

习题课3-极值等

April 21, 2017

1. 求下列函数的极值

1. 求下列函数的极值

(1) $z = x^3 - y^3 + 3xy$

1. 求下列函数的极值

(1) $z = x^3 - y^3 + 3xy$

(2) $z = z(x, y)$ 由 $x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0$ 所确定

1. 求下列函数的极值

(1) $z = x^3 - y^3 + 3xy$

(2) $z = z(x, y)$ 由 $x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0$ 所确定

2. 求函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy - 2x$ 在 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值

1. 求下列函数的极值

(1) $z = x^3 - y^3 + 3xy$

(2) $z = z(x, y)$ 由 $x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0$ 所确定

2. 求函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy - 2x$ 在 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值

3. 过椭圆 $3x^2 + 3y^2 + 2xy = 1$ 上任一点作椭圆的切线, 求各切线与两坐标轴所围成的三角形面积的最小值

历年试题

1. (07期中) 已知曲线 $C: \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + z = 4, \end{cases}$ 求 C 上距离原点最远的和最近的点, 并求最远距离和最近距离

2. (08期中) 设 $f(x, y)$ 在原点的某邻域内连续,

且 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) - f(0, 0)}{x^2 + 1 - x \sin y - \cos^2 y} = a > 0$, 则

(A) $f(x, y)$ 在原点处取得极大值 (B) $f(x, y)$ 在原点处取得极小值

(C) 不能断定 $f(x, y)$ 在原点处是否取得极值 (D) 原点一定不是 $f(x, y)$ 的极值点

3. (10期中) 已知 $f(x, y) = x^2 + xy - y^2$ 的驻点 $(0, 0)$, $f(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的
(A) 极大值 (B) 极小值 (C) 非极值 (D) 不能确定

4. (14期中) 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 且 $f(x) > 0$, $f'(0) = 0$, 则函数 $z = f(x) \ln f(y)$ 在点 $(0, 0)$ 处取得极小值的一个充分条件是

(A) $f(0) > 1, f''(0) > 0$ (B) $f(0) > 1, f''(0) < 0$
(C) $f(0) < 1, f''(0) > 0$ (D) $f(0) < 1, f''(0) < 0$

5. (15期中) 已知函数 $f(x, y)$ 满足 $f_{xy}(x, y) = 2(y + 1)e^x$, $f_x(x, 0) = (x + 1)e^x$, $f(0, y) = y^2 + 2y$, 求 $f(x, y)$ 的极值

6. (14期末) 函数 $f(x, y) = xy - y$ 在闭区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上的最大变化率 (即方向导数的最大值) 为

7. (16期中) 设 $f(x, y)$ 与 $\varphi(x, y)$ 均为可微函数, 且 $\varphi_y(x, y) \neq 0$, 已知 (x_0, y_0) 是 $(f(x, y))$ 在约束条件 $\varphi(x, y) = 0$ 下的一个极值点, 下列选项正确的是

- (A) 若 $f_x(x_0, y_0) = 0$, 则 $f_y(x_0, y_0) = 0$
- (B) 若 $f_x(x_0, y_0) = 0$, 则 $f_y(x_0, y_0) \neq 0$
- (C) 若 $f_x(x_0, y_0) \neq 0$, 则 $f_y(x_0, y_0) = 0$
- (D) 若 $f_x(x_0, y_0) \neq 0$, 则 $f_y(x_0, y_0) \neq 0$