

二阶线性非齐次微分方程

钟思佳

东南大学数学系

January 6, 2018

欧拉方程

$$x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1} x y' + a_n y = f(x)$$

思想： 做变换 $x = e^t \Rightarrow t = \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 y}{dt^2} \frac{1}{x^2} - \frac{dy}{dt} \frac{1}{x^2} = \left(\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \right) \frac{1}{x^2} \Rightarrow \cdots$$

\Rightarrow 带入方程，解出 t 的方程，带回 x 。

例 4.8. 求解 $x^2 y'' - xy' + y = 2 \ln x$ 。

$$y = (C_1 + C_2 \ln x)x + 2 \ln x + 4$$