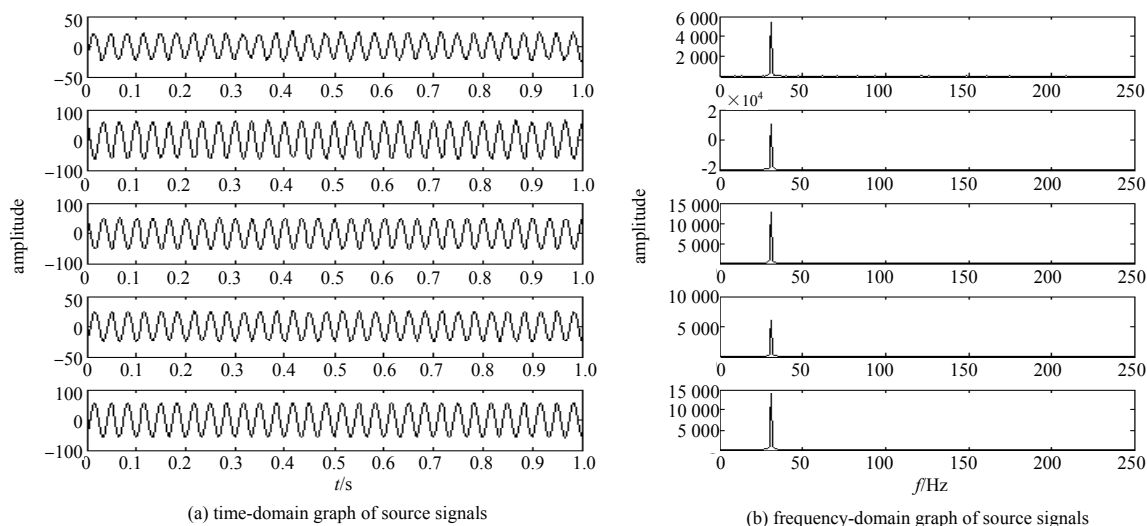


Fig.3 Time-domain and frequency-domain graph of mixed signals

图 3 混合后的同频信号时域及频域图

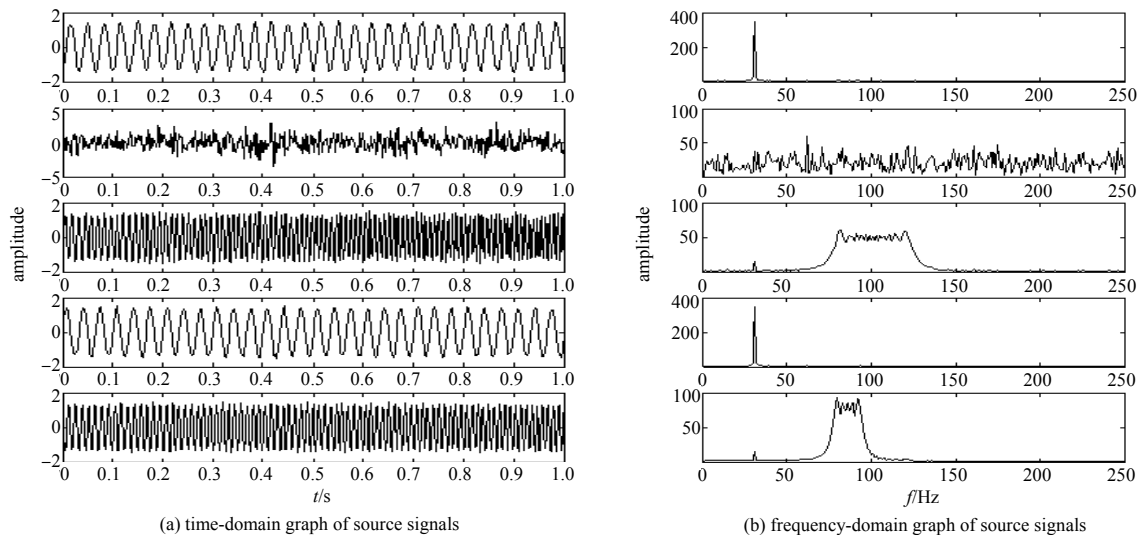


Fig.4 Time-domain and frequency-domain graph of separated signals with same frequency

图 4 分离后的同频信号的时域及频域图

### 3.3 算法性能

相似系数<sup>[6]</sup>是衡量盲信号分离算法性能的一个指标,定义为:

$$\xi_{ij} = \xi(y_i, s_j) = \left| \sum_{n=1}^M y_i(n) s_j(n) \right| / \sqrt{\sum_{n=1}^M y_i^2(n) \sum_{n=1}^M s_j^2(n)} \quad (10)$$

相似系数是用来度量两个信号之间的相似程度的量,它抵消了分离结果在幅值上存在的差异,从而避免了幅值不确定性的影响。当由相似系数构成的相似系数矩阵每行每列都有且仅有一个元素接近于 1,其他元素都接近于 0 时,则可以认为算法分离效果较为理想。并行 FastICA 得到的相似系数矩阵如下所示:

$$\begin{bmatrix} -0.0373 & -0.0096 & -0.0288 & 0.0234 & 0.9986 \\ 0.0304 & -0.0637 & -0.9967 & 0.0108 & 0.0398 \\ -0.0976 & -0.0600 & 0.0119 & 0.9929 & -0.0280 \\ -0.9903 & 0.0896 & -0.0428 & -0.0923 & -0.0308 \\ 0.1363 & 0.9781 & -0.0888 & 0.0504 & -0.0942 \end{bmatrix}$$

分离后的信号与源信号之间的相关系数大于 0.97, 说明分离效果比较理想。从相似系数矩阵还可以得到分离后的信号与源信号之间的对应关系, 即  $s_1 \leftarrow y_5$ ,  $s_2 \leftarrow -y_3$ ,  $s_3 \leftarrow y_4$ ,  $s_4 \leftarrow -y_1$ ,  $s_5 \leftarrow y_2$ 。

#### 4 结论

同频信号分离一直是传统信号处理中的一个难题。本文提出了一种基于盲信号分离算法进行同频信号分离的新方法, 该方法充分利用盲信号分离技术不需要知道信号先验信息的特性, 能正确分离在频域混合在一起的信号; 文中介绍的串行 FastICA 盲分离算法, 能分离功率相差 100 万倍的同频信号, 而且在存在比信号功率大得多的高斯白噪声情况下, 分离性能良好。这些都充分说明了 FastICA 盲分离算法在同频信号分离中具有较好的稳健性和适用性。本文的结果可以推广到电子对抗、电子侦察, 甚至电子通信等多个领域中。

#### 参考文献:

- [1] 张贤达, 保铮. 盲信号分离[J]. 电子学报, 2001, 29(z1): 1766-1771.
- [2] Cichocki A, Amari Shun-ichi. 自适应盲信号与图象处理[M]. 1版. 吴正国, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [3] Hyvarinen A, Oja E. A Fast Fixed-Point Algorithm for independent Component Analysis[J]. Neural Computation, 1997, 9(7): 1483-1492.
- [4] Hyvarinen A, Karhunen J, Oja Erkki. 独立成分分析[M]. 周宗潭, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [5] Hyvarinen. A Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(3): 626-634.
- [6] 史习智. 盲信号处理——理论与实践[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2008.

#### 作者简介:



周治宇(1979-), 男, 西安市人, 在读博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理、卫星通信技术 .email: yuzhizhou04@yahoo.com.cn.

陈豪(1944-), 男, 上海市人, 研究员, 博士生导师, 享受政府特殊津贴专家, 主要研究方向为卫星通信、卫星抗干扰等。