

中国科学技术大学

硕士学位论文

通信信号盲分离方法研究

姓名：张承钰

申请学位级别：硕士

专业：通信与信息系统

指导教师：戴旭初

20090501

摘要

盲信号分离是信号与信息处理领域一个非常活跃的研究方向，并且已经在地震勘探、语音信号处理、生物医学工程等领域得到应用。在非协作环境下通信信号处理领域也有着诱人的应用前景。

现有的通信信号盲分离的信号模型一般都采用阵列天线的接收信号模型，其基本的假设条件包括：源信号数目已知且等于观测信号数目（正定情况），混合矩阵的系数时不变等。分离所采用的算法是典型的盲分离算法，如 FastICA、EASI、JADE 算法等。而随着研究的不断深入和实际应用的需要，对通信信号盲分离算法提出了更高的要求。

本文以非协作通信信号接收和处理为应用背景，对混合通信信号盲分离方法和算法做了较为深入研究。主要工作包括以下几个方面：

1. 讨论了阵列天线接收的混合通信信号盲分离。介绍了阵列天线接收信号的混合模型、典型算法以及盲分离算法的性能评价指标，并研究了影响算法性能的主要因素。

2. 从两个方面研究了低信噪比下通信信号盲分离问题。一是增加接收天线数目，变正定信号模型为过定信号模型；研究表明，过定情况下，盲分离算法能够通过预处理提高接收信号的信噪比并估计噪声功率，从而使得算法性能得到改善。二是利用数字通信信号的循环平稳性，给出了适用于分离二阶、四阶循环平稳通信信号的盲分离算法，并从理论和实验验证了算法受平稳噪声的影响较小。

3. 提出了一种适合与分布式天线接收的混合通信信号盲分离的思想和实现方法。其基本思想是利用通信信号的循环平稳特性，对信号模型的参数进行估计、并利用干扰抵消和 Kalman 滤波恢复出源信号，理论分析和仿真实验表明了该方法的有效性。另外，基于这个方法，并利用最大比合并原理，给出了分布式天线系统处理单个源信号的方法。

关键词：盲分离，通信信号，循环平稳，阵列天线，分布式天线

Abstract

As an active research direction in the field of signal and information processing, blind source separation (BSS) has been widely investigated and applied in seismic exploration, audio and speech signal processing and biomedical engineering. It also has attractive prospects on communication signal processing in non-cooperative environments.

Blind separation for communication signals usually adopts the signal model of array antennas, and several basic assumptions should be necessary, for example, the number of source signals is known and equals to that of received antennas, and the mixing matrix is time-invariant and so on. Traditional algorithms, such as FastICA, EASI and JADE, can be utilized to separate the source signals. With rapid development of research and application, the traditional algorithms need to be improved to meet practical demands of communication signal processing.

This thesis, with the nonoperative receiving of communication signal as application background, focuses on the blind separation of communication signal. The work mainly includes three aspects:

1. The blind separation of mixture signal received by array antennas is discussed. The signal model of array antennas is addressed. Several typical algorithms are introduced to separate the mixture communication signals. The performance indexes used to measure the separation performance of BSS algorithms are presented, and the main factors which affect the algorithm's performance are analyzed.

2. Blind source separation under low SNR (Signal to Noise Ratio) environments is studied, which is based on two different methods. One method is to increase the number of receiving antennas, and then the signal model is changed to overdetermined signal model. It is shown that, the algorithm's performance is improved when signal model is overdetermined, since the pre-process could increase the SNR and estimate the noise power. Another method is to utilize the cyclo-stationarity of communication signals. An algorithm which could separate source signals with second and fourth order cyclostationary is presented. The theoretic analyses and simulation results show that the proposed algorithm is robust under stationary noise environment.

3. An approach to separate the mixed signals received by distributed antennas is proposed. The basic idea is to estimate the main parameters of signal model by using the cyclo-stationarity of communication signals, and then to retrieve the source signals by interference cancellation and Kalman filter. In addition, based on maximal ratio combining principle, the method to process the single source is also presented in distributed antennas system.

Key words: Blind source separation (BSS), communication signal, cyclostationary, array antennas, distributed antennas

插图目录

图 1-1 典型的电子侦察系统框图.....	1
图 2-1 JADE 与 EASI 分离性能比较	13
图 2-2 条件数和盲分离分离性能的关系.....	14
图 2-3 分离性能比较 ^[7] (混合矩阵时不变)	16
图 2-4 分离性能比较 ^[7] (混合矩阵时变)	16
图 3-1 过定模型预处理前后信噪比变化.....	26
图 3-2 过定盲分离白化性能考察.....	27
图 3-3 过定盲分离归一化性能考察.....	28
图 3-4 $x_1(k)$ 二次方谱图(源信号 BPSK).....	31
图 3-5 $x_1(k)$ 四次方谱图(源信号 QPSK).....	31
图 3-6 $x_1(k)$ 四次方谱图(源信号 16QAM).....	32
图 3-7 CJAD 和 JADE 正定情况下分离性能比较	34
图 3-8 CJAD 和 JADE 过定情况下分离性能比较	35
图 3-9 2-4CE 和 JADE 分离不同调制方式混合信号性能比较(采样时间 1s).....	37
图 3-10 2-4CE 和 JADE 分离 QPSK, 16QAM 混合信号的性能比较(采样时间 5s)	38
图 4-1 分布式天线接收信号的示意图.....	42
图 4-2 τ_1 、 τ_2 估计的性能曲线.....	47
图 4-3 k_1 、 k_2 估计的性能曲线	48
图 4-4 Kalman 滤波前信号的星座图 (SNR=15dB)	48
图 4-5 Kalman 滤波后信号的星座图 (SNR=15dB)	48
图 4-6 τ_1 、 τ_2 估计的性能曲线.....	51
图 4-7 k_1 、 k_2 估计的性能曲线	51
图 4-8 Kalman 滤波前信号的星座图 (SNR=15dB)	52
图 4-9 Kalman 滤波后信号的星座图 (SNR=15dB)	52
图 4-10 FCBBS 分离混合 16QAM 信号的星座图 (SNR=25dB)	52

中国科学技术大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名: 张承祚

签字日期: 2009.6.8

中国科学技术大学学位论文授权使用声明

作为申请学位的条件之一,学位论文著作权拥有者授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人提交的电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

☒ 公开 ☐ 保密 (____年)

作者签名: 张承祚

导师签名: 戴旭初

签字日期: 2009.6.8

签字日期: 2009.6.8

第 1 章 绪 论

§ 1.1 课题背景

对敌方信息系统的攻击和对己方信息系统的保护，在未来的军事冲突中起着举足轻重的作用。在人类历史中，军事战争都是关于打败敌人的方法，以及关于挫败敌方的方法而采取的对抗手段。在现代，这种现象在任何领域都没有比在信息战，尤其在通信电子领域更加明显。“通信电子战”就是动用类似战争的行为，攻击敌方的通信系统，保护己方的通信系统不被敌方攻击。

在通信电子战系统中，电子侦察扮演着“千里眼”的重要角色，即对射频（RF）发射采取“非协作”截获以从中搜集并筛选出信息。“非协作”在这里指通信者与截获者相互不协作，也就是说通信者不希望截获者获得成功。只有通过电子侦察获取敌方信号参数，才有可能组织有效的电子对抗及支援。电子侦察系统的结果取决于具体的应用。图 1-1 显示的是典型的电子侦察系统框图。接收天线在一定频段范围内截取射频信号，信号经接收及检测后被处理，处理后获取的信息送至指挥作战单元以供进一步分析。其中，信号处理包括数据存储、信号分离、信号识别和参数提取四个环节。信号分离将是本文研究的对象。

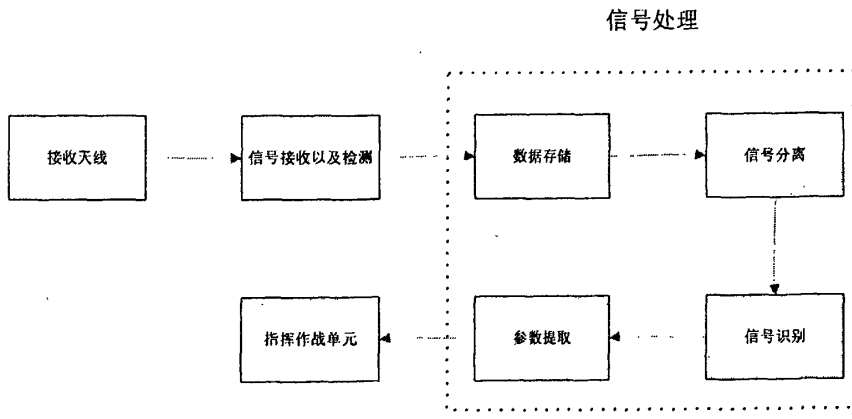


图 1-1 典型的电子侦察系统框图

§ 1.2 现代战争的电磁复杂性以及信号分离的作用

随着战争步入高科技时代，通信在其中日益起着举足轻重的作用。各种通信电子设备的大量使用，造成了战场频谱信道的拥挤；战场地形地貌不一，气候状况多变，以及人员设备转移引起的信号源移动，也使无线通信信道变得极为恶劣；加之电子侦察是“非协作”性的，从而形成了复杂的、多变的、具有严重威胁的电子对抗环境，其最大的特点就

是信号源与信道在不断地发生变化,而这种变化是难于预测的。如何在多变的电磁环境中实时地分离出各辐射源信息,得到正确的参数,实时地识别、告警,正确引导干扰系统进行干扰就变得越来越迫切。而信号分离是侦察设备中的一个重要组成部分,信号分离的正确与否直接关系到侦察设备的性能指标。错误的分离会造成虚警、漏警,给作战人员造成混乱,影响干扰方式的确定,甚至会影响到战争的成败。

当前,多信号分离的主要方法是将信号从时域变换到频域,在频域上进行信号分离和分选识别;也可以将信号进行如小波变换的时频分析,以达到信号分离和分选识别的目的。随着实际环境中无线电信号的日益密集,自然干扰和人为干扰严重污染信号,时域高度密集,功率谱严重重叠,传播途径复杂多变。因而,通过上述方法来实现信号分离和分选识别是非常困难的,现有的一些侦察设备在实际应用时往往力不从心,需要寻找新的无线电侦察方法。

盲信号分离技术(BBS,即Blind Source Separation)是指在未知源信号和传输通道参数的情况下,根据输入源信号的统计特性,仅由观测信号检测并分离出源信号中各个独立成分的过程,这一过程又称为独立分量分析(ICA,即Independent Component Analysis)。盲信号分离通常是对观测到的源信号的线性瞬时混迭信号进行分离。盲信号分离方法已应用于语音、生物医学和地震等各个领域。把盲信号分离的思想应用到通信侦察,是一个深入探讨的研究课题。

§ 1.3 盲分离问题描述

1.3.1 盲分离问题的信号模型

盲分离问题包括了各种不同子类型的问题,根据不同的分类标准,如:按源信号混合方式可以分为瞬时混合和卷积混合,按照是否存在非线性变换可以分为线性盲分离和非线性盲分离,按混合信号和源信号数目的关系可以分为过定盲分离、适定盲分离和欠定盲分离,等等。

本文只讨论瞬时线性混合,并且接收信号数目不少于源信号数目,即:过定盲分离或适定盲分离。

瞬时线性混合的BSS数学模型可以表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1.1)$$

其中 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_n(t)]^T$ 表示 n 个相互独立的源信号,它们的实际概率分布未知。 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_m(t)]^T$ 为 m 个观测信号,它们是上述 n 个源信号的线性组合, $\mathbf{n}(t)$ 为 m 维噪声。观测信号 $\mathbf{x}(t)$ 已知,而混合矩阵 \mathbf{A} 和源信号 $\mathbf{s}(t)$ 未知。盲分离问题就是求解分离矩阵 \mathbf{B} ,使得变换后的输出是源信号的估计。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t) \quad (1.2)$$

按照混合信号的数目和源信号数目的关系，可以将线性混合问题分为三种不同的情况：当 $m > n$ 时称为过定情况；当 $m = n$ 时；称为适定或完备情况，当 $m < n$ 时称为欠定情况。

为了使盲信号分离问题具有可分性，必须对混合矩阵和源信号作某些假设。这些基本假设包括：

- 1) 源信号 s_i 的各分量相互独立；
- 2) 源信号最多只有一个源信号分量服从高斯分布；
- 3) 混合矩阵 \mathbf{A} 列满秩。

1.3.2 盲信号分离的基本思路

根据前面定义的信号模型，以及分离结果相互独立这一限定条件，可以知道盲信号分离算法的步骤是：建立度量分离结果独立程度的准则（也称为代价函数）。然后对代价函数进行优化，找出分离矩阵 \mathbf{B} 。因此，盲信号分离的核心问题：建立代价函数和设计优化算法^[1,2,3]。

虽然不同学者从不同的角度提出了多种代价函数以及优化算法的思路。但在一些合理的限定条件下，这些算法思想都能相互等价。下面对其做简要的描述。

代价函数建立的准则：

- 1) 非线性不相关准则

由统计分析知识可知，对于统计独立的源信号向量，其联合概率密度可分的，且可以推出相互独立的随机变量的任意阶联合矩也是可分的。不失一般性，假设有两个相互独立的 s_1, s_2 ，则有：

$$p(s_1, s_2) = p(s_1)p(s_2) \quad (1.3)$$

当 k_1, k_2 为大于零的整数时，有：

$$E[s_1^{k_1}, s_2^{k_2}] = E[s_1^{k_1}]E[s_2^{k_2}] \quad (1.4)$$

上式的更一般的描述为：

$$E[h(s_1), g(s_2)] = E[h(s_1)]E[g(s_2)] \quad (1.5)$$

式中， $h(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 是非线性函数。上式表明，相互独立的信号经非线性变换后仍保持相互独立性。

因此非线性不相关可以用于分离结果的独立性度量。它以不同的方式在很多 ICA 分离算法^[4-7]中得以体现。虽然在非线性函数的选择上有所差别，但本质上多是为了充分利用随机变量的高阶统计特性进行盲信号分离，以实现最佳的分离效果。

- 2) 基于信息论准则

盲信号分离问题的分离矩阵事实上就是一线性前馈神经网络，完全可以用神经网络的理论和方法^[8]来求解。此时，盲信号分离就是发展一个自适应权更新规则以使网络输出尽可能独立，所以这类网络又称独立分量分析网络。

在低噪声情况下, 最大化一个神经网络输入输出之间的互信息就意味着输出分布是可以分解的, 即多变量密度函数可以分解为各边缘概率密度函数的乘积。此时输出各分量相互独立。信息的度量要用到熵的知识。从信息科学的角度出发, 信息论是解决这类问题的一个重要理论工具^[9,10]。

3) 非高斯性极大准则

在现实世界中, 超高斯和亚高斯信号都是普遍存在的。例如生物医学信号, 既有超高斯分布, 又有亚高斯分布。又例如语音信号一般为超高斯分布, 自然景物图像数据一般为亚高斯分布或者超高斯分布, 在很多应用场合, 源信号确实具有非高斯性。如何利用源信号的这一性质呢? 思路来自于中心极限定理^[11-13]。

中心极限定理表明, 一组均值和方差为有限值的独立随机变量的和必定接近高斯分布。因此, 如果观测信号是多个独立源的线性组合, 那么以高斯分布为参照, 则观测信号比源信号更接近高斯分布, 或者说源信号的非高斯性比观测信号的非高斯性要更强。根据这一个思想, 可以对分离结果的非高斯性进行度量, 当它们的非高斯性达到最大时, 可以认为其实现了最佳分离。在实际计算中, 信号的非高斯性程度通常采用峭度(Kurtosis)、或者“负熵”(Negentropy)来表示。

1.3.3 盲信号分离问题的发展以及未来趋势

盲信号分离问题从被提出至今已经有二十多年的时间。1986年至1991年法国人J.Herault和C.Jutten提出了著名的H-J递归神经网络, 并用该网络解决了两个源信号在线性混合模型下的盲分离问题, 这种算法简称为H-J算法^[14]。H-J算法的提出标志着盲信号分离的研究工作取得了实质性进展。随后, E.Sorouchyari^[15]和P.Comon^[16]等人对H-J算法的收敛性和稳定性进行了分析。

在1989年举行的高阶谱分析会议上, J.-F.Cardoso和P.Comon发表了2篇关于ICA的早期论文^[9,17], J.-F. Cardoso提出了所谓的JADE (Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrix) 算法。

1991年, L.Tong对盲信号分离解的不确定性即可辨识性进行了系统的研究。由于信号传输(即信道)以及源信号知识的缺乏, 盲信号分离存在两种不确定性或模糊性: 分离后信号的顺序排列和复振幅(幅值和初始相位)的不确定性。Tong等人指出, 当源信号之间相互独立时, 如果对源信号矢量进行变换, 当且仅当变换后的信号之间保持相互独立, 该变换矩阵可以分解为一个满秩对角阵和一个转置矩阵的乘积, 也就是该变换仅仅改变了源信号的幅度和排列顺序, 并没有改变信号的波形。

1994年, Comon系统阐述了独立分量分析的概念^[9], 给出了严格的数学定义, 证明了只要通过适当的线性变换, 使得变换后的各个信号之间相互独立就可以实现源信号的盲分离, 这就使得盲信号分离的实现问题转化成对独立分量分析的求解问题。Comon对独立分量分析的对比函数进行了定义, 提出了著名的基于最小互信息的独立分量分析方法。对比函数是一个用来衡量变换后各个信号之间相互独立程度的实值标量函数, 当且仅当各个输出信号之间相互独立时, 对比函数取得最大值或最小值, 这样, 通过对对比函数的最大化

和最小化就能把随机矢量的独立分量分析问题转化为一个优化问题。Comon的工作给了盲信号分离问题一个清晰的脉络,使得以后的算法开始有了明确的理论依据。

1995年, A.J.Bell和T.J.Sejnowski提出了基于信息最大化标准(Informax)的独立分量分析方法。他们给出了一种非线性网络结构和非监督学习算法^[19],通过非监督学习方法最大化非线性网络传输的信息量,可以使得输出信号之间相互独立,从而实现盲分离。1996年, Cardoso提出了相对梯度算法;1998年, Amari提出了自然梯度的概念,从而简化了Informax算法的优化问题。经过验证,对于盲信号分离算法,相对梯度算法和自然梯度是等价的。为了增强算法的鲁棒性, A.Cichocki和R.Unbehauen在H-J算法的基础上提出了一类鲁棒的神经网络盲源分离算法。1997年, A.Hyvarinen和E. Oja等人基于输出信号的负熵最大化原则,提出了快速定点独立分量分析方法^[13]。

上世纪90年代中期以后,涌现出了大量的盲信号分离方面的论文,国内研究学者在盲信号分离算法和应用方面也做出了大量工作,并且取得了很多成果[20-23]。

虽然盲信号分离的理论方法在最近几年已经获得了长足的发展,但是还有许多问题有待进一步地研究和解决。例如:

带噪声的混合信号的有效分离;

更有效得利用各种先验知识分离源信号或者改善分离性能;

源信号数目与混合信号数目不等(即过定,欠定情况)时,盲分离算法研究;

学习速率迭代步长自适应变化的盲分离方法;

非平稳情况下,稳健跟踪的高效盲分离算法;

源信号个数动态变化时也能有效工作的盲分离算法。

§ 1.4 本文的主要工作以及结构

盲分离算法在通信信号处理中有着很大的应用价值和广阔的发展前景。但是目前,针对通信信号的有效盲分离算法还比较少。根据通信对抗的实际需要,本文对通信信号盲分离做了较为深入的研究,主要内容和结构如下:

第一章:阐述了盲分离问题信号模型和基本思路,并且介绍了盲分离技术的发展历史、未来研究方向以及在通信信号处理领域的应用前景。

第二章:介绍了阵列天线接收的混合通信信号的盲分离问题。给出了盲分离算法分离混合通信信号的性能,并针对实际通信环境存在的问题,给出了通信信号盲分离算法的研究方向以及已有的研究成果。

第三章:研究了低信噪比条件下,通信信号盲分离的问题。本章主要从两个方向来解决这个问题:一是通过过定条件下,额外的天线增加的冗余信息来改善盲分离算法,从理论和实验角度给出了在低信噪比条件下,过定情况盲分离算法性能改善的原因。二是采用基于源信号循环平稳特性的盲分离算法,实验和仿真说明,基于源信号循环平稳特性的盲分离算法受平稳噪声的干扰较小,分离精度较高。

第四章：研究了分布式天线接收到的混合通信信号的盲分离问题。首先提出了分布式天线信号混合模型，并指出其与传统的阵列天线接收信号的混合模型的区别：存在时间延迟和频偏。本章提出了适合于分布式天线接收信号的盲分离算法，算法思路是：利用通信信号的循环平稳特性，对时间延迟、频偏等参数进行估计，并在此基础上，利用干扰抵消和Kalman滤波完成相互独立的源信号分离，最后给出了分布式天线系统中，单个源信号被多天线接收的情况下，信号处理的有效方法。

第五章：总结了全文，并简要分析了需要进一步研究的问题。

参考文献

- [1] A. Hyvarinen. Survey on independent component analysis. *Neural Computation*, 1999, 2(1):96-128
- [2] Aapo Hyvarinen et.al. *Independent Component Analysis*. New York: Wiley, 2001
- [3] T W Lee, M Girolami, and A J Bell et al. A unifying information theoretic framework for independent component analysis. *Computers and Mathematics with application*, 31(11), 2000: 1-21
- [4] E. Oja. The nonlinear pca learning rule in independent component analysis. *Neuro computing*, 17(1), 1997, pp:25-46
- [5] E. Oja. Nonlinear pca criterion and maximum likelihood in independent component analysis. In *Proc. Int. Workshop on Independent Component Analysis and Signal Separation (ICA'99)*, volume 8, 1999, pages 143-148. Aussois, France
- [6] Pajunen Petteri and Karhunen J. Least squares methods for blind source separation based on nonlinear pca. *Int Journal of Neural Systems*, 1998
- [7] T.D. Sanger. Optimal unsupervised learning in a single layer linear feedforward neural network. *Neural Network*, 2, 1989, pp: 459-473
- [8] J. Herault and C. Jutten. *Detection de grandeurs primitives dans un message composites par une architecture de calcul neuromimetique en apprentissage non supervise*. Nice, France, 1985
- [9] Pierre Comon. Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*, 36(3), 1994, pp: 287-314
- [10] E. Oja. Blind source separation: neural net principles and applications. In *Proc. of SPIE*, volume 5439, Bellingham, WA, 2004, Pages 1-17
- [11] A. Hyvarinen and E.Oja. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. *Neural Computation*, 9(7), 1997, pp: 1483-1492
- [12] A Hyvarinen. A family of fixed-point algorithm for independent component analysis. In *Proc. ICASSP*, 1997 page:3917-3920
- [13] A. Hyvarinen. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Trans. On Neural Network*, 10(3), 1999, pp: 626-634

- [14] C. Jutten and J. Herault, Blind separation of source, part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture. *Signal Processing*, 24(1), 1991, pp.1-10
- [15] E. Sorouchyari, Blind separation of sources, part III: Stability analysis, *Signal processing*, 24(1), 1991: pp.21-29
- [16] P. Comon, C. Jutten and J. Herault, Blind separation of sources, part II: Problems Statement, *Signal Processing*, 24(1), 1991, pp:11-20
- [17] J.-F. Cardoso, Blind identification of independent components with higher-order statistics, *Proc. Workshop on Higher-Order spectral Analysis*, 1989, pp. 157-160
- [18] P. Comon, Separation of stochastic processes, *Proc. Workshop on Higher-order Spectral Analysis*, 1989, pp.174-179
- [19] A.J. Bell and T.J. Sejnowski, An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Comput.*, 7(6), 1995, pp 1129-1159
- [20] 姚毅,贾金玲,姚娅川.盲分离技术在识别生物信号中的应用. *仪器仪表学报*, 25(4). 2004, pp. 155-156
- [21] 张洪源, 信号源盲分离的理论与实验研究. 上海交通大学博士学位论文, 2000
- [22] 冶继民, 信源数目未知与变化时的盲信号分离方法研究. 西安电子科技大学博士学位论文, 2005
- [23] Y.Q.Li, J. Wang and Jacek M. Zurada. Blind extraction of singularly mixed source signals. *IEEE Trans. On Neural Networks*, 11(6), 2000, pp.1413-1422

第2章 阵列天线接收的混合通信信号盲分离

§ 2.1 阵列天线接收信号模型

不失一般性, 假设天线阵列为直线型天线阵, m 个接收天线阵元, 天线阵元间距为 d 。当来自 n 个窄带信号源的平面波分别以不同的频率 f_1, f_2, \dots, f_n 和方向 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 入射到天线阵上, 接收到的阵列信号为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.1)$$

式中信号 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_m(t)]^T$; 源信号 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_n(t)]^T$, 并假设 $E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H] = \mathbf{I}^{n \times n}$ 。 m 和 n 分别表示天线阵元的个数和源信号的个数; $\mathbf{n}(t)$ 为 m 维加性高斯白噪声矢量; 矩阵 \mathbf{A} 为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\omega_1 \tau_1} & e^{-j\omega_2 \tau_2} & \dots & e^{-j\omega_n \tau_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_1 (m-1)\tau_1} & e^{-j\omega_2 (m-1)\tau_2} & \dots & e^{-j\omega_n \tau_n} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

式中 $\omega_i = 2\pi f_i$, 表示信号的角频率; $\tau_i = d \sin \phi_i / c$, 表示信号到达相邻天线阵元的时延差, ϕ_i 为入射角, 下标 i 表示第 i 个源信号, $i = 1, 2, \dots, n$ 。 c 为光速。

从 (2.1) 式可以看出, 阵列天线接收信号的混合模型为复数的瞬时线性混合模型, $\mathbf{x}(t)$ 是混合信号, \mathbf{A} 是混合矩阵。通常源信号的来波方向和载波频率未知, 因此混合矩阵 \mathbf{A} 也未知。

盲分离算法的任务就是在混合矩阵和源信号都未知的情况下, 通过对 $\mathbf{X}(t)$ 进行分离处理, 恢复出源信号 $\mathbf{s}(t)$ 。设分离矩阵 \mathbf{B} , 则

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{B}\mathbf{n}(t) \quad (2.3)$$

$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_n(t)]^T$ 是源信号 $\mathbf{s}(t)$ 的估计。

§ 2.2 盲分离算法及其性能

2.2.1 盲分离问题的有解性和分离的不确定性

研究表明, 盲分离问题是一个多解问题^[1], 混合矩阵满秩且可以分解为一个满秩的对角矩阵和排列矩阵 (初等矩阵) 的乘积时, 此时源信号的波形可以得到恢复, 并由此定义了盲信号分离问题的可解性。即:

对各元素相互独立，并且最多只有一个高斯分量的信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 而言，若 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{s}(t)$ 的各个元素相互独立，则 $\mathbf{y}(t)$ 是 $\mathbf{s}(t)$ 的一个拷贝。即：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{L}\mathbf{P}\mathbf{s}(t) \quad (2.4)$$

其中 \mathbf{L} 是一个对角阵， \mathbf{P} 为一个排列矩阵。这也就是说，对于给定的 $\mathbf{x}(t)$ ，只要通过对分离矩阵的学习使 $\mathbf{y}(t)$ 的各元素相互独立， $\mathbf{y}(t)$ 就是 $\mathbf{s}(t)$ 的一个拷贝，盲分离得以实现，此时， $\mathbf{C} = \mathbf{B}\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{P}$ 。

在实际应用中，一般要求满足以下的假设条件：

- 1) 源信号在统计上是相互独立的
- 2) \mathbf{A} 是列满秩的常数矩阵
- 3) 源信号是非高斯信号，且至多有一个是高斯信号

假设条件 1) 是解决盲分离问题的关键，在实际通信环境中也很容易满足。假设条件 2) 要求观测信号的数目大于等于未知源信号的个数，即 $m \geq n$ ，且混合矩阵列满秩，实际环境一般能够满足。假设条件 3)，是由于多个高斯分布的源信号的线性混合依然是高斯分布，这种情况是很难实现分离的，而大多数通信信号呈亚高斯分布，故这一条件也满足。因此通信信号的盲分离具有可行性。

由于 \mathbf{L} 、 \mathbf{P} 是任意的，因此在盲分离过程中，源信号的分离还具有不确定。主要表现在：

- 1) 尽管可以正确的将源信号分离出来，但是并不知道它们的排列顺序，这就相当于同时交换信号和混合矩阵与之对应的列的位置后，所得到的观察信号仍然是相同的；
- 2) 源信号与之对应得混合矩阵的列之间互相乘上一个固定的比例因子，对观察向量不产生任何影响。

就是说，盲信号分离的不确定性表现在分离信号排列的模糊性和波形振幅的模糊性，对源信号为复信号的情况，还表现为相位的模糊性。但是通信信号的几乎所有的信息都已经包含在分离出来的信号波形中，所以这些不确定性基本上不影响对分离后的通信信号的分析处理。

2.2.2 盲分离算法的性能评价准则

混合信号经过分离算法处理后得到混合矩阵和源信号的估计序列，然后分别与已知的混合矩阵和源信号序列进行比较，来评价算法的性能。常用的量化评价准则分为两类：基于混合矩阵的评价准则和基于信号的评价准则。

1: 基于混合矩阵的评价准则

(1) 系统矩阵与单位阵之间的误差

在理想情况下，盲分离算法应使分离矩阵 \mathbf{B} 收敛于最优值，此时的系统矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{B}\mathbf{A}$ 收敛于单位阵 \mathbf{I} 。因此用系统矩阵 \mathbf{C} 和单位阵 \mathbf{I} 之间的距离来度量盲分离算法的分离程度。定义两者之间的误差为：

$$\rho = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sum_{j=1}^n |c_{ij}|^2}{\max_{1 \leq l \leq n} |c_{il}|^2} - 1 \right] \quad (2.5)$$

其中, n 表示源信号的个数。 ρ 越小, 表示算法分离的效果越好。

(2) 信号间的干扰

前面已经说明了盲分离在幅度、相位和排列上的不确定性。下面定义的信号间干扰在这种情况下保持不变^[2], 可以作为一个评价准则, 来衡量信号的分离效果。定义 t 时刻的信号间干扰 ISI_t (Inter-Signal Interference) 为:

$$ISI_t = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{|c_{ij}(t)|}{\max_{1 \leq l \leq n} |c_{il}(t)|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \frac{|c_{ij}(t)|}{\max_{1 \leq l \leq n} |c_{jl}(t)|} - 1 \right) \quad (2.6)$$

越接近理想的算法, ISI_t 越接近 0。

也可以用信干比 SIR (Signal to Interference Ratio) 来衡量信号间干扰的大小:

$$SIR_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 10 \log_{10} \frac{g_i(t)}{\sum_{j \neq i} |c_{ij}(t)|^2} \quad (2.7)$$

越理想的算法, SIR 越大, 一般认为 $SIR \geq 20$ dB, 算法分离效果比较理想。

2: 基于信号的评价准则

(1) 输出信噪比

由于信号间不可避免的存在干扰, 干扰信号可以视为噪声, 因此采用信噪比作为一个度量, 第 i 路分离信号的信噪比定义如下:

$$SNR_i = 10 \log_{10} \frac{E[\hat{s}_i(t)^2]}{E[y(t) - \hat{s}_i(t)]^2} \quad (2.8)$$

其中 $E[\cdot]$ 为求均值运算, $\hat{s}_i(t)$ 为 $y(t)$ 中的有用信号。

(2) 相关系数

分离的效果也可以用第 i 路输出信号与对应源信号之间的相关系数来度量, 定义为:

$$\xi_{ij} = \frac{E[y_i(t)s_j(t)]}{\sqrt{E[y_i^2(t)]E[s_j^2(t)]}} \quad (2.9)$$

如果 $\xi_{ij}=1$ ，说明第 i 个分离输出信号与第 j 个源信号完全相同，由于估计误差不可避免， ξ_{ij} 的值只能接近于 1；如果 ξ_{ij} 的值趋于 0，说明 y_i 和 s_j 不相关。如果所有 ξ_{ij} 的值离 1 较远，说明分离未完成。

2.2.3 典型的盲分离算法：JADE 算法和 EASI 算法

(2.1) 式的线性瞬时混合模型中，如果混合矩阵 \mathbf{A} 时不变并且混合信号的数目与源信号数目相等（正定情况），现有的处理这类模型的盲分离算法大体可以分为两种，即：批处理（batch processing）和自适应处理（adaptive processing）。

批处理的含义是指依据一批观测数据来进行处理，而自适应处理是对观测数据作递归式处理。批处理算法一般分离精度较高，但计算量较大。建立在“四阶累计量矩阵对角化”概念基础上的方法（JADE）就是这一类算法的典型代表^[3]。

JADE 算法流程如下：

- 1) 初始化，估计一个白化矩阵 \mathbf{W} ，并令 $\mathbf{z}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$
- 2) 估计四阶累计量矩阵集 $\{\mathbf{Q}_i\}$
- 3) 最优化一个正交阵 \mathbf{V} ，使累计量矩阵尽可能对角化，即 $\sum \mathbf{v}^H \mathbf{Q}_i \mathbf{v}$ 非对角线上元素最小。
- 4) 分离。分离矩阵 $\mathbf{B} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{W}$ 。

自适应处理可以随着数据的陆续取得而逐步更新解混矩阵，使得处理所得逐步趋近于期望结果（ICA 问题即最后结果趋于各分量相互独立）。以 EASI 算法^[4]为例，它的解混矩阵的迭代公式为：

$$\mathbf{B}(t+1) = \mathbf{B}(t) - \mu_i \left[y_i y_i^H - \mathbf{I} + f(y_i) y_i^H - y_i f(y_i)^H \right] \mathbf{B}(t) \quad (2.10)$$

它的归一化形式为：

$$\mathbf{B}(t+1) = \mathbf{B}(t) - \mu_i \left[\frac{y_i y_i^H - \mathbf{I}}{1 + k_i y_i^H y_i} + \frac{f(y_i) y_i^H - y_i f(y_i)^H}{1 + k_i |y_i^H f(y_i)|} \right] \mathbf{B}(t) \quad (2.11)$$

其中 $f(x)$ 是非线性函数，如取 $f(x) = |x|^2 x$ 。 k_i 为迭代步长， k_i 取得大，算法收敛快，但是算法精度下降， k_i 取的小，算法收敛慢，但收敛后波动小，精度高。

2.2.4 影响盲分离算法性能的主要因素

本节通过仿真实验来比较 JADE 和 EASI 这两种算法的性能，进而表明影响盲分离算法性能有两个主要因素：噪声和混合矩阵的条件数。

实验 2.1：JADE 和 EASI 算法性能与噪声的关系

实验参数设置如下：1) 源信号：3 路独立的 QPSK 信号，数据长度为 5000 个符号。

2) 混合矩阵 \mathbf{A} 取为：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \exp(0.9\pi j) & \exp(0.7\pi j) & \exp(1.7\pi j) \\ \exp(1.1\pi j) & \exp(1.0\pi j) & \exp(1.5\pi j) \\ \exp(0.7\pi j) & \exp(1.4\pi j) & \exp(1.3\pi j) \end{bmatrix}$$

在不同信噪比下利用 JADE 算法和 EASI 算法进行盲分离处理，其中 EASI 的迭代步长取为 0.005，解混矩阵取收敛后的值。信噪比 (SNR) 的定义为：

$$SNR = 10 \log_{10}(P_s / P_n) \quad (2.12)$$

式中， P_s 是信号功率， P_n 是噪声功率。分离性能 (SIR) 来评价) 比较见图 2-1。

由图 2-1 可以看出，JADE 算法分离精度高于 EASI。一般来说，批处理算法的分离精度较高，但是算法较复杂。而自适应算法较简单，而分离精度相对较低。

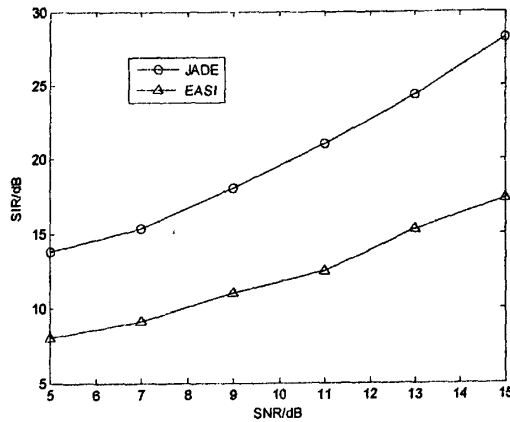


图 2-1 JADE 与 EASI 分离性能比较

实验 2.1 说明盲分离算法在较高信噪比 (SNR) 并且混合矩阵非奇异的情况下，都能够取得良好的分离效果，也就是说，噪声是影响盲分离性能的一个主要因素。另外，混合矩阵的非奇异性对分离性能也能产生影响。下面给出衡量矩阵非奇异性的参数一条件数^[5]，并用实验来说明条件数对盲分离算法性能的影响。

当混合矩阵 \mathbf{A} 一个很小的扰动只引起解向量 \mathbf{S} 很小的扰动时，就称混合矩阵 \mathbf{A} 是“良态”矩阵 (well-conditioned matrix)。若混合矩阵 \mathbf{A} 一个很小的扰动会引起解向量 \mathbf{S} 很大的扰动，就称混合矩阵 \mathbf{A} 是“病态”矩阵 (ill-conditioned matrix)。而条件数刻画了求解线性方程时，误差经过矩阵 \mathbf{A} 的传播扩大为解向量 \mathbf{S} 的误差的程度，因此条件数是衡量线性方程数值稳定性的一个重要指标。

矩阵 \mathbf{A} 的条件数 $cond(\mathbf{A})$ 的定义为：

$$cond(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| \quad (2.13)$$

(2.13) 式中 $\|\cdot\|$ 表示求矩阵的范数。对矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解 (SVD)，条件数还可以利用奇异值来定义：

$$\text{cond}(A) = \sigma_1 / \sigma_n \quad (2.14)$$

σ_1 是 A 最大的奇异值, σ_n 是 A 最小的奇异值。由定义式 (2.14) 可以看出, 条件数是一个大于或等于 1 的正数。显然, 如果矩阵 A 奇异, 则至少有一个奇异值等于 0, 它的条件数为无穷大。也就是说, 条件数很大的时候, A 是“病态”矩阵。

因此, 影响信号盲分离性能的两个主要因素是信噪比和条件数。图 2-1 已经表明了噪声对盲分离算法的影响, 下面用实验来说明混合矩阵的条件数对分离性能的影响。

实验 2.2 条件数对盲分离算法的影响。

实验参数设置如下:

- 1) 源信号: 3 路独立生成的 QPSK 信号, 数据长度 5000 个符号。
- 2) 每次分离实验混合矩阵随机生成, 并计算混合矩阵的条件数, 实验重复 500 次。
- 3) 信噪比分别设为 15dB 和 5dB。

利用 JADE 算法对数据进行分离, 混合矩阵条件数 $\text{cond}(A)$ 与分离性能 (SIR) 的对应关系如图 2-2 所示, 左图是 15dB 下的实验结果, 右图是 5dB 下的实验结果。

图 2-2 可以看出, 混合矩阵的条件数小对应解混矩阵的信干比较高, 分离性能较好。随混合矩阵的条件数的增加, 算法分离性能降低。

根据图 2-2 的结果, 可以看出, 在 $\text{SNR}=15\text{dB}$ 噪声条件下, 混合矩阵的条件数小于 5, 盲分离可以获得较理想的性能 ($\text{SIR}>20\text{dB}$), 而在 $\text{SNR}=5\text{dB}$ 噪声条件下, 混合矩阵的条件数需要小于 2.5, 盲分离才能获得较理想的性能。

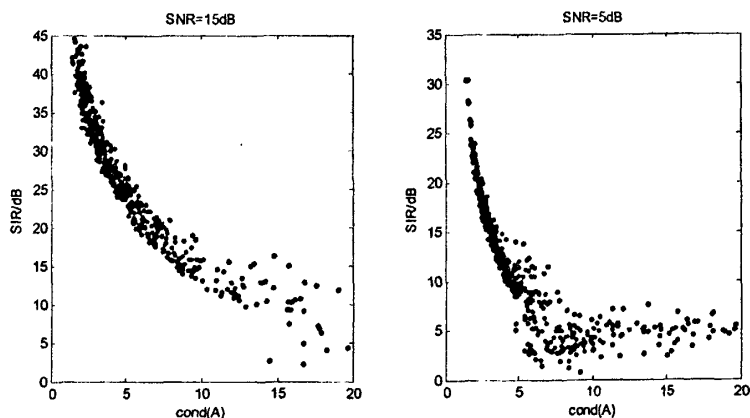


图 2-2 条件数和盲分离分离性能的关系

§ 2.3 通信信号盲分离的研究进展

2.2 节给出了阵列天线接收信号的盲分离方法, 仿真实验验证了在适当的条件下盲分离方法的有效性。但是实际的应用环境比仿真条件更加复杂多变, 这给盲分离算法提出了更高的要求。例如:

1) 天线和接收设备可能是运动的, 产生的多普勒频移使得混合矩阵是时变的, 因此需要盲分离算法能够适应时变信道;

2) 源信号的数目是未知的, 而现有的盲分离算法需要知道源信号的数目, 因此需要研究估计源信号数目的方法;

3) 应充分利用通信信号特征来改善和提高盲分离算法的性能, 以满足实际应用的需求。

下面将简要介绍目前在上述三个方面的研究进展。

2.3.1 时变信道盲分离算法

由于信道是时变的, 因此需要盲分离算法不仅能够快速收敛, 还能自适应信道变化。自适应盲分离算法由于运算量小并具有跟踪信道变化的能力而被深入的研究。几种对现有自适应盲分离算法的改进被提出, 这类方法一般通过改变迭代步长来达到跟踪信道目的。

以其中 J.A.Chamber 的 VS-EASI 算法^[6]为例, 它采用了 EASI 算法的解混矩阵的迭代公式, 见 (2.10) 式。而迭代步长更新为:

$$\mu(t) = \mu(t-1) - \rho \nabla_{\mu} J(t) \big|_{\mu=\mu(t-1)} \quad (2.15)$$

这里 ρ 是一个数值很小的常量, $J(t)$ 是 EASI 算法中的代价函数。定义矩阵内积为:

$$\langle \mathbf{D}, \mathbf{E} \rangle = \text{tr}(\mathbf{D}^T \mathbf{E}) \quad (2.16)$$

$\text{tr}(\cdot)$ 是求矩阵的迹, \mathbf{D} 、 \mathbf{E} 是 $n \times n$ 维的矩阵。利用 (2.16) 式中的定义来推导 (2.15) 等式右边的自然梯度值:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mu} J(t) \big|_{\mu=\mu(t-1)} &= \left\langle \partial J(t) / \partial \mathbf{B}(t), \partial \mathbf{B}(t) / \partial \mu(t-1) \right\rangle \\ &= \text{tr} \left(\partial J(t) / \partial \mathbf{B}(t) \times \partial \mathbf{B}(t) / \partial \mu(t-1) \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

这里:

$$\partial J(t) / \partial \mathbf{B}(t) = \left[y_t y_t^H - \mathbf{I} + f(y_t) y_t^H - y_t f(y_t)^H \right] \mathbf{B}(t) \quad (2.18)$$

t 时刻的解混矩阵为:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}(t-1) - \mu_{t-1} \left[y_{t-1} y_{t-1}^H - \mathbf{I} + f(y_{t-1}) y_{t-1}^H - y_{t-1} f(y_{t-1})^H \right] \mathbf{B}(t-1) \quad (2.19)$$

对解混矩阵 $\mathbf{B}(t)$ 求导:

$$\Gamma(t-1) = \partial \mathbf{B}(t) / \partial \mu(t-1) = - \left[y_{t-1} y_{t-1}^H - \mathbf{I} + f(y_{t-1}) y_{t-1}^H - y_{t-1} f(y_{t-1})^H \right] \mathbf{B}(t-1) \quad (2.20)$$

将 (2.17)、(2.18) 和 (2.20) 式代入 (2.15) 式中, 得到:

$$\mu(t) = \mu(t-1) - \rho \text{tr} \left(\Gamma^T(t) \Gamma(t-1) \right) \quad (2.21)$$

这个步长的迭代公式是针对实信号的, 文献^[7]将该方法扩展到复信号中, 从而得到复数情况下的步长迭代公式:

$$\nabla_u J(t)|_{u=u(t-1)} = \langle \Gamma^H(t), \Gamma(t-1) \rangle \quad (2.22)$$

$$\mu(t) = \mu(t-1) - \rho \frac{1}{2} \left[\Re(\nabla_u J(t)|_{u=u(t-1)}) + \Im(\nabla_u J(t)|_{u=u(t-1)}) \right] \quad (2.23)$$

$\Re()$ 、 $\Im()$ 分别求复数的实部和虚部值。

文献[7]利用推导出的公式，对混合矩阵为时变和时不变的情况进行了仿真实验。仿真实验结果见图 2-3 和图 2-4。

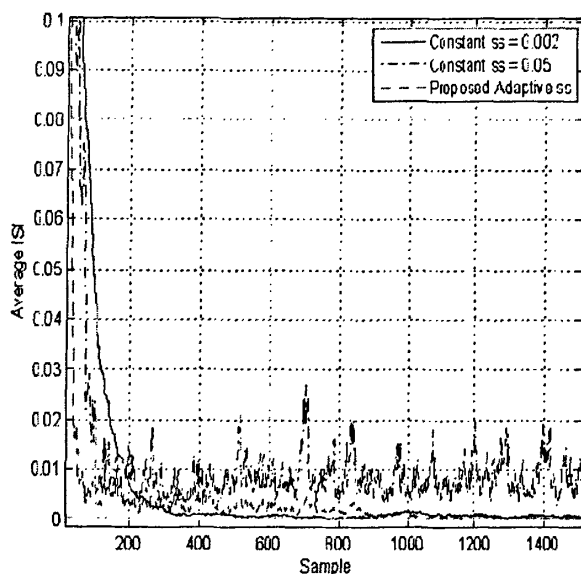


图 2-3 分离性能比较^[7] (混合矩阵时不变)

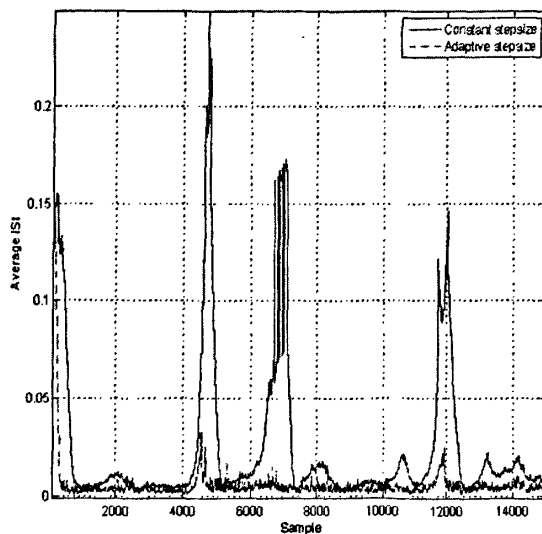


图 2-4 分离性能比较^[7] (混合矩阵时变)

图 2-3 是混合矩阵时不变情况下，VS-EASI 算法和 EASI 算法分离性能比较，其中 EASI 的迭代步长 (ss) 分别取为 0.002 和 0.05。从图可以看出 VS-EASI (虚线) 收敛速度

比迭代步长取为 0.05 的 EASI 算法（点-线）快，收敛之后，性能波动比迭代步长取为 0.002 的 EASI 算法（实线）要小。

图 2-4 是混合矩阵时变情况下，VS-EASI 算法（虚线）和 EASI 算法（实线）分离性能比较。在某些时刻，如 4500 采样点，6800 采样点附近，两种算法的性能都有所下降，这是因为这些时刻，混合矩阵的条件数较大，混合矩阵是病态矩阵。而 VS-EASI 在这些时刻分离的性能优于 EASI 算法，因为 VS-EASI 的步长在混合矩阵变得病态的时候会增大以适应解混矩阵的快速变化。

在实际应用中，如果信道变化较为缓慢，可以认为信道在一段时间内是恒定的。因此可以对批处理算法进行改进，使之适应缓慢变化的时变信道。

这一类算法^[8]的思想通常为对接收信号分段处理。

设接收信号为 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T$ 。

它的第 i 段信号设为 $\mathbf{x}'(t) = \mathbf{x}(iP+t) = [x'_1(t) \ x'_2(t) \ \cdots \ x'_n(t)]^T$ ， $0 \leq t \leq L-1$ ，也就是说一段的长度为 L 。并定义以下矢量：

$$\gamma_j^{i1} = [x'_j(t), 0 \leq t \leq P] \quad (2.24)$$

$$\gamma_j^{i2} = [x'_j(t), P < t \leq L-1] \quad (2.25)$$

由定义可以看出 γ_j^{i1} ， γ_j^{i2} 是第 i 段数据 $\mathbf{x}'(t)$ 第 j 路信号的前半部分与后半部分。取 $L-1 > P$ ，也就是说分段的数据 $\mathbf{x}'(t)$ 与其相邻段数据有重叠，重叠部分长度 $K = L - P$ ，这个设置是为了解决批处理自适应盲分离过程中信号拼接的问题。

批处理自适应盲分离算法流程如下：

1) 利用批处理算法处理第 i 段数据 $\mathbf{x}'(t)$ ，得到估计信号 $\mathbf{y}'(t)$ 以及解混矩阵 \mathbf{B}' ，这里 \mathbf{B}' 可以作为下一段解混矩阵 \mathbf{B}^{i+1} 初值代入批处理算法进行处理。

2) 寻找相邻段的估计信号重叠部分内积的最大值：

$$\max_{k \in [1, n]} \langle \gamma_j^{i-1,2}, \gamma_k^{i,1} \rangle \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

设第 i 段的 $k = \hat{k}$ 路与第 $i-1$ 段的 j 路重叠部分内积最大，说明它们来自同一个源信号

3) 信号连接：连接第 i 段的 $k = \hat{k}$ 路与第 $i-1$ 段的 j 路信号

4) $i = i+1$ ，重复 1-3 步流程。

用批处理自适应盲分离算法的优点是分离精度较高。但是需要注意的是，对接收信号分段的时候，各段数据不能太长，以保证这段数据的混合矩阵可视为恒定的，也不能过短，否则盲分离算法会因为符号个数不够而不能收敛。分段数据的长度选择需要根据实际情况来确定一个最优值。

2.3.2 盲分离算法中源信号数目估计方法

现有的盲分离算法一般要求信号源个数 n 小于接收天线数目 m ，且认为源信号的数目是已知的。而在实际情况里，前者较容易满足，后者却很难做到。在对通信信号进行盲分离时，接收天线的数目与信号源数目相等的假设也是不符合实际情况的。因此，信号源数目的估计对于盲分离技术的应用非常重要。

目前，信号源数目估计的主要方法有：特征值分解^[9]、Akaike 信息准则^[10] (AIC)、最小描述长度^[11] (MDL) 及 Minka Bayesian 准则^[12]。

1) 特征值分析方法

考虑信号模型 (2.1) 式表示的含噪模型下的信号源数估计。由于噪声项是独立的加性高斯白噪声。因此其协方差矩阵为 $R_{xx} = \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m}$ 。设 \mathbf{A} 为任意 $m \times n$ 阶复矩阵， $m > n$ ，则存在 $m \times m$ 阶的酉矩阵 \mathbf{U} 和 $n \times n$ 阶的酉矩阵 \mathbf{V} 使得矩阵 \mathbf{A} 分解为^[3]：

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (2.27)$$

式中， $\mathbf{\Sigma}$ 为对角阵，其对角元素 $\rho_1 \geq \rho_2 \geq \dots \geq \rho_n \geq 0$ ， $\rho_k = 0, n < k \leq m$ 。 ρ_i 对应于矩阵 $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$ 或 $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ 的特征值的正平方根， $0 < i \leq m$ ，称为矩阵 \mathbf{A} 的奇异值。

设 $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_r \ \mathbf{U}_o]$ ， \mathbf{U}_r 为 $m \times n$ 阶矩阵， \mathbf{U}_o 为 $m \times (m-n)$ 阶矩阵。有：

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E[x(t)x(t)^H] \\ &= \mathbf{A} R_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m} \\ &= \mathbf{U} \mathbf{\Sigma}^2 \mathbf{U}^H + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m} \\ &= \mathbf{U} (\mathbf{\Sigma}^2 + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m}) \mathbf{U}^H \end{aligned} \quad (2.28)$$

从式 (2.28) 式可以看出，对 R_{xx} 进行奇异值分解，其奇异值包含了 n 个按降序排列的主特征值（信号加噪声子空间）和 $(m-n)$ 个噪声特征值。这也意味着，理论上 R_{xx} 的 $(m-n)$ 个最小特征值等于 σ^2 ，因此能够从最小特征值的个数来确定信号子空间的维数。这是基于噪声方差相对小的假设和有精确协方差矩阵的估计。

然而，在实际中，从有限样本估计的协方差矩阵，它的最小特征值是不同的。通常利用信号的特征值相对较大，而噪声特征值较小，将特征值按从大到小的顺序排序，在信号和噪声特征值间设阈值，或者利用特征值间的比值设置阈值。不过这两种方法都需要人为得设置阈值，信号源数目的精确估计和阈值的设置有很大的关系。

其他 3 个准则是基于信息论的准则，它们都不需要在信号和噪声特征值间设置阈值。

1) Akaike AIC 和 MDL

为了确定信号子空间的维数，为每个可能的维数计算数据的概率。假设观测信号 $\mathbf{x}(t)$ 的长度为 N ，即 $t = 1, 2, \dots, N$ ，利用它估计出数据协方差矩阵 R_{xx} ，对 R_{xx} 进行奇异值分解，设它的特征值从大到小为： $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_m$ 。证明信号源的数目可以通过取值 $\hat{n} \in [1, m]$ 来估计，这个 $\hat{n} = n$ 值使得如下函数最小化：

$$AIC(n) = -2N(m-n) \log \rho(n) + 2n(2m-n) \quad (2.29)$$

$$MDL(n) = -N(m-n) \log \rho(n) + n/2(2m-n) \log N \quad (2.30)$$

其中 $\rho(n)$ 是 $R_{\mathbf{x}}$ 的 $(m-n)$ 个最小特征值得几何平均与他们算数平均的比:

$$\rho(n) = \frac{(\lambda_{n+1} \lambda_{n+2} \cdots \lambda_m)^{\frac{1}{m-n}}}{\frac{1}{m-n}(\lambda_{n+1} + \lambda_{n+2} + \cdots + \lambda_m)} \quad (2.31)$$

信号源个数估计 \hat{n} 选择的方法是使得 AIC 或 MDL 准则最小化。

2) Minka Bayesian 准则

基于贝叶斯模型选择, Minka 提出了一个真实维数估值的非常有效的准则。估值涉及到了一个 Stiefel 流形上的积分, 该积分可以用 Laplace 方法近似, 在此称该准则为 Minka Bayesian 准则。它可以总结如下: 寻找一个能使代价函数最大的序号 $n, 1 \leq n \leq m$:

$$Laplace(n) = p_n \left(\prod_{j=1}^n \lambda_j \right)^{-N/2} \hat{\sigma}^{-N(m-n)/2} |a_n|^{-1/2} (2\pi)^{(d_n+n)/2} (N)^{-n/2} \quad (2.32)$$

其中:

$$p_n = 2^{-n} \prod_{i=1}^n \Gamma\left(\frac{m-i+1}{2}\right) \pi^{-(m-i+1)/2}$$

$$|a_n| = \prod_{i=1}^n \prod_{j=i+1}^m (\hat{\lambda}_j^{-1} - \hat{\lambda}_i^{-1}) (\lambda_i - \lambda_j) N$$

$$\hat{\sigma}_n = \left(\sum_{j=n+1}^m \hat{\lambda}_j \right) / (m-n) \quad d_n = mn - n(n+1)/2$$

其中 $j > n$ 时: $\hat{\lambda}_j = \hat{\sigma}_n$, $j \leq n$ 时: $\hat{\lambda}_j = \lambda_j$ 。信号源个数的估计 n 就是使得 (2.32) 式最大化。

以上介绍的 3 个基于信息论的准则只有在以下条件下, 才可以正确估计信源个数: 1) 混合信号个数 (也就是接收天线个数) 大于源信号个数, 如果源信号的个数等于混合信号个数, 则三个准则估计出的结果不可避免的少一个源。2) 必须有少量噪声, 这是为了保证对应于噪声项的特征值 $\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_m$ 不为零, 否则零特征值在 (2.29) — (2.32) 式中导致数值计算上的困难。

2.3.3 利用通信特征的盲分离算法

考察通信系统使用的典型通信信号, 可以发现它们具有两个明显特征: 一是其分布通常是亚高斯分布, 二是如果对通信信号进行过采样, 很多通信信号会具有循环平稳特性。这些特征在盲分离算法前往往可以获知, 因此利用这些信号特征可以改善盲分离算法的性能。

在自适应盲分离算法中, 如果已知源信号为亚高斯分布, 可以通过选择更优的非线性函数来改善盲分离性能。以自然梯度盲分离算法为例, 其迭代公式为:

$$B(t+1) = B(t) + k(t) [\mathbf{I} - f(y_i) y_i^T] \quad (2.33)$$

不同文献对非线性函数 $f(y)$ 有不同的选择, 例如文献[13-17]分别采用了下列的非线性函数:

- a) $f_1(y) = y^3$
- b) $f_2(y) = 2 \tanh(y)$
- c) $f_3(y) = \frac{3}{4}y^{11} + \frac{15}{4}y^9 - \frac{14}{4}y^7 - \frac{29}{4}y^5 + \frac{29}{4}y^3$
- d) $f_4(y) = \frac{1}{2}y^5 + \frac{2}{3}y^7 + \frac{15}{2}y^9 + \frac{2}{15}y^{11} - \frac{112}{3}y^{13} + 128y^{15} - \frac{512}{3}y^{17}$
- e) $f_5(y) = \frac{5}{8}y^3 + \frac{3}{8}y^5$

文献[17]采用自然梯度盲分离算法来分离 10 个典型的通信信号。算法采用了以上 5 种不同的非线性函数, 并得出以下结论: 使用 $f_3(y)$ 和 $f_4(y)$, 算法不能收敛, $f_2(y)$ 收敛太慢, 只有 $f_1(y)$ 和 $f_5(y)$ 的两个函数算法性能比较稳定, 其中使用 $f_5(y)$ 的算法收敛更快点, 说明了非线性函数 $f_5(y)$ 更适合通信信号的盲分离

由于噪声通常是具有平稳性, 因此利用通信信号循环平稳特性的算法具有较强的抗平稳噪声的能力, 这方面的工作将在本文的第三章和第四章详细描述。

§ 2.4 本章小结

本章建立了阵列天线接收的通信信号的模型, 并给出了模型的约束条件。利用独立分量分析(ICA)的思想和算法从混合通信信号中分离源信号, 实验验证了方法的有效性。

简述了两类盲分离算法: 自适应算法和批处理算法, 比较了两类算法的优缺点, 并表明现有的基于 ICA 的盲分离算法的性能都会受到噪声和混合矩阵的条件数影响, 也就是说只有在混合信号信噪比和混合矩阵条件数同时达到一定的要求时, 现有的盲分离算法才能较理想地分离出源信号。

此外, 针对通信信号盲分离在实际应用中遇到的三个实际问题, 简要介绍了其研究进展。

参考文献

- [1] Lang Tong, Ruey-wen, Yih-Fang Huang. Indeterminacy and identifiability of blind identification. IEEE Trans on Circuits and Systems, 38(5), 1991, pp. 499-509
- [2] Ricky D, Blind Signal Separation, 2001, available <http://www.google.com>
- [3] J.-F. Cardoso, A. Souloumiac. An efficient technique for the blind separation of complex sources: Higher-Order Statistics, IEEE Signal Processing Workshop on 1993, pp.275-279

- [4] J.-F. Cardoso and B. H. Laheld, Equivariant adaptive source separation, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, No. 12, 1996, pp.3017–3030
- [5] 张贤达, 矩阵分析与应用, 2004
- [6] Chambers J A, Jafari M G, McLaughlin S. Variable step size EASI algorithm for sequential blind source separation[J]. Electronics Letters, 2004, 40(6): 393-394
- [7] De Young M.R, Evans B L. Blind source separation with a time-varying mixing matrix. 41th Asilomar Conference, ACSSC 2007, page:626-630
- [8] S Bulek and N Erdol. Block adaptive ICA with a time varying mixing matrix. 5th IEEE Signal Processing Education Workshop, 2009, page: 90-95
- [9] 张洪渊, 贾鹏, 史习智. 确定盲分离中未知信号源个数的奇异值分解法[J]. 上海交通大学学报(自然科学版), 2001, 35(80): 1155-1158
- [10] Karhunen J, Cichocki A, Kasprzak W, et al. On neural blind separation with noise suppression and redundancy reduction [J]. International Journal of neural systems, 1997, 8(2): 219-237
- [11] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. IEEE Trans on acoustics speech and signal processing, 1985, ASSP-33: 387-392
- [12] Minka T P. Automatic choice of dimensionality for PCA[J]. Advances in neural information processing systems, 2000, 13:598-604
- [13] Yang H H, Amari S. Adaptive online learning algorithms for blind separation: maximum entropy and minimum mutual information [J]. Neural Comput, 1997, (9)7: 1457-1482
- [14] Benesty J. An introduction to blind source separation of speech signals [A]. Acoustic signal processing for telecommunication[C]. Benesty, Boston: Kluwer Academic, 2000:321-329
- [15] Amari S, Chichocki A, Yang H H. A new learning algorithm for blind signal separation [A]. Advances in neural information processing systems [C]. Cambridge, 1996:757-763
- [16] Haykin S. Neural Networks: a Comprehensive Foundation [M]. Tsinghua University Press, 1999
- [17] 孙守宇, 郑君里, 赵敏, 张琪. 不同幅度通信信号的盲源分离. 通信学报, 第 25 卷, 第 6 期, 2004: 132-138

第3章 低信噪比下盲分离算法

现有的基于源信号统计独立性的盲分离算法如 JADE^[1]、EASI^[2]多被应用于正定模型。它们利用源信号统计独立这一性质，提出相应的代价函数，都较成功得分离出源信号。但是这些算法除了要求混合矩阵非奇异，源信号至多有一个是高斯信号之外，对信噪比也有一定的要求。

在通信信号盲分离中，实际的环境可能非常复杂，接收信号的信噪比不高，常规的正定盲信号分离的算法难以取得较好的分离效果。因此，低信噪比下通信信号盲分离是盲信号处理中的一个难题。

通过对信号模型和通信信号特征的分析，本章拟从以下两个方面来讨论改善低信噪比下的盲分离性能的方法。

- 增加接收天线的数量，利用额外天线的冗余信息来改善信号分离的性能。
- 利用通信信号的特征，研究抗平稳噪声的算法。

§ 3.1 通信信号的过定盲分离算法

3.1.1 过定盲分离问题的信号模型

第二章已经给出了阵列天线接收到信号的混合模型，即：

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.1)$$

\mathbf{A} 为 $m \times n$ 维阵列流型矩阵（即混合矩阵），它与源信号的频率、到达阵列的方向以及天线阵列的结构等有关；

$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_n(t)]^T$ 为 $n \times 1$ 维的源信号向量，并令 $E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H] = \mathbf{I}^{n \times n}$ ；

$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为 $m \times 1$ 维接收信号向量；

$\mathbf{n}(t)$ 为 $m \times 1$ 维的加性高斯白噪声向量， $E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}(t)^H] = \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m}$ ， σ^2 为各接收信号中的噪声功率。

信号模型中，如果 $m = n$ ，为正定盲分离模型，如果 $m > n$ 则为过定盲分离模型。

根据第二章分析的结果，在正定盲分离中，分离效果取决于混合矩阵的非奇异性和加性噪声的功率。也就是说如果混合矩阵的非奇异性越差，分离效果越差。加性噪声的能量越强，分离效果越差。

通过增加接收信号的数量，通过预处理可以改善混合矩阵的非奇异性或者提高信噪比，进而改善盲分离的性能。本节将从理论分析和仿真实验两个方面，详细说明过定盲分离的预处理步骤，以及其对盲分离性能的影响。

3.1.2 过定盲分离算法的预处理

在经典盲分离算法^{[1][2]}中, 通常通过预处理使接收信号正交归一, 以便进行后续处理。本小节讨论过定盲分离模型中预处理步骤与正定盲分离模型预处理的差异。先考虑过定盲分离模型。设 \mathbf{A} 为任意 $m \times n$ 阶复矩阵, $m > n$, 则存在 $m \times m$ 阶的酉矩阵 \mathbf{U} 和 $n \times n$ 阶的酉矩阵 \mathbf{V} 使得矩阵 \mathbf{A} 分解为^[3]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (3.2)$$

式中, $\mathbf{\Sigma}$ 为对角阵, 其对角元素 $\rho_1 \geq \rho_2 \geq \dots \geq \rho_n \geq 0$, $\rho_k = 0, n < k \leq m$ 。 ρ_i 对应于矩阵 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ 或 $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ 的特征值的正平方根, $0 < i \leq m$, 称为矩阵 \mathbf{A} 的奇异值。

设 $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_o]$, \mathbf{U}_r 为 $m \times n$ 阶矩阵, \mathbf{U}_o 为 $m \times (m-n)$ 阶矩阵, $\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 有:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_r \mathbf{\Sigma}_r \mathbf{V}^H \quad (3.3)$$

接收信号 $\mathbf{x}(t)$ 的相关矩阵 \mathbf{R}_x 为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &\triangleq E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] \\ &= \mathbf{U}_r \mathbf{\Sigma}_r^2 \mathbf{U}_r^H + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m} \end{aligned} \quad (3.4)$$

显然, 噪声功率 σ^2 可以通过 \mathbf{R}_x 最小的 $m-n$ 个奇异值的均值估计出来:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m-n} \sum_{i=n+1}^m \rho_i^2 \quad (3.5)$$

从(3.4)式中去除噪声的影响, 可以获得无噪声影响的 $\mathbf{x}(t)$ 的相关矩阵 \mathbf{R}'_x :

$$\mathbf{R}'_x \approx \mathbf{U}_r \mathbf{\Sigma}_r^2 \mathbf{U}_r^H \quad (3.6)$$

通过对无噪声影响的 \mathbf{R}'_x 进行奇异值(SVD)分解可以得到 \mathbf{U}_r 和 $\mathbf{\Sigma}_r^2$ 的估计。

因此过定盲分离的预处理步骤:

$$\text{步骤 1:} \quad \mathbf{y}_n(t) = \mathbf{U}_r^H \mathbf{x}(t) \quad (3.7)$$

$$\text{步骤 2:} \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{\Sigma}_r^{-1} \mathbf{y}_n(t) \quad (3.8)$$

正定盲分离模型的预处理与过定盲分离模型相似, 由于 $m = n$, 噪声功率无法估计, 正定模型接收信号的相关矩阵 \mathbf{R}_x 只能通过(3.4)式中的公式来估计。对受噪声影响的 \mathbf{R}_x 进行奇异值(SVD)分解可以得到 \mathbf{U}_r 和 $\mathbf{\Sigma}_r^2 + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m}$ 的估计。正定模型的预处理步骤:

$$\text{步骤 1:} \quad \mathbf{y}_n(t) = \mathbf{U}_r^H \mathbf{x}(t) \quad (3.9)$$

$$\text{步骤 2:} \quad \mathbf{y}(t) = (\mathbf{\Sigma}_r^2 + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m})^{-1/2} \mathbf{y}_n(t) \quad (3.10)$$

预处理的步骤 1 起白化作用, 使得各路接收信号相互正交。步骤 2 起归一化作用, 使得各路接收信号的能量为 1。通过预处理过后得到的 $\mathbf{y}(t)$ 为正交且能量归一的 $n \times 1$ 维矢量。为下面为描述方便, 称过定盲分离预处理的归一化为无噪归一化, 正定盲分离预处理的归一化为含噪归一化。下面将分析过定盲分离模型的预处理对性能的影响。

3.1.3 过定盲分离算法的预处理性能分析

过定盲分离模型中, 预处理步骤 1 过后, $\mathbf{y}_n(t)$ 表达如下:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_n(t) &= \mathbf{U}_r^H \mathbf{x}(t) \\ &= \mathbf{U}_r^H \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{U}_r^H \mathbf{n}(t)\end{aligned}\quad (3.11)$$

$\mathbf{y}_n(t)$ 的相关矩阵 \mathbf{R}_{y_n} 为:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{y_n} &= E[\mathbf{y}_n(t) \mathbf{y}_n^H(t)] \\ &= \mathbf{\Sigma}_r^2 + \sigma^2 \mathbf{I}^{m \times m}\end{aligned}\quad (3.12)$$

可以得到 $\mathbf{y}_n(t)$ 的信噪比 (SNR) 为:

$$SNR(\mathbf{y}_n) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i^2}{n \sigma^2} \quad (3.13)$$

根据(3.4)式, 得到预处理前, $\mathbf{x}(t)$ 的信噪比:

$$SNR(\mathbf{x}) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i^2}{m \sigma^2} \quad (3.14)$$

因此经过预处理步骤 1 后, 信号的信噪比提高了 $10 \log_{10}(m/n) \text{dB}$ 。也就是说, 如果源信号数目有两个, 接收天线数目有 4 个, 预处理步骤 1 可以使接收信号的信噪比比 2 个天线接收到的信号的信噪比提高 3dB。

通过预处理步骤 2, 可以估计出噪声能量, 并得到无噪声下的归一化矩阵, 归一化精度较高。而正定盲分离模型预处理步骤 2 没有噪声估计项, 会受到噪声影响, 特别在信噪比较低的时候, 归一化矩阵与实际偏差很大, 从而影响后续盲分离的性能。

通过以上分析可知, 对于过定盲分离的预处理, 有以下结论:

- 1) 白化(去相关)能够提高接收信号的信噪比
- 2) 归一化阶段对噪声功率进行了估计, 能够得到较精确的归一化矩阵。

3.1.4 仿真实验以及分析

预处理步骤后, 利用 JADE 算法进行盲分离。通过计算机仿真实验, 验证过定情况下预处理的有效性。

实验 3.1: 过定模型白化阶段改善信噪比的性能

仿真条件和参数如下:

源信号: 数目为 2; $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 为 QPSK 基带复信号; 符号率为 10Kbps, 即符号周期 $T = 0.1 \text{ms}$;

接收信号: 进行过采样的采样率 $f_s = 80 \text{KHz}$, 采样时间 0.5s。设接收天线数目为 4, 混合矩阵 $\mathbf{A}_{4 \times 2}$ 的元素 i 行 j 个元素 $a_{ij} = \exp(j2\pi\theta_{ij})$, θ_{ij} 在 $[0, 1]$ 范围内随机取值。

信噪比定义为 $SNR = 10 \log_{10}(P_s / P_n)$ ， P_s 、 P_n 分别表示接收到信号功率和噪声功率。

预处理前的信噪比设为 SNR_1 ，预处理后的信噪比设为 SNR_2 ，利用文献^[4]中给出的方法来估计预处理前后的信噪比。

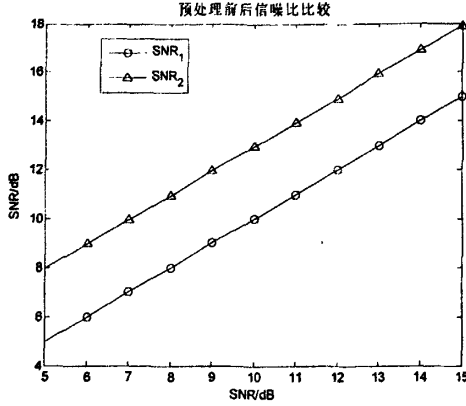


图 3-1 过定模型预处理前后信噪比变化

图 3-1 是在不同信噪比下，预处理前后接收信号的信噪比变化。可以看出，通过预处理，信噪比提高了 3dB，这与理论分析的结论是一致的。

实验 3.2：过定盲分离模型的预处理对分离性能的影响

仿真条件与参数如下：

源信号数目为 $n=2$ ，相关参数与实验 3.1 中的相同。

采用正定模型和过定模型分别处理接收到的混合信号。

正定模型： $m=2$ ，混合矩阵 A_1 ：

$$A_1 = \begin{bmatrix} \exp(0.9\pi j) & \exp(0.7\pi j) \\ \exp(1.1\pi j) & \exp(1.0\pi j) \end{bmatrix}$$

白化矩阵设为 U_1 ，接收信号的混合矩阵变为 $W_1 = U_1 A_1$ 。

过定模型： $m=4$ ，实验 3 种类型的混合矩阵 $A_{oi}, i=1,2,3$ ：

$$A_{o1} = \begin{bmatrix} A_1 \\ C_1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \exp(1.30\pi j) & \exp(1.30\pi j) \\ \exp(1.50\pi j) & \exp(1.60\pi j) \end{bmatrix}$$

$$A_{o2} = \begin{bmatrix} A_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} \exp(0.96\pi j) & \exp(0.80\pi j) \\ \exp(1.02\pi j) & \exp(0.90\pi j) \end{bmatrix}$$

$$A_{o3} = \begin{bmatrix} A_1 \\ C_3 \end{bmatrix}, \quad C_3 = A_1$$

白化矩阵设为 U_{oi} ，接收信号的混合矩阵变为 $W_{oi} = U_{oi} A_{oi}, i=1,2,3$ 。

为了考察过定模型预处理的白化和无噪归一化步骤对盲分离性能（SIR）的影响，采用如下方式进行实验：

1) 考察过定模型白化对盲分离性能的影响

过定盲分离步骤：白化，含噪归一化(不进行噪声估计)，JADE 分离。

正定盲分离步骤：白化，含噪归一化，JADE 分离。

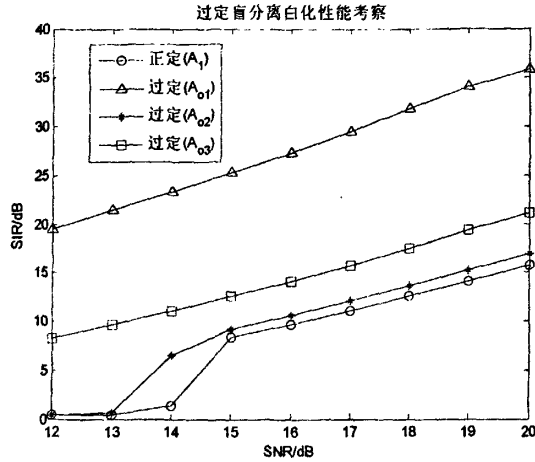


图 3-2 过定盲分离白化性能考察

实验结果如图 3-2 所示。可以看出，过定模型白化过后进行分离，不同混合矩阵 A_{oi} 对性能改善的影响差异较大。

混合矩阵为 A_{o1} 带来分离性能提高很大，远超过 3dB， A_{o2} 带来分离性能提高 3dB， A_{o3} 几乎没有改善分离性能。这是因为不同的混合矩阵白化后，混合矩阵 W_{oi} 非奇异性(用条件数^[3]衡量)变化不同。

计算 W_1 和 W_{oi} 的条件数：

$$\text{cond}(W_1) = 12.7$$

$$\text{cond}(W_{o1}) = 5.6$$

$$\text{cond}(W_{o2}) = 16.6$$

$$\text{cond}(W_{o3}) = 12.7$$

可见混合矩阵为 A_{o1} 的过定盲分离白化后，不仅提高了信噪比 3dB，还改善了混合矩阵非奇异性，盲分离性能提高较大。

混合矩阵为 A_{o2} 的过定盲分离白化后，虽然提高了信噪比 3dB，但混合矩阵非奇异性变得更差，盲分离性能几乎没有提高。

混合矩阵为 A_{o3} 的过定盲分离白化后，只提高了信噪比 3dB，没有能改善混合矩阵的非奇异性，所以盲分离性能只提高 3dB。

通过大量仿真试验，得到以下结论：

- 如果 $\text{cond}(W_o) < \text{cond}(W_1)$ ，过定模型白化后盲分离的性能比正定模型提高超过 3dB。
- 如果 $\text{cond}(W_o) = \text{cond}(W_1)$ ，过定模型白化后盲分离的性能比正定模型提高 3dB。

- 如果 $\text{cond}(\mathbf{W}_o) > \text{cond}(\mathbf{W}_i)$ ，过定模型白化后盲分离的性能比正定模型性能提高 0~3dB。

2) 考察无噪归一化对盲分离性能的影响

过定盲分离步骤 2：白化，无噪归一化，JADE 分离。

它与 1) 中过定盲分离的区别在于归一化进行了噪声估计，并在归一化中去除了噪声影响。

按照这个步骤重新对混合信号进行盲分离。

实验结果如图 3-3 所示，并与图 3-2 中的结果比较可以看出：归一化经过消噪处理后，能够稳定有效得改善盲分离，并且不受混合矩阵 \mathbf{A}_{oi} 的影响。

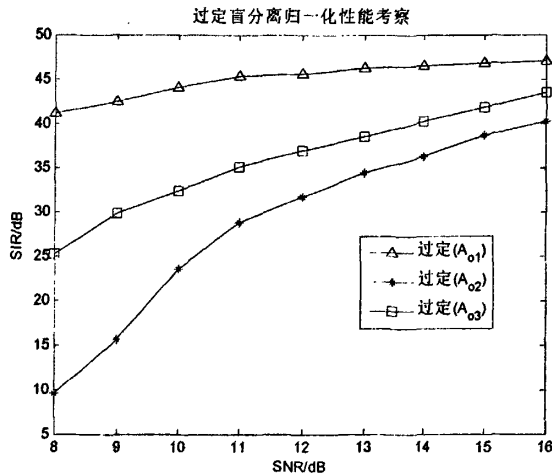


图 3-3 过定盲分离归一化性能考察

实验 3.1, 3.2 说明，过定盲分离预处理白化步骤能够提高接收信号的信噪比，改善盲分离的性能，但与混合矩阵的条件数大小的有关，性能改善具有不确定性。而归一化步骤能够较好得消除噪声对盲分离算法归一化步骤的影响，从而能够稳定得改善盲分离性能。

总体来说，过定模型通过预处理能够提高盲分离性能，性能改善的程度与过定模型的混合矩阵有关。

§ 3.2 基于循环平稳特性的通信信号盲分离算法

过采样条件下，数字通信信号通常具有的特征有：有色性，亚高斯分布，循环平稳特性。

现有的经典算法中，基于有色性的算法有 SOBI^[5]，基于信号非高斯分布的有 (JADE, EASI)。这些算法除了对混合矩阵的非奇异性有要求以外，对接收信号的信噪比也有要求，低信噪比下分离性能将恶化。

理论分析和仿真发现,利用循环平稳特性的算法通常受平稳噪声影响较小。因此讨论利用通信信号的循环平稳性来提高低信噪比条件下盲分离的性能。

3.2.1 通信信号的循环平稳性以及谱线特征

通常把统计特性呈周期或多周期(各周期不能通约)平稳变化的信号统称为循环平稳或周期平稳(CS: cyclostationary)信号。根据所呈现的周期性的统计数字特性,循环平稳信号还可以进一步分为一阶(均值)、二阶(相关函数)和高阶(高阶累计量)循环平稳。

数字通信信号常用待传输信号对周期性信号的某个参数进行调制,如对正弦载波进行调幅、调频和调相,这些操作都会产生具有循环平稳性的信号。这一类信号反映在统计量上的周期性,可以解释为该信号通过一个非线性传输系统后能够在频率域产生出谱线的一种特性,常称之为谱线生成特性。信号的谱线特征实际上是信号本身具有的循环平稳性的一种体现^[6]。

在数字通信系统中,数字信号 $s(t)$ 通常可以建模为零均值、非平稳复信号。由于为零均值,它不可能是一阶循环平稳信号,考虑有延迟的二次变换,将 $s(t)$ 的时变相关函数定义为:

$$R_s(t; \tau) = E[s(t)s^*(t - \tau)] \quad (3.15)$$

或

$$R_s(t; \tau) = E[s(t)s(t - \tau)] \quad (3.16)$$

为了与式(3.15)区别,式(3.16)所示的形式在一些著作^[7]里被称为时变共轭相关函数。很显然,平方变换是 $R_s(t; \tau)$ 无延迟($\tau = 0$)的特殊情况。如果 $R_s(t; \tau)$ 是周期为 T_0 的周期函数,可以用傅立叶级数展开,得到:

$$R_s(t; \tau) = \sum_m R_s^\beta(\tau) e^{j2\pi\beta t} \quad (3.17)$$

式中 $\beta = m/T_0$,且傅立叶系数:

$$R_s^\beta(\tau) = (1/T_0) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} R_s(t; \tau) e^{-j2\pi\beta t} dt \quad (3.18)$$

表示频率为 β 的循环自相关强度,是关于 τ 的函数,简称循环自相关函数。非零 β 值通常称为循环频率,相应的将 $s(t)$ 称为二阶循环平稳过程。在式(3.14)中令 $\tau = 0$,得到信号平方形式的统计期望值,即:

$$u(t) = R_s(t, 0) = E[s^2(t)] \quad (3.19)$$

其傅立叶变换形式称为信号的平方谱:

$$U(f) = F\{E[s^2(t)]\} \quad (3.20)$$

根据前面的分析, $u(t)$ 的周期特性使得平方谱 $U(f)$ 具有离散谱线的特征。

类似的, 可以确定信号 $s(t)$ 的四阶循环平稳特性。如果 $s(t)$ 是四阶循环平稳的, 那么其四次方形式的统计期望值可以看作是 4 阶时延相关函数的特例, 相应的傅立叶变换形式称为信号的四次方谱, 如式 (3.21) 与 (3.22) 所示:

$$v(t) = E[s^4(t)] = E[s(t)s(t+\tau_1)s(t+\tau_2)s(t+\tau_3)] \Big|_{\tau_1=\tau_2=\tau_3=0} \quad (3.21)$$

$$V(f) = F\{E[s^4(t)]\} \quad (3.22)$$

四次方谱 $V(f)$ 的特征谱线由 $v(t)$ 的周期特性决定。

本文讨论的盲分离方法, 主要针对源信号是二阶循环平稳的通信信号(比如: BPSK)和四阶循环平稳的通信信号(比如: QPSK), 也就是在二次方谱和四次方谱上具有谱线特征的通信信号。

3.2.2 通信信号的循环频率估计

现有的利用信号循环平稳的盲分离算法一般假设各源信号的循环频率不同, 且已知。而在非协作通信环境中, 源信号的循环频率通常未知。因此为了后续盲分离算法的顺利进行, 必须精确估计出源信号的循环频率。

信号的谱线特征是信号本身具有的循环平稳性的一种体现, 因此可以利用循环平稳信号在频域上特定的谱线特征来估计信号的循环频率。

假设盲信号模型为一正定模型, 源信号和接收信号的数目都是 2。它的信号模型可以写为:

$$\begin{cases} x_1(t) = a_{11}s_{1b}(t)e^{j(2\pi\Delta f_1 t)} + a_{12}s_{2b}(t)e^{j(2\pi\Delta f_2 t)} + n_1(t) \\ x_2(t) = a_{21}s_{1b}(t)e^{j(2\pi\Delta f_1 t)} + a_{22}s_{2b}(t)e^{j(2\pi\Delta f_2 t)} + n_2(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

其中 a_{ij} 是混合矩阵 \mathbf{A} 第 i 行 j 列元素, $i, j \in \{1, 2\}$; Δf_1 和 Δf_2 分别是源信号 s_1 和 s_2 下变频后的频偏。 $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ 为加性高斯白噪声; $s_{1b}(t)$ 和 $s_{2b}(t)$ 是源信号 s_1 和 s_2 的复基带信号形式; 其表达式为:

$$s_{1b}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_1(t - nT) \quad s_{2b}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g_2(t - nT) \quad (3.24)$$

上式中 a_n 和 b_n 分别是两个通信终端发送的信息符号序列, $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 分别是 s_1 和 s_2 的成形滤波器的冲击响应, T 分别是 a_n 和 b_n 的符号周期。

如果接收信号 $x_i(t)$ 为两路 BPSK 的混合信号, 且 $\Delta f_1 \neq \Delta f_2$, 则混合信号的二次方谱图在 $2\Delta f_1$ 、 $2\Delta f_2$ 、 $2\Delta f_1 \pm 1/T$ 、 $2\Delta f_2 \pm 1/T$ 处会出现明显的谱线。

同理如果接收信号 $x_i(t)$ 为两路 QPSK 或 16QAM 的混合信号, 且 $\Delta f_1 \neq \Delta f_2$, 则混合信号的四次方谱图在 $4\Delta f_1$ 、 $4\Delta f_2$ 、 $4\Delta f_1 \pm 1/T$ 、 $4\Delta f_2 \pm 1/T$ 、 $4\Delta f_1 \pm 2/T$ 、 $4\Delta f_2 \pm 2/T$ 处

会出现谱线，但是由于四次方谱的幅度衰减的原因 $4\Delta f_1 \pm 2/T$ 、 $4\Delta f_2 \pm 2/T$ 的谱线强度远小于 $4\Delta f_1 \pm 1/T$ 、 $4\Delta f_2 \pm 1/T$ 处的谱线强度而常常无法显现。

因此可以根据二次方谱特征谱线位置来估计 BPSK 的循环频率，根据四次方谱上特征谱线位置来估计 QPSK 或 16QAM 信号的循环频率。

例如：接收到的信号 $x_1(t)$ 为两路 BPSK 信号的混合，相关参数设置为：符号率 2Kbps，采样率 8KHz， $\Delta f_1 = 10\text{ Hz}$ 、 $\Delta f_2 = 20\text{ Hz}$ ，信噪比 $\text{SNR}=5\text{ dB}$ ，采样时间 100s。
 $x_1(k)$ 的二次方谱如图 3-4 所示。

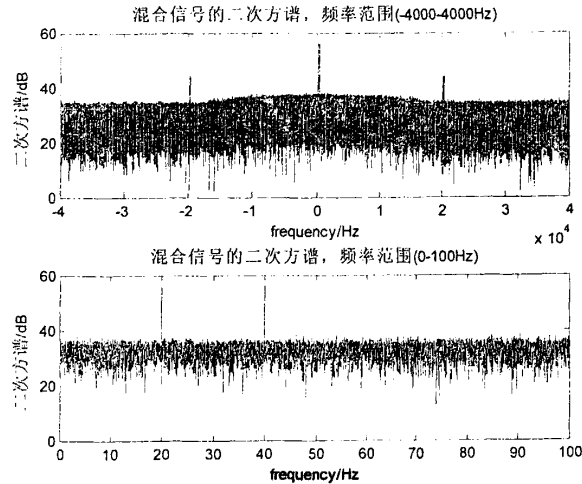


图 3-4 $x_1(k)$ 二次方谱图(源信号 BPSK)

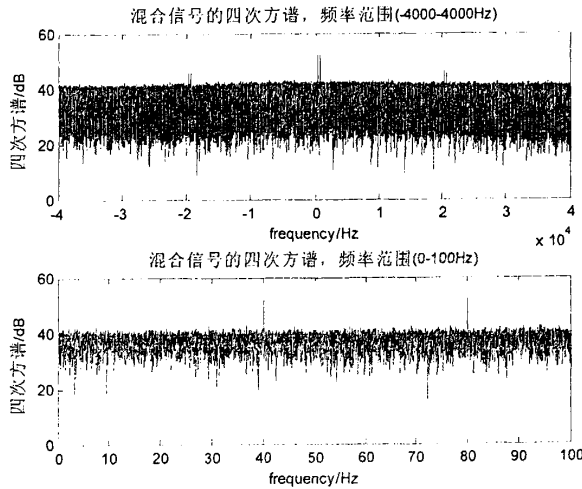
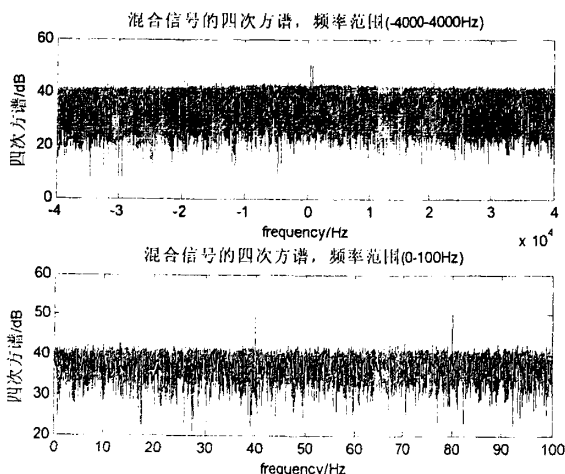


图 3-5 $x_1(k)$ 四次方谱图(源信号 QPSK)


 图 3-6 $x_1(k)$ 四次方谱图(源信号 16QAM)

从图 3-4 发现 $2\Delta f_1 \pm 1/T$ 、 $2\Delta f_2 \pm 1/T$ 处的谱线强度远弱于 $2\Delta f_1$ 、 $2\Delta f_2$ 处的谱线强度。因此下面的基于通信信号二阶循环平稳特征的盲分离算法, 利用的循环频率为源信号的 2 倍载波频率。而基于通信信号四阶循环平稳特征的盲分离算法, 利用的循环频率为源信号的 4 倍载波频率。

图 3-4 中, 上图为频率范围 4000—4000Hz 的二次方谱图, 由此可以判断出循环频率位置在 0—100Hz 之间。下图为频率范围 0—100Hz 之间的二次方谱图, 可以发现在频率为 20Hz 和 40Hz 的位置上有明显的谱线, 可以得到源信号的循环频率为 20Hz 和 40Hz, 频偏 Δf_1 和 Δf_2 分别是 10Hz, 20Hz。

如果源信号是 QPSK 或 16QAM, 利用接收信号的四次方谱同样可以估计出源信号的循环频率和载波频率。将上例中的源信号调制方式 BPSK 改为 QPSK, 其他参数不变。接收信号 $x_1(k)$ 的四次方谱如图 3-5 所示。同样可以发现在频率为 40Hz 和 80Hz 的位置上有明显的谱线, 所以可以得到源信号的循环频率为 40Hz 和 80Hz, 频偏分别是 10Hz, 20Hz。若源信号的调制方式改为 16QAM, 其他参数不变。接收信号 $x_1(k)$ 的四次方谱如 3-6 所示, 谱线特征 QPSK 四次方谱的相似。

通过以上分析可知, 如果通信信号的调制方式已知, 则可以利用接收信号的二次方谱或四次方谱来精确得估计出某些特定调制方式源信号的循环频率。

3.2.3 一种基于二阶循环平稳的盲分离算法^[8]

为了描述方便, 重列(3.1)式如下:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.25)$$

假设(3.25)式中的源信号 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_n(t)]^T$ 都是二阶循环平稳通信实信号, 并且载波频率互不相同。则我们可以利用 3.2.2 中的方法估计出它们的循环频率 $\beta_i, i=1, 2, \dots, n$, 并且 $\beta_i \neq \beta_j, \text{ if } i \neq j$ 。根据二阶循环平稳的性质^[9], 有:

$$\langle s_i(t)s_j(t)^T e^{j\beta_l t} \rangle = 0, \quad \text{if } i \neq j \quad (3.26)$$

$$\langle s_i(t)s_i(t)^T e^{j\beta_l t} \rangle = 0, \quad \text{if } i \neq j \quad (3.27)$$

$$\langle s_i(t)s_i(t)^T e^{j\beta_l t} \rangle > \mu_i > 0, \quad \forall i \quad (3.28)$$

定义 $\mathbf{s}(t)$ 的二阶循环相关矩阵如下:

$$\mathbf{R}_s^{\beta_l} \triangleq \langle \mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^T e^{j\beta_l t} \rangle \quad (3.29)$$

这里的 β_l 是源信号 $s_i(t)$ 的循环频率。

从公式(3.26)—(3.29)可以推出:

$$\mathbf{R}_s^{\beta_l} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \mu_i & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

因此可以得到 R_s 是一个的对角阵, 这里 G_s 定义为:

$$G_s = R_s + \sum_{l=1}^n R_s^{\beta_l} \quad (3.31)$$

设经过解混矩阵 \mathbf{B} 分离出来的信号 $\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t)$, 令:

$$G_y = R_y + \sum_{l=1}^n R_y^{\beta_l} \quad (3.32)$$

如果有 G_y 是一个对角阵, 则分离完成。

算法步骤:

- 1) 正交归一化, 处理方式见 3.12。

$$\mathbf{z}(t) = \Phi \mathbf{s}(t) \quad (3.33)$$

Φ 是一个 $n \times m$ 的矩阵, 使得 $\mathbf{z}(t)$ 正交归一。

- 2) 求得 \mathbf{C} , 使得代价函数 $J(\mathbf{C})$ 最小:

$$J(\mathbf{C}) = \text{off}(\mathbf{C}\mathbf{R}_z\mathbf{C}^T) + \sum_{l=1}^n \text{off}(\mathbf{C}\mathbf{R}_z^{\beta_l}\mathbf{C}^T) \quad (3.34)$$

\mathbf{C} 是一个 $n \times n$ 的矩阵, 这里的 $\text{off}(\mathbf{X})$ 为:

$$\text{off}(\mathbf{X}) = \sum_{i \neq j} x_{ij}$$

x_{ij} 是矩阵 \mathbf{X} 的第 i 行 j 列个元素。

- 3) 分离得到的解混矩阵 \mathbf{B} 为:

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}\Phi \quad (3.35)$$

分离信号为:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t) \quad (3.36)$$

其中第 2) 步中代价函数求解可以采用 JADE 中的对角化方法完成。为说明方便, 将算法称为循环平稳对角化算法(CJAD)。

3.2.4 基于二阶循环平稳的盲分离算法仿真以及分析

利用计算机进行 Monte Carlo 仿真实验，验证 CJAD 的有效性。

实验 3.3：正定条件下 CJAD 分离性能考察。

仿真条件和参数如下：

源信号：数目为 2； $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的调制方式为 BPSK 实信号；频偏 $\Delta f_1 = 30$ Hz 和 $\Delta f_2 = 50$ Hz；符号率为 10Kbps，即符号周期 $T = 0.1$ ms；采样率 80KHz，采样时间 1s。

接收信号：数目为 2，混合矩阵 \mathbf{A} ：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \exp(0.9\pi j) & \exp(0.7\pi j) \\ \exp(1.1\pi j) & \exp(1.2\pi j) \end{bmatrix}$$

分别利用 JADE 和 CJAD 算法进行分离，分离性能比较如图 3.7。

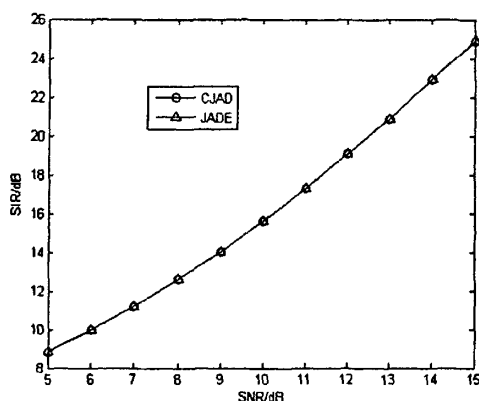


图 3-7 CJAD 和 JADE 正定情况下分离性能比较

由图 3-7 可知，CJAD 与 JADE 在正定情况下分离性能差不多，并没有像预期的那样受平稳噪声影响较小。

由于 CJAD 和 JADE 都有正交归一化的预处理，根据 3.1 节的结论，正定模型的正交归一化步骤受噪声影响特别大，对 CJAD 和 JADE 的分离性能都产生了严重影响。因此考虑采用过定模型来消除噪声对预处理的影响。

实验 3.4：过定条件下 CJAD 分离性能考察。

其他参数与实验 3.3 相同，将接收信号数量变为 4，新的混合矩阵为：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \exp(0.9\pi j) & \exp(0.7\pi j) \\ \exp(1.1\pi j) & \exp(1.2\pi j) \\ \exp(0.96\pi j) & \exp(0.86\pi j) \\ \exp(1.03\pi j) & \exp(1.04\pi j) \end{bmatrix}$$

分别利用 JADE 和 CJAD 算法进行分离，分离性能比较如图 3-8 所示。

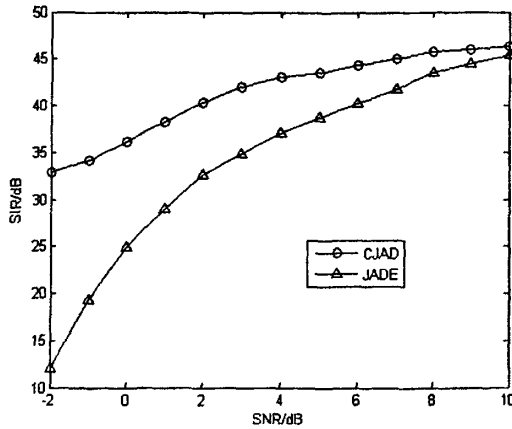


图 3-8 CJAD 和 JADE 过定情况下分离性能比较

图 3-8 可以看出, 利用过定模型消除归一化的误差以后, 与 JADE 相比, CJAD 分离性能受噪声影响要小。在低信噪比下, CJAD 分离性能远优于 JADE 算法。在高信噪比下, 两者分离性能接近。

3.2.5 一种适合于分离二阶、四阶循环平稳信号的盲分离算法

CJAD 算法由于利用了信号的特征, 循环平稳性, 因此性能得到了提高。但算法依然存在着缺陷:

- 1) 由于存在正交归一化的预处理, 正定模型情况下性能改善不大
- 2) 只能处理二阶循环平稳信号, 无法处理四阶循环平稳信号
- 3) 只能处理源信号为实信号的通信信号

而现有的基于循环平稳信号的算法^[8-11]处理大多数为二阶的循环平稳信号。很少有算法处理四阶循环平稳信号。因此需要提出新的算法来更有效得处理二阶、四阶循环平稳信号。

设假设(3.1)式中的源信号 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_n(t)]^T$ 都是 N 阶循环平稳复信号, $N \in \{2, 4\}$ 。 $s_i(t)$ 的 N 阶循环频率为 $\beta_i, i=1, 2, \dots, n$, 并且 $\beta_i \neq \beta_j, \text{ if } i \neq j$ 。混合矩阵 \mathbf{A} 是 n 阶方阵, a_{ij} 是其 i 行 j 列元素。

源信号的循环频率用 3.2.2 中的方法精确估计出来。根据通信信号的循环平稳的性质, 可以得到 N 阶循环平稳的性质, 有:

$$E[s_i^{N-1}(t)s_j(t)e^{-j\beta_i t}] = 0, \quad \text{if } i \neq j \quad (3.37)$$

$$E[s_i^N(t)e^{-j\beta_i t}] = 0, \quad \text{if } i \neq j \quad (3.38)$$

$$E[s_i^N(t)e^{-j\beta_i t}] > \varepsilon_i > 0, \quad \forall i \quad (3.39)$$

从接收信号 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 中任意选择一个信号作为参考信号, 不失为一般性, 选择 $x_1(t)$ 作为参考信号。 $x_1(t)$ 的 N 阶共轭循环自相关函数:

$$R_{x_1}^{\beta_i} = E \left[x_1(t)^N e^{-j\beta_i t} \right] = a_{1,j}^N \varepsilon_j \quad (3.40)$$

而 $x_i(t)$ 的 N 阶共轭循环互相关函数:

$$R_{x_1^{N-1}x_i}^{\beta_i} = E \left[x_1(t)^{N-1} x_i(t) e^{-j\beta_i t} \right] = a_{1,j}^{N-1} a_{ij} \varepsilon_j \quad (3.41)$$

因此有混合矩阵 \mathbf{A} 上各个元素的系数关系:

$$\frac{a_{ij}}{a_{1j}} = \frac{R_{x_1^{N-1}x_i}^{\beta_i}}{R_{x_1}^{\beta_i}} \quad i = 2, 3 \dots n; j = 1, 2 \dots n \quad (3.42)$$

设矩阵 \mathbf{B} 的第 i 行 j 列元素 b_{ij} :

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{1j}} \quad (3.43)$$

易得 \mathbf{B}^{-1} 是 \mathbf{A} 的解混矩阵, 并且有:

$$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{12} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{1n} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

由于知道了源信号循环平稳特征并估计出源信号的循环频率, 因此盲分离不存在次序的模糊性。由于 a_{1j} 的幅度和相位是未知的, 因此幅度和相位的模糊性依然存在。为叙述方便, 称本算法简称为 2-4CE 算法。

3.2.6 2-4CE 算法仿真以及分析

利用计算机进行 Monte Carlo 仿真实验, 来验证 3.2.5 中算法的有效性。

实验 3.5: 2-4CE 分离 BPSK, QPSK, 16QAM 性能比较。

仿真条件和参数如下:

源信号: 数目为 2; $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的频偏 $\Delta f_1 = 30 \text{ Hz}$ 和 $\Delta f_2 = 50 \text{ Hz}$; 符号率为 10Kbps, 即符号周期 $T = 0.1 \text{ ms}$; 采样率 80KHz, 采样时间 1s。

调制方式分别采用 BPSK, QPSK, 16QAM 进行实验

接收信号: 数目为 2, 混合矩阵 \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \exp(0.9\pi j) & \exp(0.7\pi j) \\ \exp(1.1\pi j) & \exp(1.2\pi j) \end{bmatrix}$$

分别利用 JADE 和 CJAD 算法进行分离, 分离性能比较如图 3-9 所示。

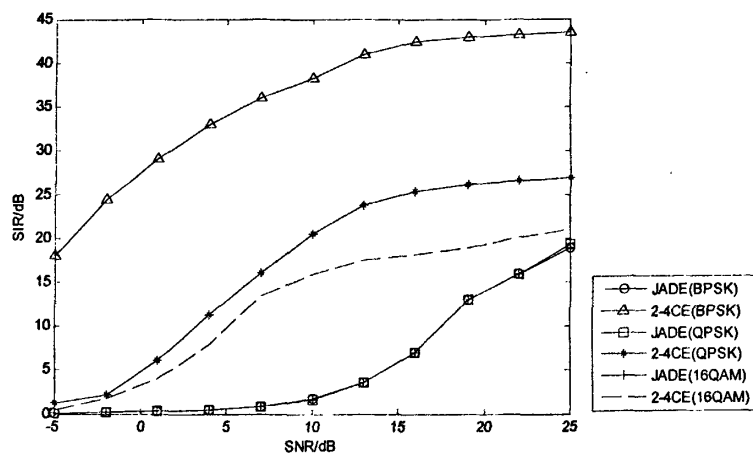


图 3-9 2-4CE 和 JADE 分离不同调制方式混合信号性能比较(采样时间 1s)

从图 3-9 可以看出:

- 1) JADE 算法分离 BPSK, QPSK, 16QAM 的性能差异很小。这是因为 JADE 算法只利用的源信号之间的统计独立性, 没有用到信号特征, 因此分离性能差异不大。
- 2) 利用循环平稳的 2-4CE 算法分离这三种信号的性能在低信噪比下优于 JADE。
- 3) 2-4CE 分离 BPSK, QPSK, 16QAM 的性能存在差异, 分离性能从好到差排列分别是: BPSK>QPSK>16QAM。这是因为 2-4CE 算法精度主要与循环相关函数估计的精度有关, 而循环相关函数估计精度受以下两个方面: 接收信号的二次或四次方谱中, 对应循环频率处的谱线强度和该循环频率处受的干扰。源信号为 BPSK 的混合信号二次方谱, 谱线强并且干扰项小, 分离性能最好。而源信号为 QPSK 的混合信号的四次方谱, 谱线较强但干扰项多, 分离性能中等。而源信号为 16QAM 的混合信号的四次方谱, 谱线较弱且干扰项多, 分离性能最差。

根据以上分析, 可以通过增加估计循环相关函数的数据长度来提高循环相关函数的估计精度, 从而达到改善 2-4CE 算法分离 QPSK 和 16QAM 性能的目的。将本实验使用数据长度变为原来的 5 倍, 即 5s 的采样时间。对 QPSK, 16QAM 分离性能变化见图 3-10。

从图 3-10 可以看出, 增加了数据长度以后, 2-4CE 分离 QPSK 和 16QAM 的性能都得到了提高。而 JADE 分离这两种信号的性能没有得到提高, 说明更多的数据对 JADE 算法所使用的四阶累计量的估计精度没有明显提高。

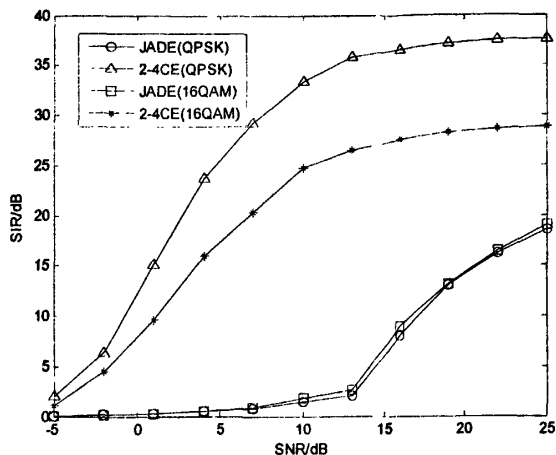


图 3-10 2-4CE 和 JADE 分离 QPSK, 16QAM 混合信号的性能比较(采样时间 5s)

§ 3.3 本章小结

针对低信噪比下通信信号盲分离问题, 本文给出两种解决问题的思路, 即增加天线数量(过定情况下盲分离)和利用信号特征(循环平稳性)。

过定盲分离的方法具有普遍意义, 与源信号的特征无关。过定模型预处理估计了噪声能量并提高了信噪比。从而改善了盲分离的性能。但是增加的天线可能使预处理后的混合矩阵非奇异性变差(条件数增加), 从而使得性能改善较小。

而利用通信信号循环平稳性提出的算法具有很好得抗平稳噪声的性能, 在低信噪比下取得了较好的分离效果。但是本算法需要预先知道源信号的调制方式, 而且精确估计循环相关函数需要较多的数据。

参考文献

- [1] J.-F. Cardoso and B. H. Laheld, Equivariant adaptive source separation, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, No. 12, 1996, pp.3017-3030
- [2] J.-F. Cardoso, A. Souloumiac. An efficient technique for the blind separation of complex sources: Higher-Order Statistics, IEEE Signal Processing Workshop on 1993, pp.275-279
- [3] 张贤达, 矩阵分析与应用, 2004
- [4] 范海波, 陈军, 曹志刚. AWGN 信道中非恒包络信号 SNR 估计算法. 电子学报, 30 卷 9 期, 2002 年:1369-1371
- [5] Adel Belouchrani, Karim Abed-Meraim, Jean-Francois Cardoso. A blind source separation technique using second-order statistics. IEEE Transaction on Signal Processing, vol 45, No.2, 1997, pp.434-444
- [6] 杨琳, 数字通信信号调制方式自动识别技术研究. 中国科学技术大学博士论文, 2008

- [7] W. A. Gardner, Introduction to random processes : with applications to signals and systems, McGraw-Hill, c1990
- [8] Yong Xiang, Wensheng Yu, Hong Zheng and Saïd Nahavandi. Blind separation of cyclostationary signals from instantaneous mixtures. Proceedings of 5th world congress on intelligent control and automation, 2004
- [9] Karim Abed-Meraim, Yong Xiang, Jonathan H. Manton, Yingbo Hua. Blind source separation using Second-Order Cyclostationary Statistics. IEEE Transaction on Signal Processing, vol 49, No.4, 2001, pp.694—701
- [10] Yong Xiang. A new algorithm for blind separation of cyclostationary source from linear mixtures. ICSP2006 Proceeding
- [11] M.G Jafari, S.R. Alty, J.A.Chambers. New natural gradient algorithm for cyclostationary sources. IEE Nonlinear and non-gaussian signal processing, 2004

第4章 分布式天线接收的通信信号盲分离方法

在通信侦察和对抗等非协作通信环境中,单个接收天线获得的信号通常是多种源信号的线性混合,而且源信号的波形、信号的主要参数、传输信道的特性等都是未知的,这给信号的分析和解调带来了极大的困难。利用多个接收天线并按照一定的规律排列一个天线阵列,借助于盲源分离(又称为独立成分分析)的思想和算法^{[1][2]},可以从多个天线接收到的混合信号中分离出相互统计独立的源信号,这在第二章中已经给了详细说明。

另一方面,在实际应用中,由于各种原因,在不同的地理区域已经布设了多个同类型的接送天线和设备,通常它们相互之间没有任何联系,且都是独立工作。但是,从系统的角度来看,这些地理位置分散的接收天线和设备可以看成是一个“分布式天线接收和处理系统”,如果能够让这个分布式系统协同工作,则在不增加设备或增加少量设备的情况下,可以显著得扩展和提高信号侦察和分析的能力。本章将以这一应用背景为对象,探讨适合于分布式接收天线系统的通信信号盲分离的有效方法。

与常规的天线阵列不同,由分布式接收天线构成的“虚拟天线阵列”中天线之间的间距达到几十~几百公里,远远大于工作波长 λ ,因此同一源信号到达各天线的的时间差别较大、信号幅度的衰落也不同;此外,不同天线或接收设备或多或少地存在着一些差异,而且一些天线和接收设备可能是运动的(导致多普勒频移),这些将使不同天线接收到的同一源信号经过放大、下变频等处理后,存在着不同的频偏和初始相位。上述的这些因素导致“虚拟天线阵列”接收信号的模型与盲信号分离的典型模型有着明显不同,所以现有的一些盲信号分离的方法和算法^{[3][4][5]}都不适用于分离分布式天线接收的混合通信信号。

针对这样的一种特殊的情况,本章将首先以 TITO (Two-Input-Two-Output) 的情况为例,建立分布式天线接收信号的混合模型,说明它与常规盲源分离的典型模型的差异。然后,利用不同源信号之间的统计独立性和通信信号的循环平稳性,提出一种适合于分离源信号为二阶循环平稳通信信号的盲分离方法(SCBSS)。最后利用 SCBSS 的算法思想,开展了两个方面的工作:1) 使算法适合于分离源信号为四阶循环平稳信号;2) 给出多个分布式接收天线联合处理单个源信号的方法。

§ 4.1 信号模型

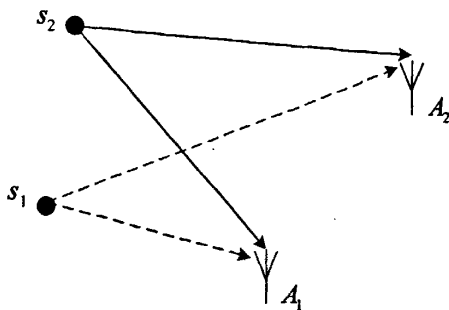


图 4-1 分布式天线接收信号的示意图

考虑相距较远的两个接收天线 A_1 和 A_2 ，两个通信终端（信号源） s_1 和 s_2 构成的一个系统，而且接收天线和信号源在地理位置上也相距较远，即 A_1 、 A_2 、 s_1 、 s_2 两两之间的距离远大于 10λ （ λ 为波长），如图 4.1 所示。不失一般性，假设：（1） s_1 、 s_2 与 A_1 、 A_2 之间的距离有明显不同，即源信号到达不同接收天线的传输时间、衰落等都会有差异；（2） s_1 和 s_2 的载波频率、信息符号传输速率非常接近或基本相同，即两个源信号的频率范围基本相同；（3） s_1 和 s_2 的信息符号序列是相互独立的。

A_1 、 A_2 接收到的混合信号经过放大、变频等处理后，其基带信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 可以表示为：

$$\begin{cases} x_1(t) = h_{11}e^{j(2\pi\Delta f_{11}t + \theta_{11})}s_1(t) + h_{12}e^{j(2\pi\Delta f_{12}t + \theta_{12})}s_2(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = h_{21}e^{j(2\pi\Delta f_{21}t + \theta_{21})}s_1(t - \tau_1) + h_{22}e^{j(2\pi\Delta f_{22}t + \theta_{22})}s_2(t - \tau_2) + n_2(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

其中， h_{ij} 、 Δf_{ij} 、 θ_{ij} 分别是第 j 个源信号到达接收天线 A_i ，并经过一系列的处理后等效的信号幅度衰落、载波频偏和初始相位， $i, j \in \{1, 2\}$ ； τ_j 是源信号 s_j 到达接收天线 A_2 与 A_1 的时间差，即时间延迟； $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ 为加性高斯白噪声； $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 是源信号 s_1 和 s_2 的复基带信号形式，其表达式为：

$$s_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_1(t - nT) \quad s_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g_2(t - nT) \quad (4.2)$$

上式中 a_n 和 b_n 分别是两个通信终端发送的信息符号序列， $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 分别是 s_1 和 s_2 的成形滤波器的冲击响应， T 分别是 a_n 和 b_n 的符号周期。

由（4.1）式表示的分布式天线接收信号模型有以下三个明显的特点：

（1）由于分布式天线之间相距较远，而且源信号与不同接收天线之间距离相差也较大，导致同一源信号到达不同天线的传输时间存在较大的差异，通常 $\tau_j > 0.1T$ ， $j=1, 2$ ；

（2）频偏 Δf_{ij} 的存在，使得 $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$ 、 $s_1(t - \tau_1)$ 和 $s_2(t - \tau_2)$ 的系数是时变的；

(3) 以 P/T (P 是大于 1 的正整数) 的采样率对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 进行过采样, 则 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 具有循环平稳性 (周期平稳性)。

由于这些特点, 使得分布式天线接收信号的模型与常规的盲源分离信号模型存在较大的差异, 现有的一些盲源分离的原理和算法难以应用于分离分布式天线接收的混合信号。本章利用不同源信号之间的统计独立性和通信信号的循环平稳性, 提出适合于分布式天线接收到的混合信号的盲分离方法。

§ 4.2 一种适合于分离源信号为二阶循环平稳信号的盲分离方法

本节根据式 (4.1) 的特点, 假设源信号为二阶循环平稳信号, 提出一种分离源信号为二阶循环平稳信号的盲分离方法 (SCBSS)。

该方法的基本思路是: 首先估计信号模型中的主要参数: 频偏、延迟、幅度衰落 h_j 和初相 θ_j , 然后用干扰抵消方法消除混合信号中的同频干扰, 最后再利用 Kalman 滤波, 恢复出源信号。

4.2.1 信号模型的参数估计

1) Δf_j 估计

在 3.2.1 和 3.2.2 中, 详细说明了二阶循环平稳通信信号的谱线特征^[6], 以及利用接收信号的二次方谱来估计源信号的循环频率和载波频率的方法。因此利用接收信号 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 的二次方谱可以精确估计出源信号的频偏 $\Delta f_j, j=1, 2$ 。

2) 时延 τ_1 和 τ_2 估计

利用 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 的循环平稳性和估计出的频偏 Δf_j , 就可以获得延时参数 τ_1 和 τ_2 的估计。

求 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的循环互相关函数 $R_{x_1x_2}(\alpha, \tau) = E\{x_1(t)x_2^*(t-\tau)e^{-j2\pi\alpha\tau}\}$, 其中, “*” 表示共轭运算, α 为循环频率, 取 $\alpha = \Delta f_{11} - \Delta f_{21}$, 则有:

$$\begin{aligned} |R_{x_1x_2}(\Delta f_{11} - \Delta f_{21}, \hat{\tau})| &= \left| E\left\{x_1(t)x_2^*(t+\hat{\tau})e^{-j2\pi(\Delta f_{11}-\Delta f_{21})\hat{\tau}}\right\} \right| \\ &= h_{11}h_{21} \left| E\left\{s_1(t)s_1^*(t-\tau_1+\hat{\tau})\right\} \right| \end{aligned} \quad (4.3)$$

由 (4.3) 式可知, $|R_{x_1x_2}(\Delta f_{21} - \Delta f_{11}, \hat{\tau})|$ 在 $\hat{\tau} = \tau_1$ 处取得最大值, 所以通过搜索 $|R_{x_1x_2}(\Delta f_{21} - \Delta f_{11}, \hat{\tau})|$ 的最大值点, 就可以估计出延时 τ_1 。同理, 如果 $\Delta f_{12} - \Delta f_{22} \neq \Delta f_{11} - \Delta f_{21}$, 循环频率取为 $\alpha = \Delta f_{12} - \Delta f_{22}$, 搜索 $|R_{x_1x_2}(\Delta f_{12} - \Delta f_{22}, \hat{\tau})|$ 的最大值点可以获得 τ_2 的估计。

3) 幅度衰落 h_j 和初相 θ_j 的估计

对(4.1)式所表示的信号模型而言,在仅有接收信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的条件下,要准确估计传输幅度衰落 h_j 和初相 θ_j 比较困难,但是如果能够获得这些参数之间的比例关系,同样有助于信号的分离。

在获得延迟 τ_1 和 τ_2 估计后,可以很容易得到 $\hat{x}_2(t) = x_2(t + \tau_1)$, $\tilde{x}_2(t) = x_2(t + \tau_2)$ 。

首先,求接收信号 $x_1(t)$ 的共轭循环自相关函数和 $x_1(t)$ 与 $\hat{x}_2(t)$ 的共轭循环互相关函数,即

$$R_{x_1 x_1^*}(\Delta f_{11}, 0) = E\{x_1(t)x_1^*(t)e^{-j2\pi\Delta f_{11}t}\} = h_1^2 e^{j2\theta_{11}} E\{s_1(t)s_1^*(t)\} \quad (4.4)$$

$$R_{x_1 \hat{x}_2^*}(\Delta f_{11} + \Delta f_{21}, 0) = E\{x_1(t)\hat{x}_2^*(t)e^{-j2\pi(\Delta f_{11} + \Delta f_{21})(t + \tau_1)}\} = h_1 h_2 e^{j(\theta_{11} + \theta_{21})} E\{s_1(t)s_1^*(t)\} \quad (4.5)$$

由(4.4)~(4.5)式可以得到:

$$\frac{R_{x_1 \hat{x}_2^*}(\Delta f_{11} + \Delta f_{21}, 0)}{R_{x_1 x_1^*}(\Delta f_{11}, 0)} = \frac{h_2 e^{j\theta_{21}}}{h_1 e^{j\theta_{11}}} = k_1 \quad (4.6)$$

同理,求接收信号 $x_1(t)$ 的共轭循环自相关函数和 $x_1(t)$ 与 $\tilde{x}_2(t)$ 的共轭循环互相关函数,可以得到:

$$\frac{R_{x_1 \tilde{x}_2^*}(\Delta f_{12} + \Delta f_{22}, 0)}{R_{x_1 x_1^*}(\Delta f_{12}, 0)} = \frac{h_2 e^{j\theta_{22}}}{h_1 e^{j\theta_{12}}} = k_2 \quad (4.7)$$

4.2.2 消除混合信号中的干扰

在频偏、延迟等模型参数估计出来后,可以构造一个解混矢量,消除混合信号中的某一路干扰信号,得到单个源信号和它的延迟的线性组合。下面以消除混合信号中的 $s_1(t)$ 为例,阐明解混的具体步骤,其方法也适合于消除混合信号中的 $s_2(t)$ 。

1) 对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 作频移和延时处理,得到:

$$\begin{cases} X_1(t) = x_1(t)e^{-j2\pi\Delta f_{11}t} = h_1 e^{j\theta_{11}} s_1(t) + h_2 e^{j(2\pi(\Delta f_{12} - \Delta f_{11})t + \theta_{12})} s_2(t) + n_{1f}(t) \\ X_2(t) = x_2(t + \tau_1)e^{-j2\pi\Delta f_{21}(t + \tau_1)} = h_{21} e^{j\theta_{21}} s_1(t) + h_{22} e^{j(2\pi(\Delta f_{22} - \Delta f_{21})(t + \tau_1) + \theta_{22})} s_2(t - (\tau_2 - \tau_1)) + n_{2f}(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

其中, $n_{1f}(t) = n_1(t)e^{-j2\pi\Delta f_{11}t}$, $n_{2f}(t) = n_2(t)e^{-j2\pi\Delta f_{21}(t + \tau_1)}$ 。

2) 构造解混矢量 $[k_1 \ -1]$,消除混合信号中的干扰 $s_1(t)$,即:

$$\begin{aligned} S_2(t) &= [k_1 \ -1][X_1(t) \ X_2(t)]^T \\ &= k_1 h_2 e^{j(2\pi(\Delta f_{12} - \Delta f_{11})t + \theta_{12})} s_2(t) - k_2 h_{22} e^{j(2\pi(\Delta f_{22} - \Delta f_{21})(t + \tau_1) + \theta_{22})} s_2(t - (\tau_2 - \tau_1)) + N(t) \end{aligned}$$

其中 $N(t) = k_1 n_{1f}(t) - n_{2f}(t)$ 。令:

$$\hat{s}_2(t) = h_2 e^{j(2\pi(\Delta f_{12} - \Delta f_{11})t + \theta_{12})} s_2(t) \quad (4.9)$$

则 $S_2(t)$ 可以写为:

$$S_2(t) = k_1 \hat{s}_2(t) - k'_2(t) \hat{s}_2(t - \Delta\tau) + N(t) \quad (4.10)$$

式 (4.10) 中:

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= \tau_2 - \tau_1 \\ k'_2(t) &= k_2 e^{j2\pi(\Delta f' t + (\Delta f_{22} - \Delta f_{21})\tau_1 - (\Delta f_{12} - \Delta f_{11})\Delta\tau)} \\ \Delta f' &= (\Delta f_{22} - \Delta f_{21}) - (\Delta f_{12} - \Delta f_{11})\end{aligned}$$

4.2.3 利用 Kalman 滤波恢复源信号

假设以采样率 $f_s = 1/T_s$ 对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 进行过采样, 则 (4.10) 式的离散形式为:

$$S_2(n) = k_1 \hat{s}_2(n) - k'_2(n) \hat{s}_2(n-m) + N(n) \quad (4.11)$$

其中, $m = \Delta\tau/T_s$ 。为了利用 Kalman 滤波得到 $\hat{s}_2(n)$ 的估计, 需要建立状态方程和观测方程。

设:

$$\mathbf{C}(n) = [-k'_2(n) \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad k_1]_{1 \times (m+1)}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(m+1) \times (m+1)}$$

$\tilde{\mathbf{S}}_2(n) = [\hat{s}_2(n-m) \quad \hat{s}_2(n-m+1) \quad \cdots \quad \hat{s}_2(n)]^T$ 为 $(m+1) \times 1$ 的状态矢量

$\mathbf{U}(n) = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \hat{s}_2(n+1)]^T$ 为 $(m+1) \times 1$ 状态噪声矢量

则状态方程和观测方程为:

$$\begin{cases} \text{状态方程: } \tilde{\mathbf{S}}_2(n+1) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}}_2(n) + \mathbf{U}(n) \\ \text{观测方程: } S_2(n) = \mathbf{C}(n)\tilde{\mathbf{S}}_2(n) + N(n) \end{cases} \quad (4.12)$$

设 $\mathbf{Q} = E\{U(n) \cdot U(n)^H\}$, $R = E[N(n)N^*(n)]$; 则 \mathbf{Q} 是 $(m+1) \times (m+1)$ 的矩阵, 除了元素 $\mathbf{Q}(m+1, m+1)$ 外, \mathbf{Q} 的其余元素全为零, 而且 $\mathbf{Q}(m+1, m+1)$ 是信号 $\hat{s}_2(n)$ 的功率 $P_{\hat{s}_2}$, R 是观测噪声 $N(n)$ 的功率。

计算 $S_2(n)$ 的功率, 得到:

$$P_{S_2} = E\{S_2(n)S_2^*(n)\} = (|k_1|^2 + |k_2|^2)P_{\hat{s}_2} + R$$

利用 $S_2(n)$ 的自相关矩阵的奇异值分解^[7], 可以估计出观测噪声的功率 R 和 $(|k_1|^2 + |k_2|^2)P_{\hat{s}_2}$, 由于 k_1 、 k_2 已求得, 故可以计算出 $\hat{s}_2(n)$ 的功率 $P_{\hat{s}_2}$ 。

基于 Kalman 滤波估计 $\hat{s}_2(n)$ 的递推关系式为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}'(k) = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}(k-1)\mathbf{A}^H + \mathbf{Q} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{H}(k) = \boldsymbol{\varepsilon}'(k)\mathbf{C}(k)^H [\mathbf{C}(k)\boldsymbol{\varepsilon}'(k)\mathbf{C}(k)^H + R]^{-1} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{e}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{H}(k)\mathbf{C}(k)]\mathbf{e}'(k) \quad (4.15)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_2(k) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}}_2(k-1) + \mathbf{H}(k)[S_2(k) - \mathbf{C}(k)\mathbf{A}\tilde{\mathbf{S}}_2(k-1)] \quad (4.16)$$

$\mathbf{e}(k)$ 是 $(m+1) \times (m+1)$ 的均方估计误差矩阵, 其初值可设为 $\mathbf{0}$ 阵; $\mathbf{H}(k)$ 是 $(m+1) \times 1$ 的 Kalman 增益矢量。利用式 (4.13) ~ (4.16), 可以递推估计出状态矢量 $\tilde{\mathbf{S}}_2(n)$, 从而获得 $\hat{s}_2(n)$ 的估计; 根据关系式 (4.9), 可以估计出源信号 $s_2(n)$ 。

4.2.4 SCBSS 算法流程

算法流程简要总结如下:

- 1) 利用接收信号的二次方谱估计频偏
- 2) 利用接收信号的循环互相关函数来估计延迟
- 3) 利用接收信号的共轭循环自相关函数和共轭循环互相关函数来估计幅度衰落和初相
- 4) 对接收信号作频移和延时处理, 并构造解混矢量, 消除混合信号中的同频信号干扰
- 5) 利用 Kalman 滤波恢复源信号

4.2.5 仿真实验与分析

利用计算机进行 Monte Carlo 仿真实验, 以验证本文方法的有效性及其性能特点, 仿真条件和参数如下:

- (1) $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的调制方式为 BPSK; 符号率为 10Kbps, 即符号周期 $T = 0.1 \text{ ms}$;

对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 进行过采样的采样率 $f_s = 320 \text{ KHz}$, 即采样间隔 $T_s = T/32$;

- (2) $h_{11} = 0.8$, $h_{12} = 0.7$, $h_{21} = 0.9$, $h_{22} = 0.5$;

- (3) $\Delta f_{11} = 20 \text{ Hz}$, $\Delta f_{12} = 50 \text{ Hz}$, $\Delta f_{21} = 40 \text{ Hz}$, $\Delta f_{22} = 80 \text{ Hz}$; θ_{ij} 在 $[0 \ 2\pi]$ 范围内随机取值;

- (4) $\tau_1 = T/4$, $\tau_2 = 5T/4$;

- (5) 信噪比定义为 $SNR = 10 \log_{10}(P_s/P_n)$, P_s 、 P_n 分别表示接收到信号的功率和噪声功率。

实验 4.1: 接收信号模型中主要参数的估计性能。

τ_1 、 τ_2 、 k_1 和 k_2 估计的准确性将直接影响消除混合信号中干扰的性能, 本实验重点考察在使用不同长度的数据、以及在不同信噪比条件下, 对模型参数 τ_1 、 τ_2 、 k_1 和 k_2 的估计性能。

为了评价估计性能, 采用归一化平均误差作为评价指标, 其定义分别为:

τ_j 的归一化平均误差:

$$e(\tau_j) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |\tau_j - \hat{\tau}_j(i)| / T \quad j=1,2 \quad (4.17)$$

k_j 的归一化平均误差:

$$e(k_j) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |k_j - \hat{k}_j(i)| / k_j \quad j=1,2 \quad (4.18)$$

其中, τ_j 、 k_j 是实际值, $\hat{\tau}_j(i)$ 、 $\hat{k}_j(i)$ 是第 i 次 Monte Carlo 实验的估计值, M 是 Monte Carlo 实验的总次数。

图 4-2 和图 4-3 分别是 τ_j 、 k_j 估计的性能曲线, 由此可以看出:

(1) 信噪比对参数估计的性能影响不大, 而所使用的数据长度对参数估计性能有较大的影响。这主要是由于参数估计的方法都是基于信号的循环平稳特性, 具有很强的抗平稳噪声的能力; 另外, 所使用的数据越多, 循环相关函数估计得越准确, 从而使得参数估计的性能提高。大量的仿真实验表明, 使用数据长度超过 4000 个符号时, 估计性能差异很小。

(2) 对 τ_1 、 k_1 的估计性能要优于 τ_2 、 k_2 的估计性能。这是因为循环相关函数有二次方的非线性运算, 这将使得混合信号中功率较强的信号分量会被相对增强, 功率较弱的信号会被相对削弱, 而信号被削弱后, 信干比降低, 导致功率较弱信号所对应的参数估计精度较低。估计 τ_1 、 k_1 所对应信号的幅度 $h_{11}=0.8$ 和 $h_{21}=0.9$, 信号功率较强, 信干比较高; 而估计 τ_2 、 k_2 所对应信号的幅度 $h_{12}=0.7$ 和 $h_{22}=0.5$, 信号功率较弱, 信干比较低。

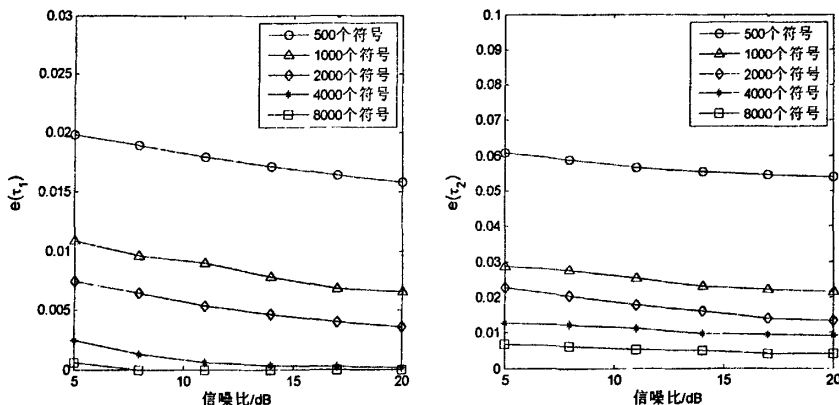


图 4-2 τ_1 、 τ_2 估计的性能曲线

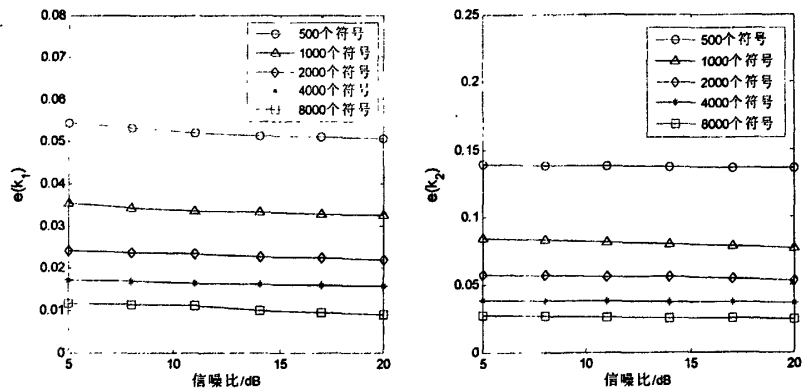


图 4-3 k_1 、 k_2 估计的性能曲线

实验 4.2: 基于 Kalman 滤波的源信号恢复性能。

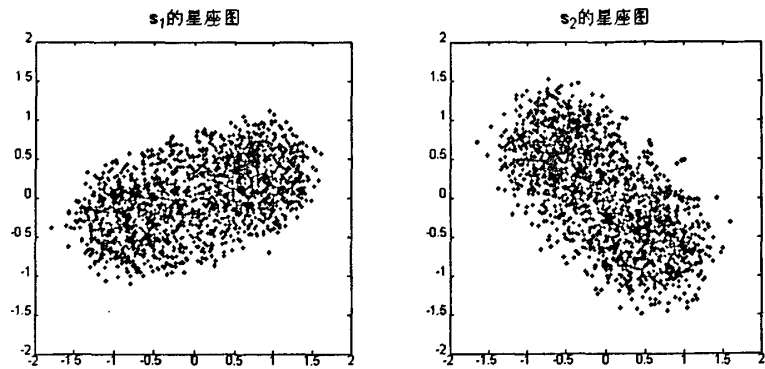


图 4-4 Kalman 滤波前信号的星座图 (SNR=15dB)

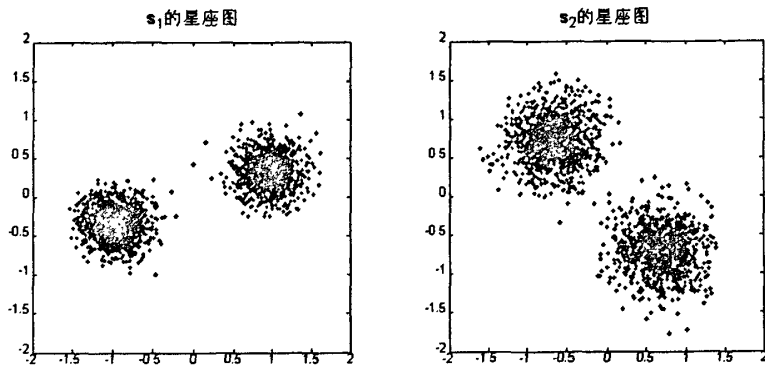


图 4-5 Kalman 滤波后信号的星座图 (SNR=15dB)

根据估计得到的参数,构造解混矢量消除混合信号中的干扰后,再利用 Kalman 滤波可恢复出源信号。图 4-4 和图 4-5 分别是 Kalman 滤波前和滤波后信号的星座图,通过比较可知:

(1) Kalman 滤波有效地从抵消干扰后的信号中恢复出源信号的星座点,但是存在着幅度模糊和相位模糊,这种模糊性是所有盲分离算法(包括常规盲分离算法)的共性特征;

(2) Kalman 滤波后 s_1 的星座图比 s_2 的星座图收敛得更好些,这是因为 $h_{11} > h_{12}$, $h_{21} > h_{22}$, 接收到的混合信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 中, $s_1(t)$ 功率都大于 $s_2(t)$ 功率的,即 s_1 的信噪比高于 s_2 的信噪比。

§ 4.3 一种适合于分离源信号为四阶循环平稳信号的盲分离算法

4.3.1 FCBSS 算法流程

4.2 节中提出的 SCBSS 算法,能够分离源信号为二阶循环平稳的通信信号。而在实际的通信系统中, QPSK, 16QAM 这样具有四阶循环平稳特性的通信信号应用更为广泛。为了使算法实用性更强,本节在 SCBSS 基础上,给出分离四阶循环平稳的通信信号的方法(FCBSS)。下面给出算法流程以及详细说明。

1) 频偏估计

在 3.2.1 和 3.2.2 中,给出了四阶循环平稳信号的谱线特征,以及利用接收信号的四次方谱来估计源信号的循环频率和载波频率。因此利用接收信号 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 的四次方谱上特征谱线位置可以精确估计出来源信号的频偏 $\Delta f_j, j=1,2$ 。

2) 时延 τ_1 和 τ_2 估计

求 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的四阶循环互相关函数 $R_{x_1 x_2}(\alpha, \tau) = E\{x_1^2(t)(x_2^*(t-\tau))^2 e^{-j2\pi\alpha\tau}\}$, 其中, “*” 表示共轭运算, α 为循环频率,取 $\alpha = 2(\Delta f_{11} - \Delta f_{21})$, 则有:

$$\begin{aligned} \left| R_{x_1 x_2}^2(2(\Delta f_{11} - \Delta f_{21}), \hat{\tau}) \right| &= \left| E \left\{ x_1^2(t) (x_2^*(t-\hat{\tau}))^2 e^{-j4\pi(\Delta f_{11} - \Delta f_{21})\hat{\tau}} \right\} \right| \\ &= h_{11}^2 h_{21}^2 \left| E \left\{ s_1^2(t) (s_1^*(t-\tau_1 + \hat{\tau}))^2 \right\} \right| \end{aligned} \quad (4.19)$$

由 (4.19) 式可知, $|R_{x_1 x_2}^2(2(\Delta f_{11} - \Delta f_{21}), \hat{\tau})|$ 在 $\hat{\tau} = \tau_1$ 处取得最大值, 所以通过搜索 $|R_{x_1 x_2}^2(2(\Delta f_{11} - \Delta f_{21}), \hat{\tau})|$ 最大值点, 就可以估计出延时 τ_1 。同理, 如果 $\Delta f_{12} - \Delta f_{22} \neq \Delta f_{11} - \Delta f_{21}$, 循环频率取为 $\alpha = 2(\Delta f_{12} - \Delta f_{22})$, 可以获得 τ_2 的估计。

3) 幅度衰落 h_j 和初相 θ_j 的估计

在获得延迟 τ_1 和 τ_2 估计后, 可以得到 $\hat{x}_2(t) = x_2(t + \tau_1)$, $\tilde{x}_2(t) = x_2(t + \tau_2)$ 。

首先, 求接收信号 $x_1(t)$ 的四阶共轭循环自相关函数和 $x_1(t)$ 与 $\hat{x}_2(t)$ 的四阶共轭循环互相关函数, 即

$$R_{x_1^4(x_1^*)}(4\Delta f_{11}, 0) = E\{x_1(t)^4 e^{-8j\pi\Delta f_{11}t}\} = h_{11}^4 e^{4j\theta_{11}} E\{s_1(t)s_1(t)\} \quad (4.20)$$

$$R_{x_1^3\hat{x}_2^*}(3\Delta f_{11} + \Delta f_{21}, 0) = E\{x_1(t)\hat{x}_2(t)e^{-2j\pi(3\Delta f_{11}t + \Delta f_{21}(t+\tau_1))}\} = h_{11}^3 h_{21} e^{j(3\theta_{11} + \theta_{21})} E\{s_1(t)s_1(t)\} \quad (4.21)$$

由 (4.20) ~ (4.21) 式可以得到:

$$\frac{R_{x_1^3\hat{x}_2^*}(3\Delta f_{11} + \Delta f_{21}, 0)}{R_{x_1^4(x_1^*)}(4\Delta f_{11}, 0)} = \frac{h_{21} e^{j\theta_{21}}}{h_{11} e^{j\theta_{11}}} = k_1 \quad (4.22)$$

同理, 求接收信号 $x_1(t)$ 的四阶共轭循环自相关函数和 $x_1(t)$ 与 $\tilde{x}_2(t)$ 的四阶共轭循环互相关函数, 可以得到:

$$\frac{R_{x_1^3\tilde{x}_2^*}(3\Delta f_{12} + \Delta f_{21}, 0)}{R_{x_1^4(x_1^*)}(4\Delta f_{21}, 0)} = \frac{h_{22} e^{j\theta_{22}}}{h_{12} e^{j\theta_{12}}} = k_2 \quad (4.23)$$

4) 对接收信号作频移和延时处理, 并构造解混矢量, 消除混合信号中的信号干扰

5) 利用 Kalman 滤波恢复源信号

这里第 4, 5 步的处理与 SCBSS 完全一样, 可参照 (4.8) ~ (4.16) 式。

4.3.2 FCBSS 算法的仿真实验

利用计算机进行 Monte Carlo 仿真实验, 以验证 FCBBS 的有效性及其性能特点, 为了能与 4.2.5 中的仿真实验进行比较, 设置仿真条件和参数如下:

(1) $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的调制方式为 QPSK; 符号率为 10Kbps, 即符号周期 $T = 0.1\text{ms}$;

对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 进行过采样的采样率 $f_s = 320\text{KHz}$, 即采样间隔 $T_s = T/32$;

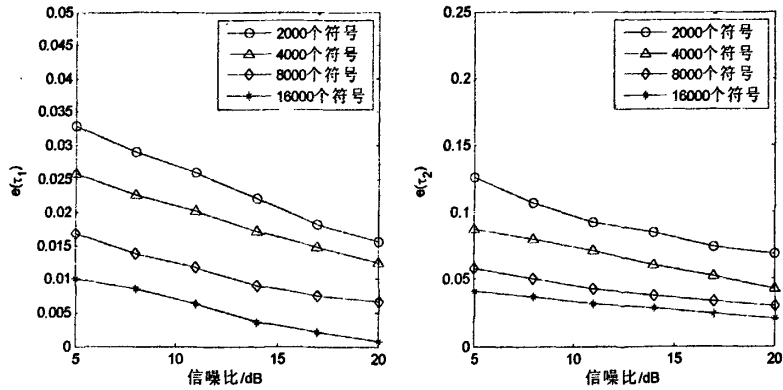
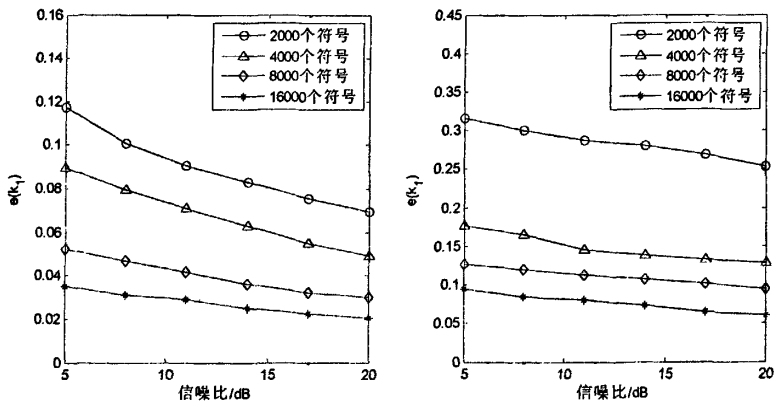
(2) $h_{11} = 0.8$, $h_{12} = 0.7$, $h_{21} = 0.9$, $h_{22} = 0.5$;

(3) $\Delta f_{11} = 20\text{Hz}$, $\Delta f_{12} = 50\text{Hz}$, $\Delta f_{12} = 40\text{Hz}$, $\Delta f_{22} = 80\text{Hz}$; θ_{ij} 在 $[0 \ 2\pi]$ 范围内随机取值;

(4) $\tau_1 = T/4$, $\tau_2 = 5T/4$;

实验 4.3: 接收信号模型中主要参数的估计性能。

FCBSS 算法中, 使用不同长度的数据、以及在不同信噪比条件下, 对模型参数 τ_1 、 τ_2 、 k_1 和 k_2 的估计性能见图 4-6, 图 4-7。

图 4-6 τ_1 、 τ_2 估计的性能曲线图 4-7 k_1 、 k_2 估计的性能曲线

与实验 4.1 中的结果比较, 可以发现同样长度的数据估计出的参数精度低于 BPSK, 这由于在估计 QPSK 的四阶循环平稳函数的时候, 干扰项更多, 估计精度较低, 从而估计出的参数精度也低于 BPSK。因此, 在源信号为 QPSK 的情况下, 为精确估计出模型中的主要参数, 需要较多的数据。根据图 4-6, 4-7 中的结果可知, 16000 个符号估计出的参数能够获得较高的估计精度。

实验 4.4: 基于 Kalman 滤波的源信号恢复性能。

根据估计得到的参数, 构造解混矢量消除混合信号中的干扰后, 再利用 Kalman 滤波可恢复出源 QPSK 信号。图 4-8, 图 4-9 分别是 Kalman 滤波前和滤波后信号的星座图。由图可见 Kalman 滤波之后源信号被较好地恢复出来。

Kalman 滤波后 s_1 的星座图比 s_2 的星座图收敛得更好些, 原因可参见实验 4.2 中的结论。

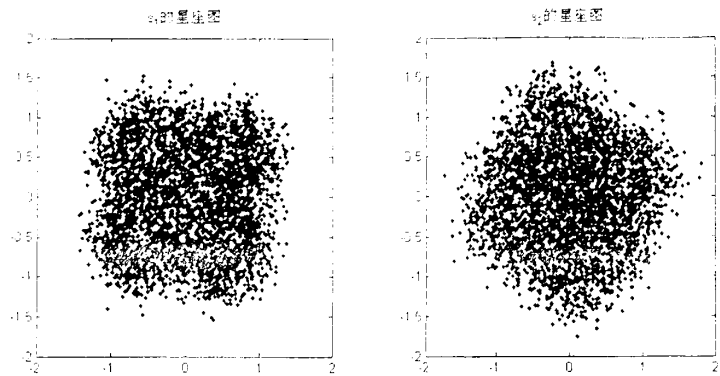


图 4-8 Kalman 滤波前信号的星座图 (SNR=15dB)

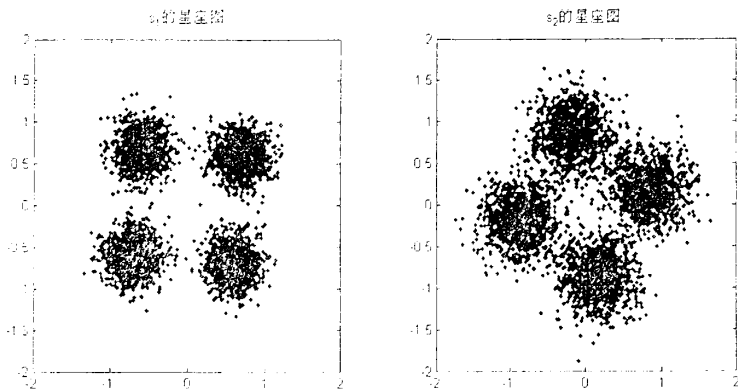


图 4-9 Kalman 滤波后信号的星座图 (SNR=15dB)

实验 4.5: FCBSS 算法分离 16QAM 信号

将实验 4.4 中的源信号变为 16QAM 信号，在信噪比 SNR=25dB 下进行分离实验，分离出的信号的星座图见图 4-10。

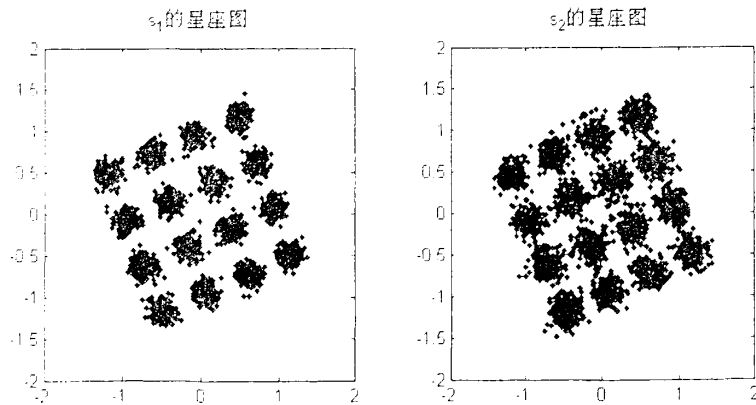


图 4-10 FCBSS 分离混合 16QAM 信号的星座图 (SNR=25dB)

可以看出，星座图收敛，源信号被较好得分离出来。

实验 4.3~4.5 说明对 FCBBS 利用源信号的四阶循环平稳性,也能够精确估计出混合模型中的主要参数,并完成对四阶循环平稳通信信号的分离。

§ 4.4 多天线联合处理单个源信号

通信信号信号侦察中,单天线接收某源信号的信噪比可能较低,信号质量较差,给解调造成一定的困难。而分布式天线系统中可以通过各接收天线的联合处理,来提高接收信号的质量。

假设有一个源信号, N 个接收天线,这时,信号模型变为:

$$\begin{cases} x_1(t) = h_1 e^{j(2\pi\Delta f_1 t + \theta_1)} s(t) + n_1(t) \\ x_2(t) = h_2 e^{j(2\pi\Delta f_2 t + \theta_2)} s(t - \tau_2) + n_2(t) \\ \dots \\ x_N(t) = h_N e^{j(2\pi\Delta f_N t + \theta_N)} s(t - \tau_N) + n_N(t) \end{cases} \quad (4.24)$$

这里 h_i 、 Δf_i 、 θ_i 分别是源信号到达接收天线 A_i , 并经过一系列的处理后等效的信号幅度衰落、载波频偏和初始相位; 设源信号 $s(t)$ 的功率为 P_s , 则可得接收信号 $x_i(t)$ 中的信号功率为 $h_i^2 P_s$; $n_i(t)$ 是独立的加性高斯白噪声, 功率为 P_n ; $i=1, 2, \dots, N$ 。

根据 4.2, 4.3 中的结论, 如果源信号调制方式已知, 且为二阶循环平稳信号或者四阶循环平稳信号, 式 (4.24) 中的频偏, 延迟可以精确估计出来。之后, 可以消除式 (4.24) 中的频偏, 延迟的影响, (4.24) 式变为:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1(t) = h_1 e^{j\theta_1} s(t) + n_{1f}(t) \\ \tilde{x}_2(t) = h_2 e^{j\theta_2} s(t) + n_{2f}(t) \\ \dots \\ \tilde{x}_N(t) = h_N e^{j\theta_N} s(t) + n_{Nf}(t) \end{cases} \quad (4.25)$$

利用接收信号循环自相关函数和循环互相关函数的关系, 可以得到 $k_{ii} = h_i e^{j\theta_i} / h_1 e^{j\theta_1}$, $i=2, \dots, N$ 。通过以下处理后, 各路接收信号变为同相信号:

$$\begin{cases} \hat{x}_1(t) = \tilde{x}_1 = h_1 e^{j\theta_1} s(t) + \hat{n}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) = |k_{21}| \tilde{x}_2 / k_{21} = h_2 e^{j\theta_2} s(t) + \hat{n}_2(t) \\ \dots \\ \hat{x}_N(t) = |k_{N1}| \tilde{x}_N / k_{N1} = h_N e^{j\theta_N} s(t) + \hat{n}_N(t) \end{cases} \quad (4.26)$$

(4.26) 式里, $\hat{n}_i(t)$ 是等效的噪声项, 其功率为 P_n 。可以利用最大比合并的思想^[7], 通过对信号 $\hat{x}_i(t)$ 进行加权合并来提高接收信号的信噪比, 第 i 路的加权系数为 λ_i , 加权后的信号设为 $y(t)$:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M \lambda_i \hat{x}_i(t) \quad (4.27)$$

由于 $\hat{x}_i(t)$ 的信噪比可以通过文献[8]中的方法精确求得, 因此 $\hat{x}_i(t)$ 中的信号功率和噪声功率都可以求出来。

$y(t)$ 中的信号与噪声功率的比值为:

$$\gamma = \frac{\left(\sum_{i=1}^N \lambda_i h_i \right)^2 P_s}{\sum_{i=1}^N \lambda_i^2 P_n} \quad (4.28)$$

根据 Chebychev 不等式, 在 $\lambda_i = h_i \sqrt{P_s / P_n}$ 时, γ 取最大:

$$\gamma_{\max} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N h_i^2 \right)^2 P_s^2 / P_n^2}{\sum_{i=1}^N h_i^2 P_s / P_n} = \sum_{i=1}^N h_i^2 \frac{P_s}{P_n} \quad (4.29)$$

根据 (4.29) 可以得到, 加权合并后信号与噪声功率的比值是各路接收信号信号与噪声功率的比值的和。也就是说, 如果各接收天线信号的都很差, 使得没有一路信号可以被单独解出, 通过加权合并后, 有可能生成一个质量较好可以被解调的信号。

因此得到分布式天线系统中, 多天线联合处理单个源信号的流程:

- 1) 频偏估计
- 2) 延迟估计
- 3) 消除信号模型中延迟, 频偏得到 $\hat{\mathbf{x}}$
- 4) 初相估计, 并使各路信号变为同相信号 $\hat{\mathbf{x}}$
- 5) 信噪比估计, 估计各接收信号中的信号噪声功率, 据此求出加权系数 λ_i
- 6) 对 $\hat{\mathbf{x}}$ 的各天线信号加权合并

实验 4.6: 多天线联合处理单个源信号性能

设置仿真条件和参数如下:

- (1) 源信号 $s(t)$ 的调制方式为 QPSK; 符号率为 10Kbps, 即符号周期 $T = 0.1\text{ms}$; 对接收信号进行过采样的采样率 $f_s = 320\text{KHz}$, 即采样间隔 $T_s = T/32$, 采样时间 1s;
- (2) 接收天线数目为 3, 设 $h_1 = 1, h_2 = 0.5, h_3 = 0.25$;
- (3) 频偏设置: $\Delta f_1 = 20\text{Hz}$, $\Delta f_2 = 50\text{Hz}$, $\Delta f_3 = 70\text{Hz}$; θ_i 在 $[0 \ 2\pi]$ 范围内随机取值, $i=1,2,3$;
- (4) $\tau_2 = T/4$, $\tau_3 = 5T/4$;
- (5) 接收信号 x_1 、 x_2 和 x_3 信噪比设置见表 4-1 中所示, 共 6 组数据。

三天线联合处理后, 信号的信噪比用文献[8]给出的方法估计出。并将三天线联合处理后的信号信噪比与单天线接收信号的信噪比进行比较, 见表 4-1。

表 4-1 三接收天线联合处理后接收信号信噪比变化

实验编号 信号	1	2	3	4	5	6
SNR(x_1)/dB	10	11	12	13	14	15
SNR(x_2)/dB	7	8	9	10	11	12
SNR(x_3)/dB	4	5	6	7	8	9
SNR(y)/dB	12.32	13.28	14.31	15.35	16.34	17.20
SNR(y)的理论值 /dB	12.44	13.44	14.44	15.44	16.44	17.44

从表 4-1 可以看出，三接收天线联合处理后，信号 y 的信噪比高于任意单路接收信号 x_i 的信噪比， $i=1,2,3$ 。实验处理后 y 的信噪比与其理论值误差很小。实验结果与理论分析的结论吻合得较好。

§ 4.5 本章小结

本章利用了通信信号的循环平稳特性，实现了分布式天线接收的混合通信信号盲分离的方法，并利用这个方法的思想，提出了分布式接收天线系统联合处理单个源信号的方法。

分布式天线接收的混合通信信号盲分离方法的基本思路是：利用信号的循环平稳特性，对时间延迟、频偏等参数进行估计，并在此基础上，利用干扰抵消和 Kalman 滤波完成源信号的分离，首先实现了源信号为二阶循环平稳通信信号的分离，随后将算法思想应用到四阶循环平稳通信信号的分离。仿真实验验证了方法的有效性。需要指出的是，由于循环平稳自（互）相关函数有二次方或四次方运算，如果混合信号中的各个分量信号功率差异较大，则功率较小信号的分离性能要劣于功率较大信号的分离性能，这是本章盲分离方法的一个不足之处。需要进一步研究弥补这一不足的有效方法。

多天线联合接收单个源信号的基本思路是：利用利用信号的循环平稳特性，对时间延迟、频偏等参数进行估计，消除干，频偏，初相的差异后，利用最大比合并的思想，根据单路信号的信噪比对各天线接收信号进行加权累加。处理后信号的信噪比优于任意单天线接收信号的信噪比。仿真实验验证了方法的有效性。

参考文献

[1] 张昕, 胡波, 凌雯亭. 盲信号分离在数字通信中的一种应用. 通信学报, 21 卷 2 期, 2000 年:73-77

- [2] 付卫红, 杨小牛, 刘乃安. 基于四阶累积量的稳健的通信信号盲分离算法. 电子与信息学报, 30 卷 8 期, 2008 年: 1853–1856
- [3] J.-F. Cardoso and B. H. Laheld, Equivariant adaptive source separation, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, No. 12, 1996, pp.3017–3030
- [4] J.-F. Cardoso, A. Souloumiac. An efficient technique for the blind separation of complex sources: Higher-Order Statistics, *IEEE Signal Processing Workshop on 1993*, pp.275–279
- [5] Aapo Hyvarinen. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Transactions on neural networks*, vol 10, No 3, 1999, pp. 626–634
- [6] 杨琳, 数字通信信号调制方式自动识别技术研究. 中国科学技术大学博士论文, 2008
- [7] Theodore S. Rappaport. *Wireless communications principles and practice*. 电子工业出版社, 1999
- [8] 范海波, 陈军, 曹志刚. AWGN 信道中非恒包络信号 SNR 估计算法. 电子学报, 30 卷 9 期, 2002 年:1369–1371

第5章 总结

§ 5.1 本文工作总结

本文在分析和总结已有研究工作的基础上, 针对通信信号在实际处理中可能存在的问题, 对其中部分问题进行了分析研究, 主要工作包括:

- 1) 介绍了阵列天线接收信号的混合模型, 阐述了问题可解性的条件、性能评价准则、以及影响盲分离性能的主要因素。
- 2) 简要得分析了阵列天线接收信号的混合模型应用于通信信号盲分离可能存在的问题, 以及目前的研究进展。
- 3) 研究了低信噪比条件下, 阵列天线接收信号盲分离的方法。主要从两个思路来展开研究, 一是通过增加接收天线数量, 利用过定盲分离来改善盲分离性能; 另一个是采用基于循环平稳特性的盲分离算法, 这类算法受平稳噪声的影响较小。而目前基于循环平稳的盲分离算法一般只能处理二阶循环平稳信号。本文给出的盲分离算法不仅能够处理二阶循环平稳信号, 也能处理四阶循环平稳信号, 如 QPSK, 16QAM, 具有较好的实用价值。
- 4) 研究了分布式接收天线的混合信号盲分离问题, 提出了一种有效的分离方法, 其基本思想是利用通信信号的循环平稳特性, 对信号模型的参数进行估计、并利用干扰抵消和 Kalman 滤波恢复出源信号, 理论分析和仿真实验表明了该方法的有效性。
- 5) 利用最大比合并原理, 给出了分布式天线系统中, 多个接收天线联合处理单个源信号的方法, 联合处理后的信号信噪比高于任意单天线接收信号的信噪比。

§ 5.2 需要深入研究的若干问题

针对通信信号盲分离问题, 本文进行了较为深入的探讨, 并给出了一些有意义的结果。但是随着信号处理技术的发展和实际应用的需要, 在这个领域仍然有很多工作值得去深入研究和探索。例如:

- 1) 更加有效的过定盲分离算法。现在针对过定情况下的盲分离研究还比较少, 一般是采用 PCA 降维来做预处理。增加天线的冗余信息与盲分离算法的性能关系还缺少理论上的证明。
- 2) 源信号数目动态变化的盲分离算法。在实际情况中, 源信号的数目可能是随时间动态变化, 这对盲分离算法提出了更高的要求。
- 3) 基于循环平稳特性的盲分离算法受噪声的影响比较小, 但是此类算法由于有非线性运算, 接收信号中功率较强的源信号被增加, 而功率较弱的源信号被削弱。因

此利用信号的循环平稳特性的算法，在源信号功率差异较大时，如何精确得分离出功率较弱的信号是需要解决的问题。

- 4) 利用通信信号的先验知识来改善盲分离算法，是通信信号盲分离的一个重要的研究方向。本文对此只是做了初步探讨，更加深入的研究有待继续。而如何有效得获得源信号的先验知识是另一个值得深入研究的方向，其中包括通信信号调制方式识别、信号参数估计等。

致 谢

本文完成之际，深深感谢我的导师戴旭初教授。三年来，戴老师渊博的学识、敏锐的洞察力令我在学习工作中受益匪浅。戴老师对工作严谨的态度，对学生强烈的责任心也必将影响我今后的工作和生活。

感谢李辉老师，我在研究生期间的工作都是在他的带领下进行的，在他的帮助下，我的理论知识和实践经验上得到长进。

感谢徐佩霞老师，我从她那里学到了平易近人，心胸宽广的生活态度，她的鼓励 and 关心带给我学习的动力和信心。

感谢课题组的杨阳师兄和金元盛同学，感谢你们在工作上给我的支持。

感谢和我度过研究生时光的朋友们：舒锦，杨喆，郑丹，王雪，潘博，陈进等同学，感谢你们伴我一起成长。

感谢我的女友，对我生活上的照顾和工作的支持。

最后，要深深感谢我的父母，谢谢这么多年来给我无私的爱和关心。

在读期间发表的学术论文与取得的研究成果

已发表论文:

[1] 张承钰, 李辉, 万坚, 戴旭初. 分布式天线接收的混合通信信号盲分离. 航天电子对抗. 2009 (已录用)