

第二型曲面积分

April 18, 2018

Outline

例3. $I = \iint_{\Sigma} \frac{xdy \wedge dz + ydz \wedge dx + zdx \wedge dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}},$
 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 的外侧

例4. $\iint_{\Sigma} xyz dx \wedge dy$, $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 外侧在第一卦限部分

Remark: 谨慎使用轮换对称性，尽量不使用奇偶对称性

两类曲面积分之间的关系

设 Σ 指向侧的单位法向量 $\vec{n} = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$, 则

$$\begin{aligned}\iint_{\Sigma} \vec{A} \cdot \vec{n} dS &= \iint_{\Sigma} P dy \wedge dz + Q dz \wedge dx + R dx \wedge dy \\ &= \iint_{\Sigma} (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) dS\end{aligned}$$

例5. $I = \iint_{\Sigma} (x^2 \cos \alpha + y^2 \cos \beta + z^2 \cos \gamma) dS$, Σ : 锥面 $x^2 + y^2 = z^2$ ($0 \leq z \leq h$), $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 为锥面外法线的方向余弦