Отчет по лабораторной работе №1

Ивлев А.Е Б19-511

19 июня 2022 г.

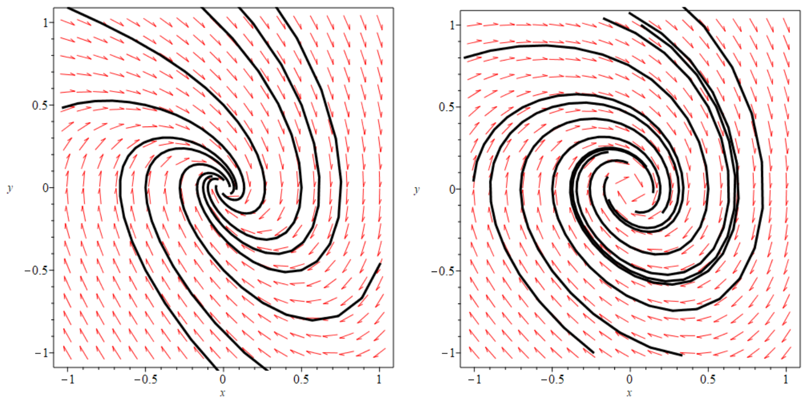

Рис. 1: Фазовые портреты при $\mu = 1$, $\alpha = 1$; $\mu = 1$, $\alpha = 0.5$

Исходная динамическая система:

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + \alpha(\exp(x) - 1) = 0. \tag{1}$$

Она же в каноническом виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\mu y - \alpha(\exp(x) - 1). \end{cases} \tag{2}$$

Приравнивая правые части уравнения к нулю, находим точки покоя:

$$\begin{cases} y = 0, \\ -\mu y - \alpha(\exp(x) - 1) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Единственная точка покоя - точка $(0; 0)$.
Матрица Якоби системы (1) в точке покоя:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\mu \end{bmatrix} \tag{4}$$

Собственные значения матрицы Якоби:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4\alpha}}{2}. \tag{5}$$

Подбирая различные значения параметров, можно получить самые разные поведения системы. Рассмотрим случай $\alpha = 1$, $\mu = 1$. В таком случае собственные значения (5) становятся комплексными, при этом их действительная часть меньше нуля.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}. \tag{6}$$

Следовательно можно сделать вывод о том, что фазовый портрет вблизи точки покоя представляет собой устойчивый фокус. Эти выводы подтверждаются численным построением фазового портрета в системе Maple (Рис.1).

Подобное поведение можно получить и при других значениях параметров μ и α. Условия на параметры можно получить из (5). Нужно потребовать, чтобы выражение под корней было отрицательным, а действительная часть была меньше нуля, то есть:

$$\begin{cases} \alpha > \mu^2/4, \\ \mu > 0. \end{cases} \tag{7}$$