

预备知识

钟思佳

September 25, 2017

集合论

- ▶ 集合与集合之间，包含，真包含
- ▶ 元素和集合，属于
- ▶ 常用数集： \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Z}^+ , \mathbb{Q} , \mathbb{R} ,

集合论

- ▶ 集合与集合之间，包含，真包含
- ▶ 元素和集合，属于
- ▶ 常用数集： \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Z}^+ , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C}
- ▶ 集合间的运算，交，并，补，余
- ▶ 数集的上界、下界、上确界、下确界

上确界: 设 $A \subset \mathbb{R}$, 且 $A \neq \emptyset$, 若存在 $\beta \in \mathbb{R}$, 满足:

(1) $\forall x \in A$, 有 $x \leq \beta$;

(2) $\forall \epsilon > 0, \exists x_0 \in A$, s.t. $x_0 > \beta - \epsilon$

β 称为 A 的上确界, 记为 $\sup A = \beta$.

上确界: 上界里最小的那个

同理, 下确界, $\inf A$

例. 证明: $\sup\{\frac{n}{n+1}\} = 1$.

例. 求 $\sup\{\frac{1}{n}\}, \inf\{\frac{1}{n}\}$

Theorem

有上（下）界的非空实数集必有上（下）确界。

集合论

- ▶ 集合与集合之间，包含，真包含
- ▶ 元素和集合，属于
- ▶ 常用数集： $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Z}^+, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$
- ▶ 集合间的运算，交，并，补，余
- ▶ 数集的上界、下界、上确界，下确界
- ▶ 区间，邻域，去心邻域
- ▶ n 维空间，距离
- ▶ 复数

映射, 函数

- ▶ 映射的概念 多对一or 一对一
- ▶ 可逆映射
- ▶ n 元 m 维函数
- ▶ 基本初等函数(定义域, 值域)
- ▶ 有界性, 单调性, 奇偶性, 周期性

例. 设 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 则 $f(x) + g(x)$? $f(x)g(x)$?
 $f(f(x))$? $f(g(x))$?

基本初等函数

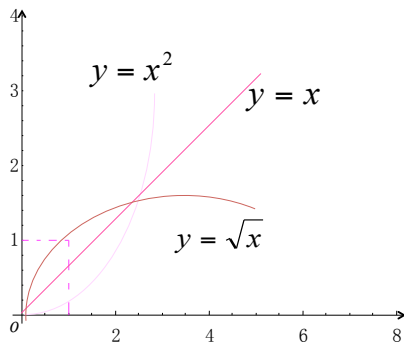
1. 幂函数 $y = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$

1. 定义域, 依赖于 α

$$y = x^3, x \in (-\infty, +\infty)$$

$$y = \sqrt{x}, x \in [0, +\infty)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}, x \in (0, +\infty)$$



基本初等函数

2. 指数函数 $y = a^x$ (a 是常数且 $a > 0, a \neq 1$)

1. 定义域: $x \in (-\infty, +\infty)$, 值域: $y \in (0, +\infty)$
2. $a > 1$ 时, 单调增加, $0 < a < 1$ 时, 单调减少
3. 过点 $(0, 1)$
4. $a^{x_1+x_2} = a^{x_1} a^{x_2}$, $a^{x_1-x_2} = \frac{a^{x_1}}{a^{x_2}}$, $a^{x_1 x_2} = (a^{x_1})^{x_2}$
5. 常用指数函数 $y = e^x$, $e = 2.7182818 \dots$

