Отчет по лабораторной работе №2

Ивлев А.Е Б19-511

19 июня 2022 г.

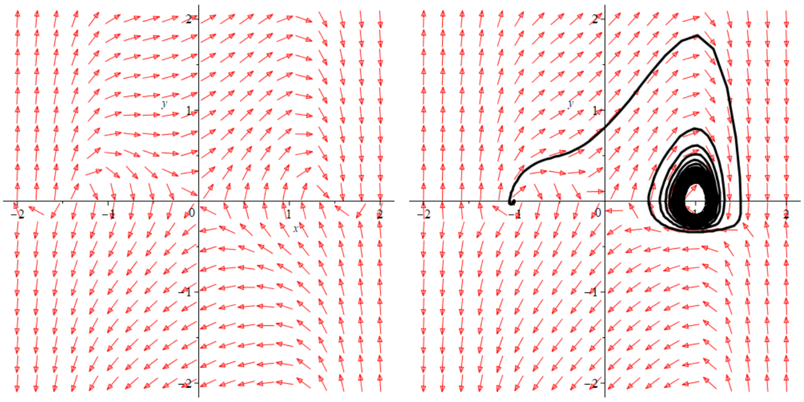

Рис. 1: Фазовые портреты при $a = -1$, $b = 0.5$; $a = -1$, $b = 1$

Исходная динамическая система:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = b(1 - x^5)y - ax - bx^3. \end{cases} \tag{1}$$

Для начала воспользуемся критерием Бендиксона.

$$\begin{cases} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial g(x,y)}{\partial y} = b(1 - x^5). \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $f(x, y)$ и $g(x, y)$ - правые части исходной системы. Сумма $f_x(x, y) + g_y(x, y)$ меняет свой знак при пересечении прямой $x = 1$. Примем параметр b за положительную величину. Тогда справа от $x = 1$ выражение $f_x + g_y > 0$, а слева $f_x + g_y < 0$. В данном случае согласно критерию Бендиксона замкнутая траектория не может не пересекать прямую $x = 1$.

Для получения большей информации воспользуемся теорией индексов. Найдем все точки покоя системы. Приравнивая к нулю правые части, находим 3 точки покоя: $(0; 0)$, $(-\sqrt{-a/b}; 0)$ и $(\sqrt{-a/b}; 0)$.

Примем параметр $a = -1$.

Находя собственные значения для матриц Якоби в точках покоя получаем, что $(0; 0)$ - седло ($I_0 = -1$) и $(-\sqrt{1/b}; 0)$ тоже седло ($I_1 = -1$) при любых положительных значениях параметра b.

Точка $(\sqrt{1/b}; 0)$ является седлом при $b \in (0;\ 0,79)$, $I_2 = -1$. В этом случае замкнутая траектория нигде не возможна. При $b \in (\ 0,79;\ 0,81)$ устойчивый узел, $I_2 = 1$. Возможна замкнутая траектория, охватывающая эту точку и пересекающая прямую $x = 1$. В случае $b \in (\ 143,94; \infty)$ узел будет неустойчивым. При $b \in (\ 0,81;\ 143,94)$ собственные значения станут комплексными. Точка покоя станет фокусом, $I_2 = 1$, замкнутая траектория возможна.