

习题课4-复变函数

July 1, 2016

1. 求下列各题中点 z 的集合

1. 求下列各题中点 z 的集合

$$(1) |z - 1| = |z + 1|$$

1. 求下列各题中点 z 的集合

$$(1) |z - 1| = |z + 1|$$

$$(2) |z + i| = 2$$

1. 求下列各题中点 z 的集合

$$(1) |z - 1| = |z + 1|$$

$$(2) |z + i| = 2$$

$$(3) |z - 2i| = |z + 2|$$

1. 求下列各题中点 z 的集合

$$(1) |z - 1| = |z + 1|$$

$$(2) |z + i| = 2$$

$$(3) |z - 2i| = |z + 2|$$

$$(4) \operatorname{Im}(i + \bar{z}) = 4$$

2. 计算函数值及主值

2. 计算函数值及主值

$$(1) (-3)^{\sqrt{5}} \quad (2) e^{\frac{2-\pi i}{3}} \quad (3) \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i} \quad (4) \operatorname{Ln}(-3)$$

2. 计算函数值及主值

$$(1) (-3)^{\sqrt{5}} \quad (2) e^{\frac{2-\pi i}{3}} \quad (3) \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i} \quad (4) \operatorname{Ln}(-3)$$

3. If $e^z = 1 + \sqrt{3}i$, 则 $z =$

2. 计算函数值及主值

$$(1) (-3)^{\sqrt{5}} \quad (2) e^{\frac{2-\pi i}{3}} \quad (3) \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i} \quad (4) \operatorname{Ln}(-3)$$

3. If $e^z = 1 + \sqrt{3}i$, 则 $z =$

4. If $z^4 = 2$, 求 $z =$

5. 讨论下列函数的可导性与解析性

5. 讨论下列函数的可导性与解析性

$$(1) f(z) = \begin{cases} \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0, \end{cases}$$

5. 讨论下列函数的可导性与解析性

$$(1) f(z) = \begin{cases} \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0, \end{cases}$$

$$(2) f(z) = |z^2|, z = 0$$

5. 讨论下列函数的可导性与解析性

$$(1) f(z) = \begin{cases} \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0, \end{cases}$$

$$(2) f(z) = |z^2|, z = 0$$

$$(3) f(z) = 3x^3 + 3y^3i$$

5. 讨论下列函数的可导性与解析性

$$(1) f(z) = \begin{cases} \frac{x^3(1+i) - y^3(1-i)}{x^2 + y^2} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0, \end{cases}$$

$$(2) f(z) = |z^2|, z = 0$$

$$(3) f(z) = 3x^3 + 3y^3i$$

$$(4) f(z) = \frac{x}{x^2 + y^2} - i \frac{y}{x^2 + y^2}$$

6. 由下列各个条件求出解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 要求用复变量 z 表示.

6. 由下列各个条件求出解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 要求用复变量 z 表示.

(1) $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$, 并满足 $f(0) = 0$

6. 由下列各个条件求出解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 要求用复变量 z 表示.

(1) $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$, 并满足 $f(0) = 0$

(2) $u = x^2 + xy - y^2$, $f(i) = -1 + i$

历年试题

1. (06期中) 设 $f(z) = 2xy - ix^2$, 那么
(A) $f(z)$ 在原点解析 (B) $f(z)$ 在复平面上处处不可导
(C) $f(z)$ 仅在原点可导 (D) $f(z)$ 仅在实轴上可导
2. (07期中) 设 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 为解析函数, 其中实部与虚部的乘积满足 $u(x, y) \cdot v(x, y) = 2xy(x^2 - y^2)$, 试求 $f^2(z)$ 的表达式 (必须用变量 z)
3. (08期中) 设 $e^z - 1 + \sqrt{3}i = 0$, 则 $\operatorname{Re} z =$, $\operatorname{Im} z =$
4. (10期中) 设 $e^z = (-3 - 4i)^i$, 则复数 z 的主值为
(A) $\arctan \frac{4}{3} - \pi + i \ln 5$ (B) $\pi - \arctan \frac{4}{3} + i \ln 5$
(C) $\ln 5 + i \arctan \frac{4}{3}$ (D) $\ln 5 + i(\pi - \arctan \frac{4}{3})$

5. (12期中) 下列哪个函数在 $z = 0$ 处解析

(A) $x^2 + y^2 + iy^3$ (B) $\sin \bar{z} + iz^3$ (C) $|z|^3 e^{i3 \arg z}$ (D) $\operatorname{Ln} z$

6. (14期中) 设 $f(z)$ 为复变函数, 下列命题正确的是

(A) 如果 z_0 是 $f(z)$ 的奇点, 则 $f(z)$ 在 z_0 处必不可导

(B) 如果 $f(z)$ 在 z_0 处可导, 则 $f(z)$ 在 z_0 处解析

(C) 如果 $f(z)$ 的实部 $u(x, y)$ 与虚部 $v(x, y)$ 在区域 D 满足条件 $u_x = v_y, u_y = -v_x$, 则 $f(z)$ 在区域 D 内解析

(D) 如果 $f(z)$ 在区域 D 内可导, 则 $f(z)$ 在区域 D 内解析