

- $(E): (m-1)x^2 - 2mx + (m+2)$
Pour quelles valeurs du paramètre m le trinôme (E) est-il positif?

Distinguons 2 cas:

- 1) (E) est toujours positif, pour tout x réel
- 2) (E) peut être positif, selon les valeurs de x .

On remarque tout d'abord que si $m=1$, le polynôme s'écrit: $(E): -2x + 3$ polynôme du 1^{er} degré
 (E) est positif si $x < \frac{3}{2}$.

- 1) (E) toujours positif pour tout x signifie que le polynôme n'a pas de racines. ($m \neq 1$)

$$\Delta = 4m^2 - 4(m-1)(m+2) \dots$$

$$\Delta = 4m^2 - 4m^2 + 4m - 8m + 8$$

$$\Delta = -4m + 8$$

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow -4m + 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow m > 2$$

$$\underline{(E) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{pour } m > 2}$$

- 2) (E) positif selon les valeurs de x ($m \neq 1$)

- a) $\underline{\Delta = 0} \Leftrightarrow m = 2$

$$(E) \text{ s'écrit } (E): x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$$

$$\underline{\text{si } m=2 \quad (E) > 0 \quad \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}}$$

$$b) \Delta > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

(E) a donc 2 racines

$$x_1 = \frac{2m + \sqrt{-4m+8}}{2(m-1)} = \frac{2m + 2\sqrt{2-m}}{2(m-1)} = \frac{m + \sqrt{2-m}}{m-1}$$

$$x_2 = \frac{2m - \sqrt{-4m+8}}{2(m-1)} = \frac{2m - 2\sqrt{2-m}}{2(m-1)} = \frac{m - \sqrt{2-m}}{m-1}$$

tableau de signes

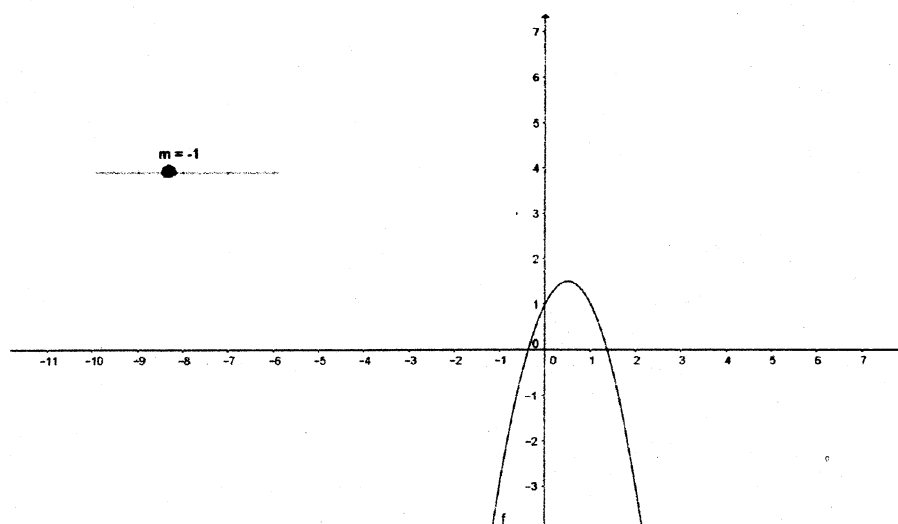
x	$-\infty$	$\frac{m-\sqrt{2-m}}{m-1}$	$\frac{m+\sqrt{2-m}}{m-1}$	$+\infty$	
$x - \frac{m-\sqrt{2-m}}{m-1}$	-	○	+	+	
$x + \frac{m+\sqrt{2-m}}{m-1}$	-	-	○	+	
(E)	Signe de (m-1)	○	Signe de (1-m)	○	Signe de (m-1)

- Si $m < 1$ $1-m > 0$ (E) positif entre les racines
 Si $1 < m < 2$ $m-1 > 0$ (E) positif à l'extérieur des racines
 Si $m > 2$ (E) positif quel que soit x
 Si $m = 1$ (E) positif si $x < \frac{3}{2}$

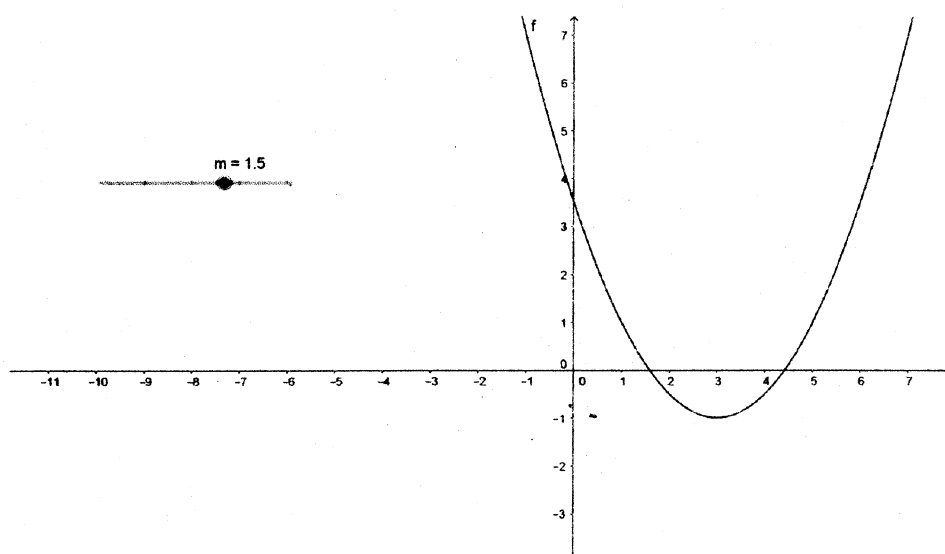
Voir courbes représentatives ci-jointes

Courbe représentative de la fonction polynôme de degré 2 paramétrée $f(x) = (m-1)x^2 - 2mx + (m+2)$ selon différentes valeurs de m :

$m < 1$



$1 < m < 2$



$m > 2$

