后续

钟思佳

东南大学数学系

January 6, 2018

一阶线性微分方程组

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = a_{11}(x)y_1 + a_{12}(x)y_2 + \cdots + a_{1n}y_n + g_1(x) \\ \dfrac{dy_2}{dx} = a_{21}(x)y_1 + a_{22}(x)y_2 + \cdots + a_{2n}y_n + g_2(x) \\ \vdots \\ \dfrac{dy_n}{dx} = a_{n1}(x)y_1 + a_{n2}(x)y_2 + \cdots + a_{nn}y_n + g_n(x) \end{cases}$$

消元法。

例 5.1. 求 $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \sin x - 2y - z & (1) \\ \dfrac{dz}{dx} = \cos x + 4y + 2z & (2) \end{cases}$ 的通解。

(1) 两边求导

$$y'' = \cos x - 2y' - z', \text{ 将(2)代入} \Rightarrow \; y'' = -2y' - 4y - 2z$$

由(1) $z = \sin x - 2y - y'$, 代入上式 $y'' = -2\sin x$,

$$\begin{cases} y = 2\sin x + C_1 x + C_2 \\ z = -3\sin x - 2\cos x - 2C_1 x - 2C_2 - C_1 \end{cases}$$

例 5.2. 一个 $R-L$ 电路，电源电动势 $E=E_m\sin(\omega t)$ (E_m 是常数)，电阻为 R, 电感为 L 都是常数，求电流 $I(t)$.

$$I(t)=\frac{\omega L E_m}{R^2+\omega^2L^2}e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{E_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\omega t-\varphi)$$

$$\varphi=\arctan\frac{L}{R}.$$