

一种改进的基于 K-SVD 字典的图像去噪算法

王 欣, 沈思秋

(河海大学 计算机与信息学院, 江苏 南京 211100)

摘要:为了更好地实现图像的去噪效果,提出了一种改进的基于 K-SVD(Singular Value Decomposition)字典学习的图像去噪算法。首先,将输入的含噪信号进行 K 均值聚类分解,将得到的图像块进行稀疏贝叶斯学习和噪声的更新,当迭代到一定次数时继续使用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法对图像块进行稀疏编码,然后在完成稀疏编码的基础上通过奇异值分解来逐列更新字典,反复迭代至得到过完备字典以实现稀疏表示,最后对处理过的图像进行重构,得到去噪后的图像。实验结果表明,本文的改进算法相对于传统的 K-SVD 字典的图像去噪能够在保留图像边缘和细节信息的同时,更有效地去除图像中的噪声,具有更好的视觉效果。

关键词: 图像去噪; K-SVD; K 均值聚类; 稀疏贝叶斯学习; 稀疏表示

中图分类号: TN919.8

文献标识码: A

文章编号: 1674-6236(2014)23-0189-04

An improved image denoising algorithm based on K-SVD dictionary

WANG Xin, SHEN Si-qiu

(Department of Computer and Information Science, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: In order to achieve the effects of image denoising better, the improved image denoising algorithm based on K-SVD dictionary is designed in this paper. First, the input noisy signal is decomposed by using K-means clustering. With the decomposing image blocks, the signal will have sparse Bayesian learning and noise updating. When iterating the given numbers, the signal continues to use OMP algorithm in order to realize the sparse coding. With the completion of sparse coding, the method will update the dictionary by columns using singular value decomposition, iteratively to achieve the completely dictionary and finish sparse representation of image. Eventually, the method will restore original image and obtain the denoising image. Different kinds of images with different noise levels are used to test the algorithm. The experiments and results show that, comparing to the traditional K-SVD dictionary image denoising, our method has better ability of denoising under the premise of keeping the information of image edge and detail and has better vision effect.

Key words: image denoising; K-SVD; K-means clustering; sparse Bayesian learning; sparse representation

随着图像处理技术的不断发展,图像去噪一直都是图像处理的重点。图像去噪的目标就是在去除图像噪声的前提下最大限度地保留好图像的细节和边缘信息。传统的处理含噪图像方法中,一般均基于图像有用信息部分的频率较低,噪声的频率较高的假设来完成,基于多尺度变换的图像去噪是研究较多的一类方法,其中基于小波变换的图像去噪也是其中最常用的一种方法。然而实际上图像的细节部分和边缘环节等有用信息中有时也会含有部分高频分量,而且噪声虽以高频成分为主,也含有低频成分,因此这就是传统的去噪方法存在缺陷的根本原因。近年来,由于图像的稀疏表示能更好地刻画图像的本质特征,因此将稀疏表示运用到图像去噪领域将成为当前研究的重点。信号的稀疏表示优越之处在于采用过完备系统的自适应表示比采用单一完备基的系统更容易取得稀疏性。在图像稀疏表示领域,字典的设计和产生是超完备稀疏表示理论的重要研究内容之一,本文

提出了一种改进的基于 K-SVD 字典的去噪算法,该方法将 K-SVD 与图像内容聚类和稀疏贝叶斯学习算法相结合,更有效地去除了图像噪声,最大程度地保留了图像的有用信息,得到了视觉较好的去噪图像。

1 技术背景

在基于稀疏表示的去噪图像^[1]中,图像的有用信息具有一定的结构特征和稀疏性,它与字典原子的结构相吻合,而噪声不具备这样的结构特征,不能在任何字典上稀疏表示,因此稀疏表示将有用信息和噪声进行了定性的划分,这种划分受噪声强度和带宽的影响较小,能够很好的分离图像有用信息和噪声信息,达到图像的去噪作用,获得良好的重构图像。本文从字典设计的预处理阶段进行优化,结合图像聚类和稀疏贝叶斯学习两个角度对含噪图像进行预处理,然后进行 K-SVD 字典学习^[2]和稀疏表示,这样可以使字典设计更具有针对性,以更好地实现图像的去噪。

收稿日期: 2014-03-24

稿件编号: 201403258

作者简介: 王 欣(1991—),女,江苏南通人,硕士研究生。研究方向:信号与信息处理、图像处理。

2 基于 K-SVD 字典的图像去噪算法

2.1 稀疏表示

设信号 $x \in R^n$ 是预定原子的线性组合,那么 x 的稀疏表示问题为

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_0, \text{subject to } \|x - D\alpha\|_2 \leq \varepsilon \quad (1)$$

其中, $\alpha \in R^n$ 为稀疏表示系数; $\|\alpha\|_0$ 为 α 的非零元个数,即稀疏度; D 为字典; ε 为误差容忍。

字典一般分为显示字典和隐式字典两种,其中显示字典能够得到一个快速简单的算法,而隐式字典相对于显示针对性强,精度更高,收敛性好,在图像去噪领域运用更为广泛。本文将详细介绍一种基于隐式字典 K-SVD 的字典学习。

字典的学习一般包括两个阶段,即第一阶段为稀疏编码,第二阶段为字典更新。稀疏编码阶段即在初始字典 D 不变的情况下,求出样本图像在字典 D 上的稀疏表示,得到稀疏向量。字典更新阶段即在稀疏表示向量和已知输入信号的前提下,逐列更新字典 D 的每一列向量,直至字典 D 收敛更新完毕,结束字典的学习,完成信号的稀疏表示。

2.2 基于 K-SVD 字典的图像去噪算法

稀疏分解图像去噪^[3]的流程一般为第一步构建过完备字典,第二步图像稀疏分解(这一阶段为图像去噪的关键阶段),第三步去噪图像重构,使用稀疏系数举证和优化的过完备字典重构图像,得到去噪后的图像。

基于 K-SVD 字典的传统图像去噪算法的流程图如下:

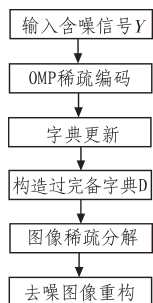


图1 传统算法流程图

Fig. 1 The traditional algorithm flowchart

在训练好含噪图像的过完备字典后,通过字典 D 进行图像的去噪^[4-5]。

首先对输入图像 Y 进行分块,每个图像子块为 $X_{ij} = R_{ij} X$, R_{ij} 为提取图像子块的矩阵,则目标函数为

$$\min_{\alpha_{ij}, X} \left\{ \lambda \|X - Y\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|D\alpha_{ij} - R_{ij} Y\|_2^2 \right\} \quad (2)$$

其中:第一项表示未知去噪图像和含噪图像的总相似程度,第二项表示总的稀疏度约束,第三项表示重构图像子块与已知图像子块的总误差, α_{ij} 表示图像子块在字典 D 上的稀疏表示系数。

由目标函数可知,第一步先求 α_{ij} ,即

$$\hat{\alpha}_{ij} = \arg \min_{\alpha} \{\mu_{ij} \|\alpha\|_0 + \|D\alpha_{ij} - x_{ij}\|_2^2\} \quad (3)$$

利用正交匹配追踪算法求解 α_{ij} ,这种方法相当于滑动窗口的稀疏编码步骤,当求解完所有的 α_{ij} 后,上式转换为求解

$$\hat{X} = \arg \min_X \left\{ \lambda \|X - Y\|_2^2 + \sum_{ij} \|D\alpha_{ij} - R_{ij} X\|_2^2 \right\} \quad (4)$$

该二项式的封闭形式的解即为

$$\hat{X} = (\lambda I + \sum_{ij} R_{ij}^T R_{ij})^{-1} (\lambda Y + \sum_{ij} R_{ij}^T D \alpha_{ij}) \quad (5)$$

所以 \hat{X} 即为所求的去噪图像,其中 I 为单位矩阵。

3 改进的基于 K-SVD 字典的图像去噪算法

3.1 K 均值聚类

通过具体分析信号的几何结构,针对信号内容实现更精细的分类,继而寻找每一类图形的优化字典,这样可以加快收敛的速度,提高信号稀疏表示的精度。本改进算法通过引入 K-means 算法对图像块进行聚类处理,将具有相似集合形态的同一类图像块聚在一起,然后针对每一类图像块,利用 K-SVD 算法各自训练对应该类图像块的优化字典,得到的字典更具有针对性,使基于字典的稀疏表示对于样本的残差达到最小,最终实现图像的去噪。

K 均值(K-means)聚类算法的主要原理如下:首先从 n 个数据中随机选择 k 个对象作为初始聚类中心。根据每类中的聚类中心,计算剩余每个对象与各聚类中心的距离,并根据最近邻分配法将各对象分配到与其最近的类中,然后再重新计算每个有变化的类中心反复进行聚类,直到每个聚类不再发生变化和平方误差函数收敛为止。

平方收敛函数定义如下:

$$E = \sum_{j=1}^k \sum_{p \in C_i} (p - m_i)^2 \quad (6)$$

其中, E 表示数据中对象与相应聚类中心的均方差之和, p 代表对象空间中的一个点, C_i 代表第 i 个分类, m_i 为类 C_i 的均值。

3.2 稀疏贝叶斯学习

在 K-SVD 算法中,如果初始字典的不恰当选择,字典的每一列不能全部更新,部分列会出现失效的情况,为了解决 K-SVD 算法的信号利用率不足的问题,本改进算法采用稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)[6]来对待处理的信号进行预处理,首先通过贝叶斯概率模型迭代至信号的稀疏表示,减轻了利用率不足的问题。

具体步骤如下:

1) 计算 α_{ij} 的协方差矩阵和 α_{ij} :

$$\sum_{\alpha_{ij}} = [\sigma^2 D^T D + \Gamma]^{-1} \quad (7)$$

其中 Γ 是 $K \times K$ 阶对角矩阵, $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$ 为对角元素。

$$\alpha_{ij} = (\sigma^2)^{-1} \sum_{\alpha_{ij}} D^T X_{ij} \quad (8)$$

2) 噪声的更新:

$$\sigma_{updated}^2 = \frac{1}{n} \left[\|R_{ij}X - D\alpha_{ij}\|_2^2 + \sigma^2 \sum_{i=1}^K \sum_{\alpha_{ij}} (i, i)(1 - \gamma_i^{-1}) \right] \quad (9)$$

$$\gamma_{i, updated} = \sum_{\alpha_{ij}} (i, i) + \alpha_{ij}^2 \quad (10)$$

其中, $\sum_x (t, t)$ 表示协方差矩阵第 t 对角元素。

3.3 算法流程图

本文改进算法的流程图如下:

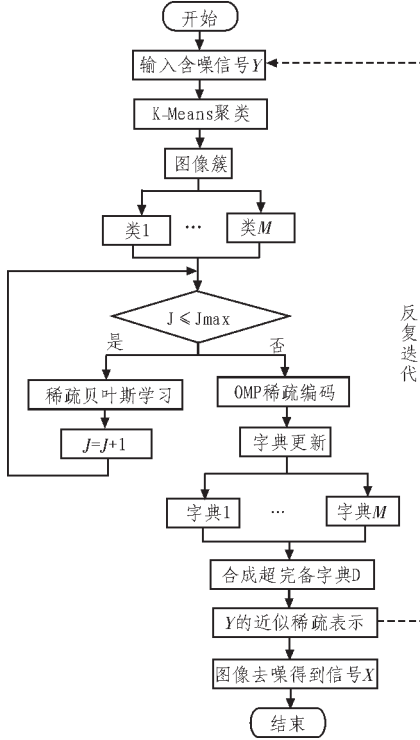


图2 改进算法流程图

Fig. 2 The improved algorithm flowchart

3.4 算法步骤

本文去噪算法的具体步骤如下所示:

输入: 输入含噪图像 Y , 其中噪声标准差为 σ^2 , 迭代次数 J_{\max}
输出: 字典 D 和去噪图像 X 。

Step1 初始化阶段。聚类个数 M , K 个超参数向量 $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M]^T$, 初始化字典 $D^{(0)} \in R^{n \times k}$ 为过完备 DCT 基, $J=1$

Step2 图像样本聚类阶段。对图像块 Y 进行 K-means 聚类, 将图像 Y 分成 M 类, 得到每个图像子块 $X_{ij} = R_{ij}X, i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, M; R_{ij}$ 为提取图像子块的矩阵。

Step3 稀疏贝叶斯学习阶段。当 $J \leq J_{\max}$ 时, 针对每一类图像块 X_{ij} , 使用稀疏贝叶斯学习来求得稀疏向量 α_{ij} , 同时不断更新噪声大小。

Step4 稀疏编码阶段。当 $J > J_{\max}$ 时, 针对每一类图像块 X_{ij} , 使用 OMP 算法对下述模型进行匹配追踪继续求得稀疏向量 α_{ij} 。

$$\forall ij \min_{\alpha_{ij}} \|\alpha_{ij}\|_0 \text{ subject to } \|R_{ij}X - D\alpha_{ij}\|_2^2 \leq (C\sigma)^2 \quad (11)$$

其中: X 为去噪后的图像; R_{ij} 为索引矩阵, 表示提取图像 X 中标记为 (i, j) 的子块; α_{ij} 表示图像子块 $R_{ij}X$ 在字典 D 上的稀疏; σ 为噪声的标准差; C 为容差系数, 表示去噪的精度。

Step5 字典更新阶段。假设 α 和 D 固定, 对字典 D_j^{l-1} 中的每个列向量 $d_j, l=1, 2, \dots, k$, 进行逐列更新。

更新步骤如下:

1) 定义使用这个原子的样本组 $\omega_j = \{(i, j) | \alpha_{ij}(l) \neq 0\}$;

2) 对于每个索引 $(i, j) \in \omega_j$, 计算表示误差

$$e_{ij}^l = R_{ij}X - \sum_{m \neq l} d_m \alpha_{ij}(m) \quad (12)$$

3) 定义 E_l 为 $\{e_{ij}^l\}_{(i, j) \in \omega_j}$ 的矩阵, 根据 $E_l = U\Delta V^T$ 对其进行奇异值分解, 用 U 的第一列替换字典的 d_j , 用 $\Delta(1, 1) \times V$ 替换 $\{\alpha_{ij}^l\}_{(i, j) \in \omega_j}$ 。反复迭代至其收敛稳定, 结束字典学习。

Step6 图像去噪阶段。求 $\hat{X} = (\lambda I + \sum_{ij} R_{ij}^T R_{ij})^{-1} (\lambda Y + \sum_{ij} R_{ij}^T D \alpha_{ij})$, 计算峰值信噪比 PSNR, 最终选择 PSNR 较大的图像作为去噪图像的输出结果。

4 实验及其结果分析

为了验证本文算法在图像去噪中的可行性和优越性, 进行仿真实验, 分别采用本文算法、K-SVD 字典学习算法对含有高斯噪声的图像进行去噪比较。

图3给出了含噪图像及两种算法去噪算法得到的去噪图像, 图3(a)为含噪图像, 图3(b)为 K-SVD 算法去噪图像, 图3(c)为本文算法去噪图像。

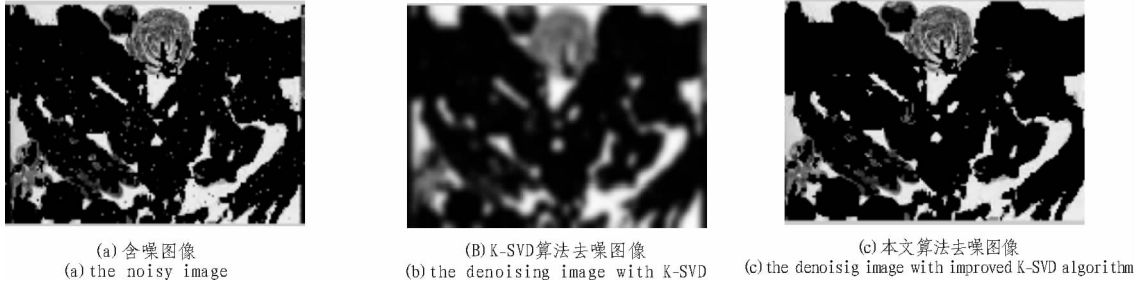


图3 含噪图像及两种算法去噪图像

Fig. 3 The noisy image and two denoising image algorithms

对含有高斯噪声的低信噪比图像进行去噪比较, 除了从肉眼观察图像的去噪情况, 还采用常用的尖峰信噪比 PSNR

(Peak Signal to Noise Ratio) 作为客观指标, 来更直接地比较不同算法的去噪效果。本文中也采用 PSNR 作为客观评价标

准。表1为本文算法和K-SVD算法在图像去噪后的PSNR(dB)数据比较,PSNR将图像的品质与图像灰度级数相关,PSNR值越高,图像去噪效果越好,因此PSNR是常用的客观评价标准。

$$PSNR=10 \times \ln \frac{Q^2 \times M \times N}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (\hat{f}(i,j) - f(i,j))^2} \text{dB} \quad (13)$$

其中Q代表图像量化的灰度级数, $\hat{f}(i,j)$ 和 $f(i,j)$ 分别表示待评价图像和参考图像第i行j列像素点得灰度值,M、N分别代表图像的长度和宽度。

表1 不同算法在图像去噪后的PSNR(dB)数据比较
Tab. 1 Comparison of PSNR by different methods

高斯噪声标准差 σ	K-SVD 字典去噪	本文算法去噪
10	29.39	30.85
20	26.11	27.10
25	24.93	26.03
50	21.32	21.87
80	19.23	19.36

从图3和表1数据可以看出,本文改进算法具有更好的去噪能力,可以更好地保留图像的边缘和细节,与基于K-SVD字典的去噪算法比较,在图像去噪中随着噪声的逐渐增强,PSNR值降的较慢,而且有更高的PSNR值,视觉效果更好。

5 结 论

基于稀疏表示,本文提出了一种改进的基于K-SVD字典的图像去噪方法,采用K均值聚类算法对图像块进行聚类,通过稀疏贝叶斯学习进行图像预处理,使用K-SVD算法分别对各类图像块进行训练,得到与各类图像块相适应的字典,完成图像的去噪。实验结果表明,该算法具有较好的去噪效果,鲁棒性好,它能够更好地去除图像中的高斯白噪声,很

好地保留图像的边缘信息,提高了图像的峰值性噪比。

参考文献:

- [1] 尹忠科,解梅,王建英. 基于稀疏分解的图像去噪[J]. 电子科技大学学报,2006,35(6):876-878.
YIN Zhon-ke,XIE Mei,WANG Jian-ying. Image denoising based on its sparse decomposition[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China,2006,35(6):876-878.
- [2] Aharon M,Elad M,Bruckstein A. The K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2006,15(11):4311-4322.
- [3] 蔡泽民,赖剑煌. 一种基于超完备字典学习的图像去噪方法[J]. 电子学报,2009(2):347-350.
CAI Ze-min,LAI Jian-huang. An overcomplete learned dictionary based image denoising method[J]. Acta Electronica Sinica,2009(2):347-350.
- [4] Elad M,Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2006,15(12):3736,3745.
- [5] 段新涛,岳冬利. 一种非零元个数约束的字典学习图像去噪算法[J]. 计算机应用研究,2011,28(8):3192-3197.
DUAN Xin-tao,YUE Dong-li. Image denoising algorithm of dictionary learning restricted by nonzeros number[J]. Application Research of Computers,2011,28(8):3192-3197.
- [6] Ribhu R,Ghosh D. Dictionary design for sparse signal representations using K-SVD with sparse Bayesian learning [C]//Proceedings of 2012 IEEE 11th International Conference on Signal Processing(ICSP),2012:21-25.

采用 6.25 mm x 6.25 mm LGA 封装的超薄 1.8 mm、3 A μ Module 稳压器适用于 PCIe、ATCA、microTCA 卡和 PCB 背面组装

凌力尔特公司(Linear Technology Corporation)推出 3 A 微型模块(μ Module[®])降压型稳压器 LTM4623,该器件采用超薄 1.8 mm 扁平 LGA 封装,占板面积仅为 6.25 mm×6.25 mm。加上焊膏后,该封装高度低于 2 mm,可满足很多 PCIe(高速外设组件互连)、面向嵌入式计算机系统 AdvancedTCA 载波卡的 Advanced Mezzanine Card (AMC) 等的高度限制。占板面积小和高度扁平能使 LTM4623 安装到 PCB 的背面,为内存及 FPGA 等组件腾出了顶面空间。LTM4623 在 4 V 至 20 V 的输入电源电压范围内工作,在 0.6 V 至 5.5 V 范围内以 1.5% 最大总 DC 输出电压误差调节输出电压。应用实例包括超密集数据存储系统、网关控制器和 40 Gbps 至 100 Gbps 网络设备。

LTM4623 解决方案可容纳在 0.5 cm² 的双面 PCB 或 <1 cm² 的单面 PCB 上。该电路只需要一个输入电容器和一个输出电容器、一个电阻以设置 V_{OUT} 、以及一个小型电容器用于 V_{OUT} 跟踪和软启动。通过辅助 5 V 偏置,LTM4623 以低至 2.375 V 的输入电源工作。将 12V_{IN} 转换到 1.5V_{OUT} 和 3.3V_{OUT} (在 3 A) 的工作效率分别为 80% 和 88%。12V_{IN} 至 1.5V_{OUT} 的功率损耗为 1.1 W,仅导致结温上升 24 °C。LTM4623 的额定工作温度为 -40~125 °C。

咨询编号:2014231006