习题课1-多元函数微分学

February 19, 2018

一. 选择题

一. 选择题

1. 若$f(x,y)$在(x_0,y_0)处不连续，则

(A) $\lim\limits_{((x,y)\to(x_0,y_0))} f(x,y)$必不存在 (B) $f(x_0,y_0)$必不存在

(C) $f(x,y)$在(x_0,y_0)必不可微

(D) $f_x(x_0,y_0)$, $f_y(x_0,y_0)$必不存在

一. 选择题

1. 若$f(x,y)$在(x_0,y_0)处不连续，则
(A) $\lim\limits_{((x,y)\to(x_0,y_0))} f(x,y)$必不存在 (B) $f(x_0,y_0)$必不存在
(C) $f(x,y)$在(x_0,y_0)必不可微
(D) $f_x(x_0,y_0)$, $f_y(x_0,y_0)$必不存在

2. $f(x,y)$在(x_0,y_0)处二个偏导数$f_x(x_0,y_0)$, $f_y(x_0,y_0)$都存在，则在该点处
(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$ 存在 (B) $f(x,y)$连续
(C) $f(x,y)$的任何方向导数存在 (D) 以上结论都不成立

3. $f(x, y)$在(x_0, y_0)处的二个偏导数$f_x(x_0, y_0)$, $f_y(x_0, y_0)$都存在是$f(x, y)$在该点可微

(A) 必要而非充分条件　(B)充分而非必要条件

(C) 充要条件　(D) 既非充分又非必要条件

3. $f(x,y)$在(x_0,y_0)处的二个偏导数$f_x(x_0,y_0)$, $f_y(x_0,y_0)$都存在是$f(x,y)$在该点可微

(A) 必要而非充分条件 (B)充分而非必要条件

(C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

4. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ 在$(0,0)$处

(A) 连续，偏导数f_x, f_y存在 (B) 连续，偏导数f_x, f_y不存在

(C) 不连续，偏导数f_x, f_y存在 (D) 不连续，偏导数f_x, f_y不存在

5. 设$f(x,y)$在$(0,0)$处的偏导数$f_x(0,0)=3$, $f_y(0,0)=1$，则下列命题成立的是

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$必存在

(B) 曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0)$处的切向量为$\vec{i}+3\vec{k}$

(C) $df(0,0)=3dx+dy$

(D) $f(x,y)$在点$(0,0)$连续

6. 证明$f(x,y)$在(x,y)处可微的方法是

(A) 偏导数f_x, f_y存在

(B) 当$\triangle x \to 0$, $\triangle y \to 0$时，$\triangle z - (f_x\triangle + f_y\triangle y) \to 0$

(C) 当$\triangle x \to 0$, $\triangle y \to 0$时，$\dfrac{\triangle z - (f_x\triangle + f_y\triangle y)}{\sqrt{(\triangle x)^2 + (\triangle y)^2}} \to 0$

(D) 偏导数f_x, f_y连续，否则不可微

6. 证明$f(x,y)$在(x,y)处可微的方法是

(A) 偏导数f_x, f_y存在

(B) 当$\triangle x \to 0, \triangle y \to 0$时，$\triangle z - (f_x \triangle + f_y \triangle y) \to 0$

(C) 当$\triangle x \to 0, \triangle y \to 0$时，$\dfrac{\triangle z - (f_x \triangle + f_y \triangle y)}{\sqrt{(\triangle x)^2 + (\triangle y)^2}} \to 0$

(D) 偏导数f_x, f_y连续，否则不可微

7. 设$u = x^{y^z}$，则$\dfrac{\partial u}{\partial y}|_{(3,2,2)} =$

(A) $4\ln 3$ (B) $8\ln 3$ (C) $324\ln 3$ (D) $324\ln 3\ln 2$

二. 讨论可微性

1. 讨论$f(x,y)=\sqrt{|xy|}$在$(0,0)$处偏导数的存在性与可微性

二. 讨论可微性

1. 讨论$f(x,y)=\sqrt{|xy|}$在$(0,0)$处偏导数的存在性与可微性

2. $\varphi(0,0)=0$, $\varphi(x,y)\in C$, $\psi(x,y)=|x-y|\varphi(x,y)$，讨论$\psi(x,y)$在$(0,0)$处的可微性

三. 计算题

1. 设$z = z(x,y) = \int_0^1 f(t)|xy - t|dt$, $f \in C_{[0,1]}$, $0 \le x,\ y \le 1$,
求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

三. 计算题

1. 设$z = z(x, y) = \int_0^1 f(t)|xy - t|dt$, $f \in C_{[0,1]}$, $0 \leq x,\ y \leq 1$,

求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 设$z = f(x^2 y, 3x^2 - 2y^3)$, 其中$f$有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

三. 计算题

1. 设$z=z(x,y)=\int_0^1 f(t)|xy-t|dt$, $f\in C_{[0,1]}$, $0\le x,\ y\le 1$,
求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 设$z=f(x^2y,3x^2-2y^3)$, 其中f有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

3. 设$z=(x^2-y^2)f(y^2,\dfrac{y}{x})$，其中$f$有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

三. 计算题

1. 设$z = z(x, y) = \int_0^1 f(t)|xy - t|dt$, $f \in C_{[0,1]}$, $0 \leq x,\ y \leq 1$, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 设$z = f(x^2 y, 3x^2 - 2y^3)$, 其中$f$有二阶连续偏导数, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

3. 设$z = (x^2 - y^2) f(y^2, \frac{y}{x})$, 其中$f$有二阶连续偏导数, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

4. 设$z = f(t)$, $t = g(xy, x^2 + y^2)$, 其中f有二阶导数, g有二阶连续偏导数, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

5. 设$z=f(x,y)$在$(1,1)$可微，且$f(1,1)=1$, $f_x(1,1)=2$, $f_y(1,1)=3$, $\varphi(x)=f(x,f(x,x))$，求$\frac{d}{dx}\varphi^3(x)|_{x=1}$

5. 设$z=f(x,y)$在$(1,1)$可微，且$f(1,1)=1$, $f_x(1,1)=2$, $f_y(1,1)=3$, $\varphi(x)=f(x,f(x,x))$，求$\frac{d}{dx}\varphi^3(x)|_{x=1}$

6. 设$u=u(x)$由$\begin{cases} u=f(x,y) \\ g(x,y,z)=0 \\ h(x,z)=0 \end{cases}$所确定，其中$f$, g, h均可微，$\frac{\partial h}{\partial z}\neq 0$, $\frac{\partial g}{\partial y}\neq 0$, 求$\frac{du}{dx}$

7. 设$z = u(x, y)e^{ax+by}$，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$，试确定常数$a$, b使函数$z(x, y)$满足

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} + z = 0$$

历年试题

1. (05期中) 设二元函数$z = f(x, y)$在点(x, y) 处可微， 下列结论不正确的是

(A) $f(x, y)$在点(x, y) 连续　　(B) $f(x, y)$在点(x, y)的某邻域内有界

(C) $f(x, y)$在点(x, y)处两个偏导数$f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$都存在

(D) $f(x, y)$在点(x, y)处两个偏导数$f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$都连续

2. (06期中) 方程$xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$所确定的函数$z = z(x, y)$在点$(1, 0, -1)$处的全微分为

3. (07期中) 设$f(x,y)$具有一阶连续偏导数，且$f(1,1)=2$, $f_x(m,n)=m+n$, $f_y(m,n)=m\cdot n$, 令$g(x)=f(x,f(x,x))$，则$g'(1)$

(A) 3　(B) 6　(C) 9　(D) 12

4. (11期中) $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ y\to+\infty}}\dfrac{x^2+y^2}{x^4+y^4}=$

5. (11期中) 设$z=z(x,y)$由方程$z=\displaystyle\int_{xy}^{z}f(t)dt$确定，其中$f$连续，则$dz=$

6. (13期中) 已知函数$u=f(x,y,z,t)$关于各变量都具有一阶连续偏导数，其中函数$z=z(y),t=t(y)$ 由方程组$\left\{\begin{array}{l} y^2+yz-zt^2=0 \\ t+2z=0 \end{array}\right.$ 确定，求$\dfrac{\partial u}{\partial y}$

7. (10期末) 设$u=f(r)$连续可导，$r=\sqrt{x^2+y^2}$，$f'(0)=2$，则$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}((\dfrac{\partial u}{\partial x})^2+(\dfrac{\partial u}{\partial y})^2)=$

8. (13期末) 设$f(x,y)$可微，且$f(x,3x)=x^4$，$f_y(1,3)=\frac{2}{3}$，则$f_x(1,3)=$

9. (16期中) 设$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{f(x,y)-f(0,0)+3x-2y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$，

则$f(x,y)$在点$(0,0)$处

(A) 不连续 (B) 连续但是偏导数不存在

(C) 偏导数存在但不可微 (D) 可微