

4. 分部积分

December 11, 2017

原理

$$d(uv) = vdu + udv \Rightarrow uv = \int vdu + \int udv$$

$$\Rightarrow \int udv = uv - \int vdu$$

不定积分

一. 1. $\int x \cos x dx$

2. $\int x e^x dx$

3. $\int x \ln x dx$

4. $\int e^x \sin x dx$

5. $\int \arctan x dx$

6. $\int \sec^3 x dx$

7. $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

8. $\int \frac{1}{(x^2 + a^2)^n} dx$

典型的例子：多项式 \times 三角函数，多项式 \times 指数函数，
三角函数 \times 指数函数

其它例子

$$\text{二. } \int \sqrt{x^2 - a^2} dx$$

定积分

$$\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$$

三. 1. $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$

2. $\int_0^{\frac{4}{3}} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$

3. 已知 $f(0) = 1$, $f(2) = 3$, $f'(2) = 5$, 求 $\int_0^1 xf''(2x)dx$

4. $xe^x \int_{-1}^1 f(x)dx + (1 + \tan^3 x)\sqrt{1-x^2} + f(x) = 1,$

求 $\int_{-1}^1 f(x)dx.$

5. 求 $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.