Компьютерное Зрение
Лекция №1, осень 2023

Введение в цифровые изображения

ЛИТПМ

МФТИ

Кафедра технологий проектирования сложных технических систем

План лекции

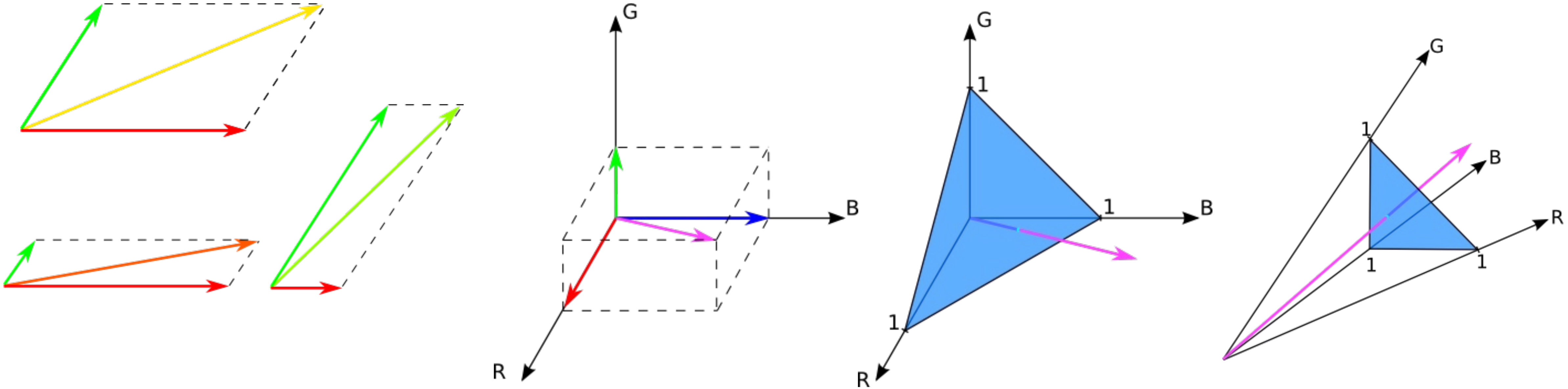
- Теория цвета
- Представление изображения в компьютере
- Представление изображение в виде функции

План лекции

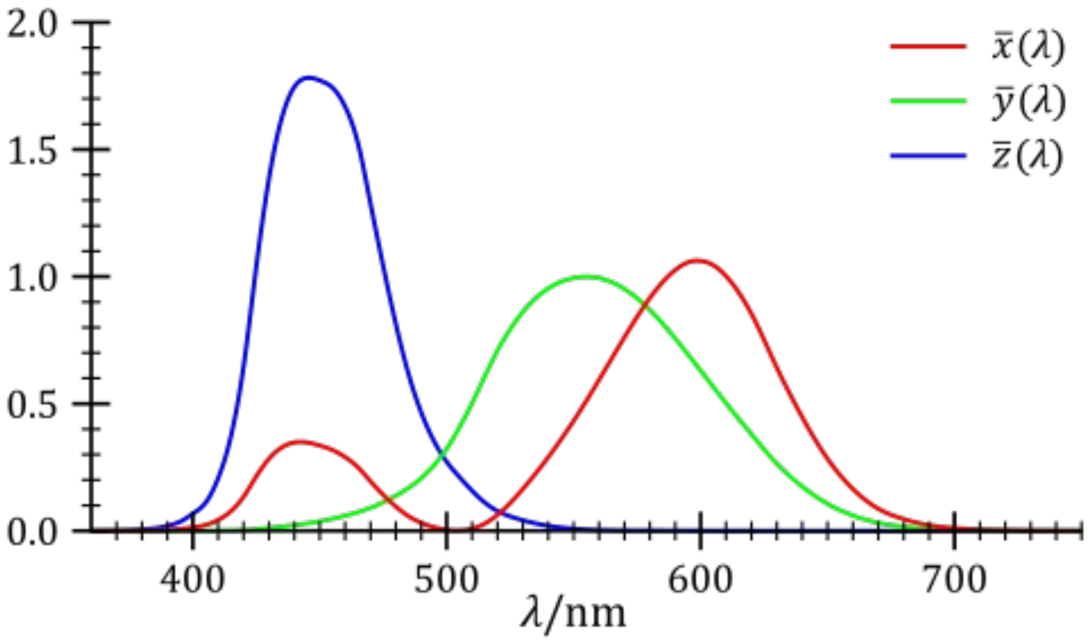
- **Теория цвета**
- Представление изображения в компьютере
- Представление изображение в виде функции

Координатная система RGB

Закон Грассмана – эмпирическое наблюдение, что восприятие хроматической составляющей цвета описывается примерно линейным законом



Система CIE XYZ



Свойства системы:

- Y соответствует видимой части спектра
- X и Z описывают хроматическую компоненту
- Точки (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) мнимые базовые цвета
- X, Y, Z изменяются от 0 до ∞

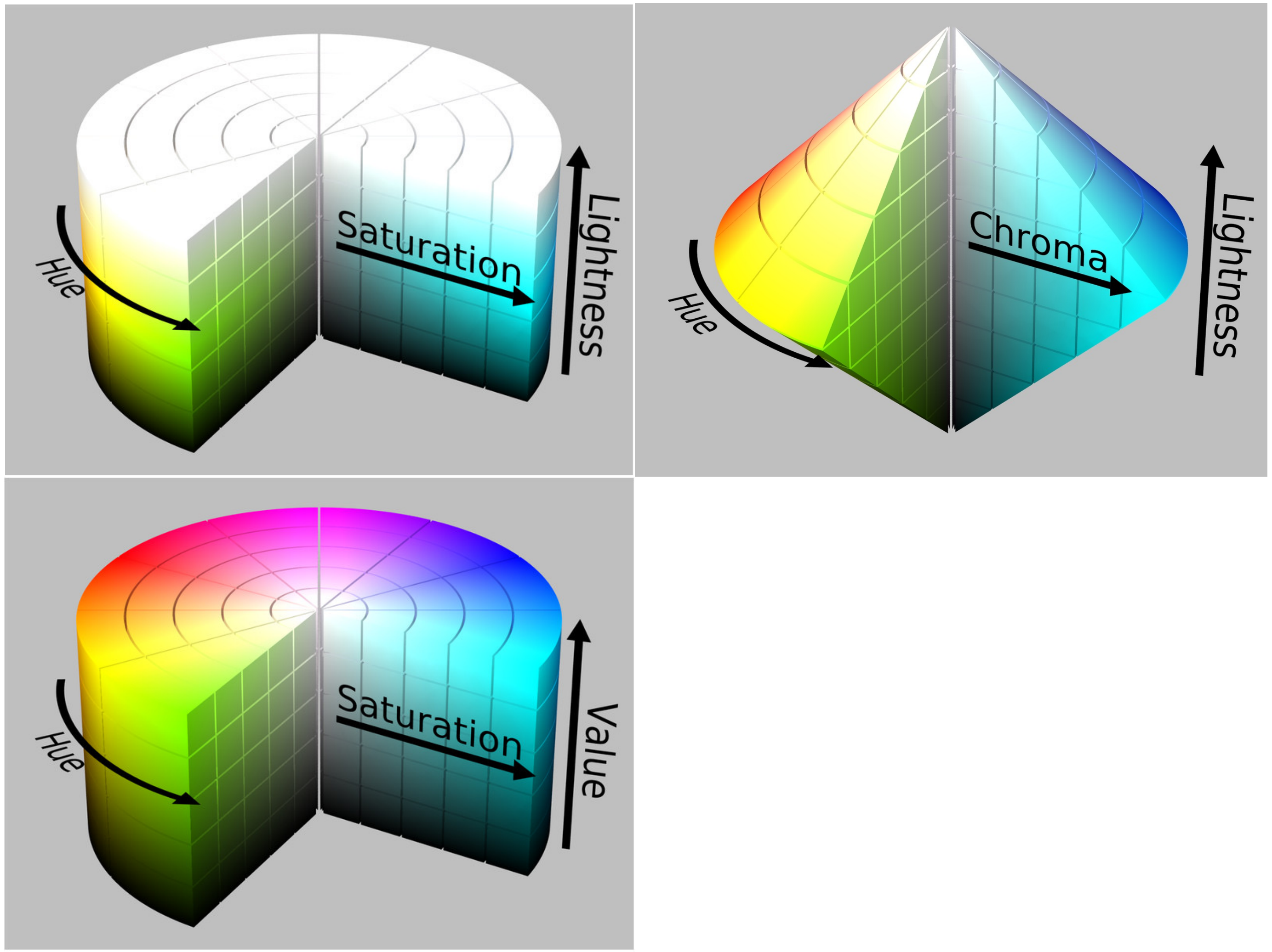
Значения трехцветного XYZ для цвета, где $\mathrm{I}(\lambda)$ – спектральная плотность какой-либо энергетической фотометрической величины :

$$\mathrm{X} = \int_{380}^{780} I(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda$$

$$Y = \int_{380}^{780} I(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda$$

$$Z = \int_{380}^{780} I(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda$$

Цветовое пространство HSV (HSB)/HSI/HSL

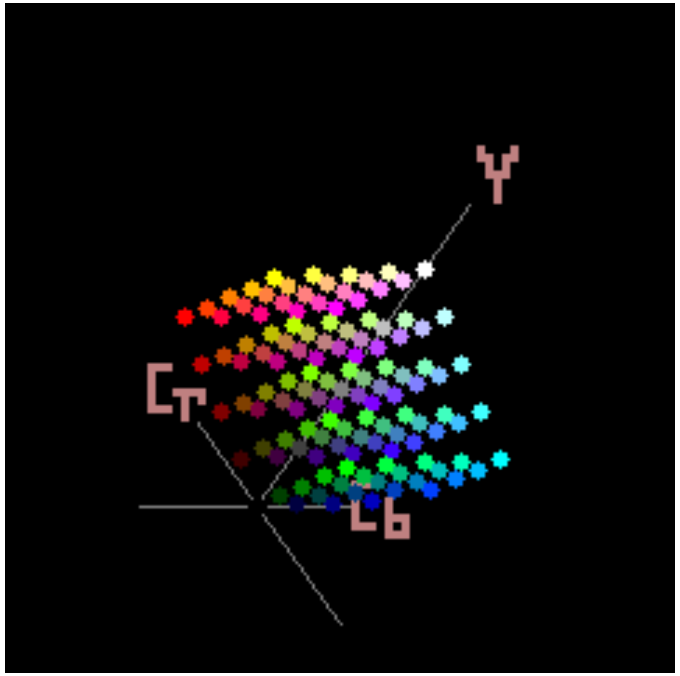


$$I = \frac{R + G + B}{3}$$

$$L = \frac{\max(R, G, B) + \min(R, G, B)}{2}$$

$$V = \max(R, G, B)$$

Цветовое пространство YCbCr



Преобразование в пространство YCbCr:

$$Y = k_r R + (1 - k_g - k_b)G + k_b B$$

$$C_b = \frac{0,5}{1 - k_b}(B - Y)$$

$$C_r = \frac{0,5}{1 - k_r}(R - Y)$$

$$k_r + k_g + k_b = 1$$

k_r, k_g, k_b – весовые коэффиценты

Источники для погружения в теорию цвета

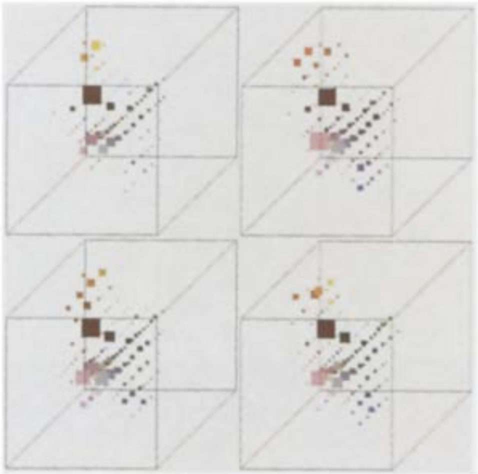
Лекция: Как устроен цвет - Дмитрий Николаев, заведующий сектором зрительных систем ИППИ РАН

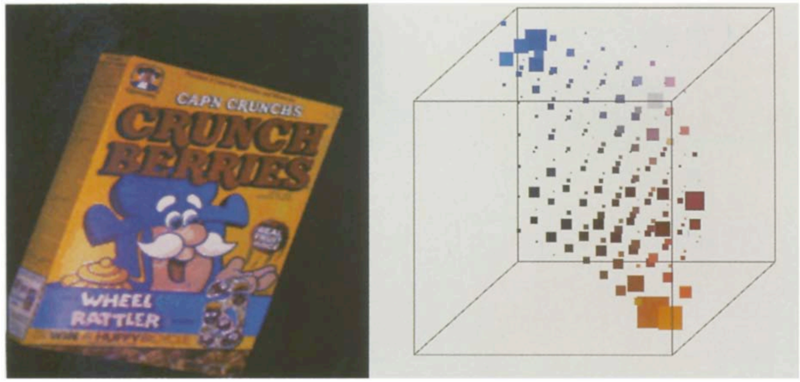
Статья: У цветового треугольника не два, а один угол

Статья: Как устроен формат JPEG

Применение цвета в задачах

Построение гистограмм по цветам для индексированного поиска





Применение цвета в задачах

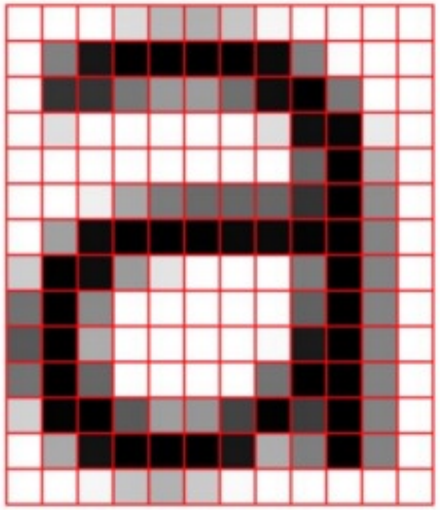
Поиск по заданному цвету – кожа человека

План лекции

- Теория цвета
- **Представление изображения в компьютере**
- Представление изображение в виде функции

Цифровое изображение

a



1.0	1.0	1.0	0.9	0.6	0.6	0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1.0	0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	1.0	1.0	1.0
1.0	0.2	0.2	0.5	0.6	0.6	0.5	0.0	0.0	0.5	1.0	1.0
1.0	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	0.0	0.0	0.9	1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0
1.0	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.4	0.0	0.5	1.0
1.0	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	1.0
0.9	0.0	0.0	0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0
0.5	0.0	0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0
0.5	0.0	0.7	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.5	1.0
0.6	0.0	0.6	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.0	0.0	0.5	1.0
0.9	0.1	0.0	0.6	0.7	0.7	0.5	0.0	0.5	0.0	0.5	1.0
1.0	0.7	0.1	0.0	0.0	0.0	0.1	0.9	0.8	0.0	0.5	1.0
1.0	1.0	1.0	0.8	0.8	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & \cdots & f(0,n-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(m-1,0) & \cdots & f(m-1,n-1) \end{bmatrix}$$

$$0 \le f(x,y) \le L$$

Обычно $L = 255$ – uint8

Типы изображений

Бинарное
(Binary)

В градации серого
(Grayscale)

Цветное
(Color)

Binary представление изображения

X

Y

Черное – 0
Белое – 1

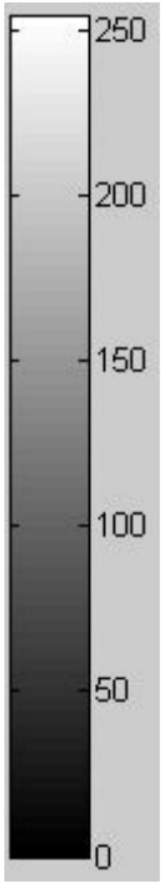
0	0	…	…	…	1	1
1	…	…	…	…	…	…
1	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
0	…	…	…	…	…	1

Столбцы матрицы

Строки матрицы

Grayscale представление изображения

11	10	…	…	…	136	130
78	…	…	…	…	…	…
15	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
46	…	…	…	…	…	200



Color представление изображения – один канал

Color представление изображения

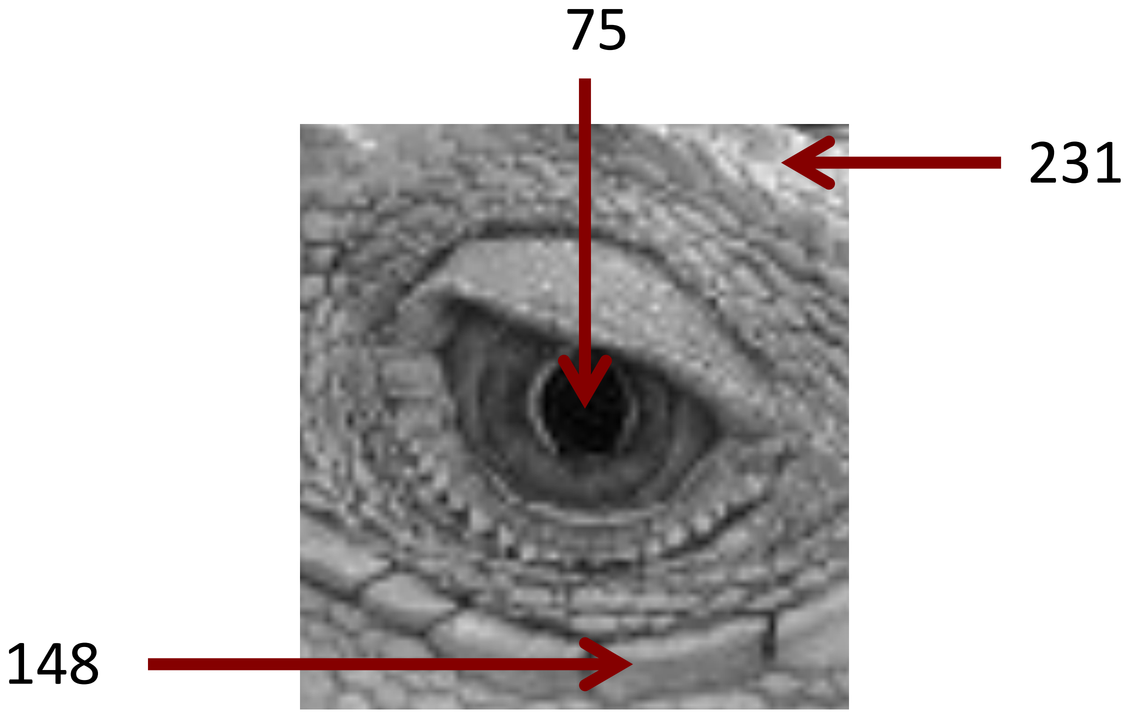
  

Представление части изображения

Изображение содержит дискретное количество пикселей

Значение пикселя:

- «шкала серого»
- (или «интенсивность»): [0,255]



Представление части изображения

Изображение содержит дискретное количество пикселей

Значение пикселя:

- «grayscale»
  (или «интенсивность»): [0,255]
- «color»
  - RGB: [R, G, B]
  - Lab: [L, a, b]
  - HSV: [H, S, V]

План лекции

- Теория цвета
- Представление изображения в компьютере
- **Представление изображение в виде функции**

Изображение как дискретная функция

- Изображения обычно цифровые (дискретные):
  - Пример 2D пространства на регулярной сетке

- Представлено в виде матрицы целочисленных значений

Pix

m

n

62	79	23	119	120	105	4	0
10	10	9	62	12	78	34	0
10	58	197	46	46	0	0	48
176	135	5	188	191	68	0	49
2	1	1	29	26	37	0	77
0	89	144	147	187	102	62	208
255	252	0	166	123	62	0	31
166	63	127	17	1	0	99	30

Изображение как дискретная функция

Декартовые координаты

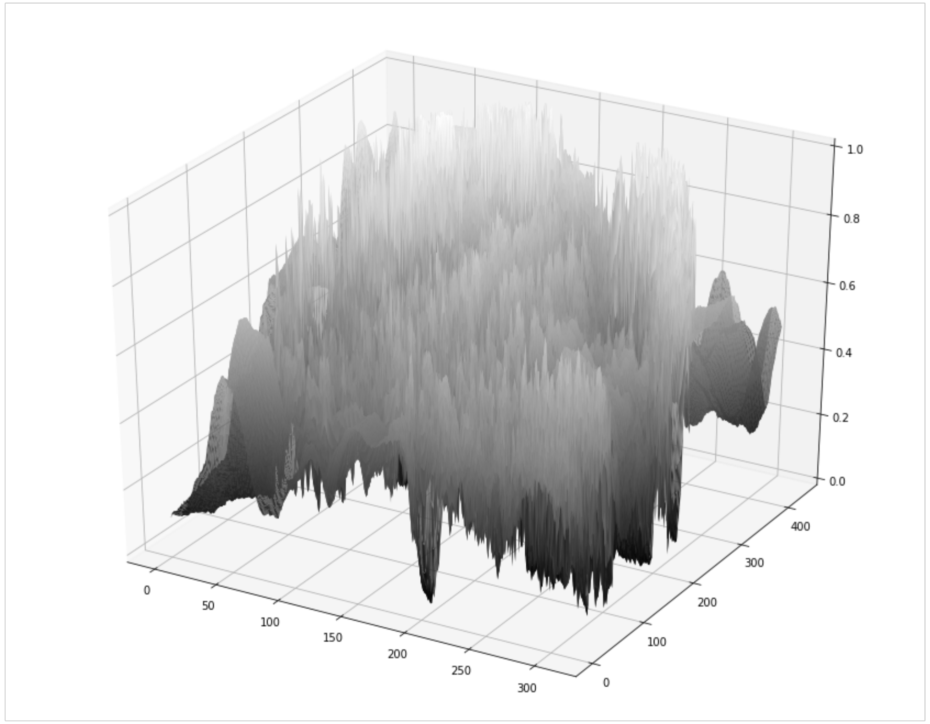
$$f[n,m] = \begin{bmatrix} \ddots & & \vdots & & \\ & f[-1,1] & f[0,1] & f[1,1] & \\ \dots & f[-1,0] & \underline{f[0,0]} & f[1,0] & \dots \\ & f[-1,-1] & f[0,-1] & f[1,-1] & \\ & & \vdots & & \ddots \end{bmatrix}$$

Изображение как дискретная функция

Изображение как функция *f* от R^2 до R^M:

- *f*(*x, y*) дает интенсивность в позиции (*x, y*)
- Определяется через прямоугольник, с конечным диапазоном:

  f: $[a,b] \times [c,d] \rightarrow [0,255]$



Изображение как дискретная функция

Изображение как функция *f* от R^2 до R^M:

- $f(x, y)$ дает интенсивность в позиции (x, y)
- Определяется через прямоугольник, с конечным диапазоном:

  $f: [a,b] \times [c,d] \rightarrow [0,255]$

- Цветное изображение: $f(x,y) = \begin{bmatrix} r(x,y) \\ g(x,y) \\ b(x,y) \end{bmatrix}$

Гомогенные координаты

Обычные координаты

$(x\ y)^T$

$$R_\phi = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

Гомогенные координаты

$(sx\ sy\ s)^T$, где $s \neq 0,$ но обычно $s = 1$

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$R_\phi = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Аффинные трансформации

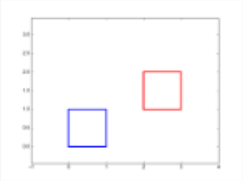
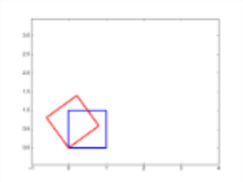
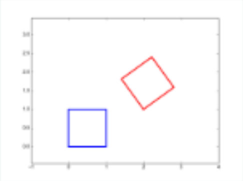
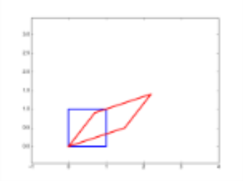
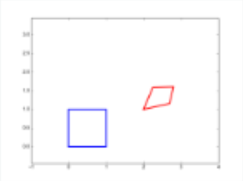
$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & t_x \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Трансформация перспективы

$$P = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix}$$

$P_{33} = 1$, т.к. $P \sim aP\ \forall a \neq 0$

Трансформации

Transform of unit square	Name	Transformation matrix	DoF
	Translation	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	2
	Rotation	$\begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1
	Rigid Body	$\begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & t_x \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3
	Affine	$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	6
	Projective Transform	$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix}$	8

DoF – Degrees of Freedom

Оценка параметров. Аффинное преобразование

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}' = A\tilde{\mathbf{x}}$$

$\longrightarrow$

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

$\longrightarrow$

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

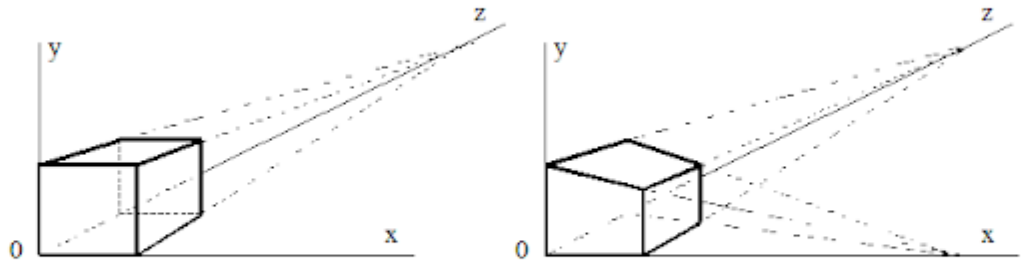
$\longrightarrow$

$$\mathbf{q} = M\mathbf{p}$$

$\longrightarrow$

$$\mathbf{p} = (M^\top M)^{-1} M^\top \mathbf{q}$$

Оценка параметров.
Перспективное преобразование



а б

$$s\begin{pmatrix}x'\\y'\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&b&c\\d&e&f\\g&h&i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\1\end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}' \sim P\tilde{\mathbf{x}}$$

$$\longrightarrow$$

$$x'=\frac{ax+by+c}{gx+hy+i}$$
$$y'=\frac{dx+ey+f}{gx+hy+i}$$

$$\longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}x&y&1&0&0&0&-x'x&-x'y&-x'\\0&0&0&x&y&1&-y'x&-y'y&-y'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\\g\\h\\i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}x_1&y_1&1&0&0&0&-x_1'x_1&-x_1'y_1&-x_1'\\0&0&0&x_1&y_1&1&-y_1'x_1&-y_1'y_1&-y_1'\\x_2&y_2&1&0&0&0&-x_2'x_2&-x_2'y_2&-x_2'\\0&0&0&x_2&y_2&1&-y_2'x_2&-y_2'y_2&-y_2'\\x_3&y_3&1&0&0&0&-x_3'x_3&-x_3'y_3&-x_3'\\0&0&0&x_3&y_3&1&-y_3'x_3&-y_3'y_3&-y_3'\\x_4&y_4&1&0&0&0&-x_4'x_4&-x_4'y_4&-x_4'\\0&0&0&x_4&y_4&1&-y_4'x_4&-y_4'y_4&-y_4'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\\g\\h\\i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Mp}=\mathbf{0}$$

$$\longrightarrow$$

$min\|Mp\|, \|p\| = 1$
$min\|UDV^T p\|, \|p\| = 1$

$min\|DV^T p\|, \|p\| = 1, q = V^T p$
$min\|Dq\|, \|Vq\| = 1$

Итоги

- Рассмотрены цветовые пространства: RGB, XYZ, HSV, Lab, YCbCr
- Показаны виды представления изображений: Binary, Grayscale, Color
- Изучена интерпретация изображения в виде двумерной дискретной функции