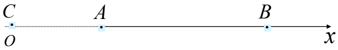
习题课九 积分的应用

December 23, 2016

1. 设有长为l的细棒AB及一质量为m的质点C，它在棒的延长线上与A端相距为a，棒的密度为常数ρ，试用定积分表示棒AB对质点C的引力。

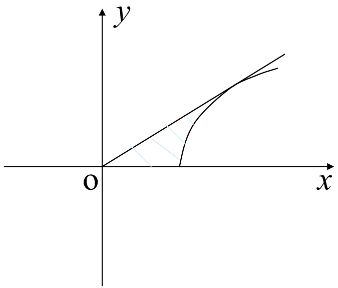


2. 设$y=\sqrt{x-1}$，过原点作其切线

(1) 求由该切线与x轴围成的平面图形的面积S。

(2) 求该平面图形绕x轴旋转而得的旋转体体积V。

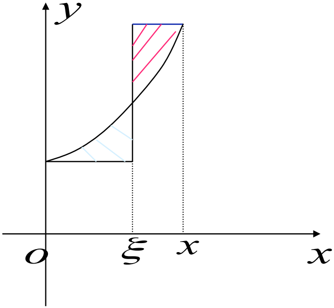
(3) 求该旋转体的表面积A



3. 设$y=f(x)=e^{\frac{x}{2}}$

(1) 在原点与x $(x>0)$之间找一点$\xi=\theta x$ $(0<\theta<1)$，使此点左右两边阴影部分的面积相等，写出ξ的表达式。

(2) 求$\lim\limits_{x\to 0}\theta$



4. 设$y = f(x) \in C_{[0,1]}$, $f(x) > 0$。
(1) 证明：$\exists x_0 \in (0, 1)$，使在$[0, x_0]$上以$f(x_0)$为高得矩形面积等于区间$[x_0, 1]$上以$y = f(x)$为曲边的曲边梯形面积；
(2) 设$f(x)$在$(0, 1)$中可导，且$f'(x) > -\dfrac{2f(x)}{x}$，证明(1)中$x_0$唯一。

5. a 为何值时，曲线$y = \dfrac{a+1}{a^2}(ax - x^2)$ $(a > 0)$ 与直线$y = x$ 所围图形的面积最大

6. 已知抛物线$y = ax^2 + bx + c$ 过坐标原点，在区间$(0, 1)$ 内满足$y > 0$, 又它与直线$x = 1$, $y = 0$所围图形的面积等于$4/3$。试确定a, b, c 的值，使该图形绕x轴旋转所得的旋转体的体积最小。

历年试题

历年试题

1. 求曲线$\begin{cases} x = \ln\cos t \\ y = \frac{1}{2}\sin t \end{cases}$ 自$t = 0$到$t = \frac{\pi}{4}$一段弧长。（06期末）

2. （03期末）设质量均匀分布的平面薄板由曲线$C:\begin{cases} x = 5t^2 + t \\ y = t^2 - 2t \end{cases}$ 与x轴所围成，试求其质量m

3. 曲线$x^2 + xy + y^2 = 3$在点$(1, 1)$处的曲率$k =$ (13期末)

4. 设D是由两条抛物线$y = x^2$与$y = 4 - 3x^2$所围成的平板。
（1）计算平板D的面积
（2）将该平板垂直置于水中，水平面在$y = 4$，试求平板一侧所受到的水的静压力 (12期末)

5. （14期末）由椭圆$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$绕长轴旋转成一椭球体，沿其长轴方向穿心打一贯通的圆孔，使剩下部分的体积恰好等于椭球体体积的一半，试求该圆孔的半径R

6. 证明不等式：$\ln\sqrt{2n+1}<1+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{2n-1}<1+\ln\sqrt{2n-1}$, 其中$n$是大于1的正整数。（05期末）