

2015 年度计算机系“高级工程数学”期终考试

姓名_____ 学号_____ 成绩_____

一	二	三	四	五	六	总分
15	20	20	10	10	25	

一、设 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 连续可微, 写出相应的梯度和Hessian矩阵, 并写出Taylor公式 (写至2阶)

二、设 A 为 $m \times n$ 矩阵

- 1) 假设 $m > n$, 且 $A^T A$ 正定, 给出 $\min. \|Ax - b\|^2$ 的公式.
- 2) 假设 $m < n$, 且 AA^T 可逆, 给出

$$\begin{aligned} \min. & \|x\| \\ \text{s.t.} & Ax = b \end{aligned}$$

的公式

三、对曲线拟合问题, 设有 N 个观测点 x_1, \dots, x_N , 其观测值为 t_1, \dots, t_N . 现用 M 次多项式拟合, 记多项式的形式为

$$y(x, \mathbf{w}) = \sum_{j=0}^M w_j x^j.$$

定义

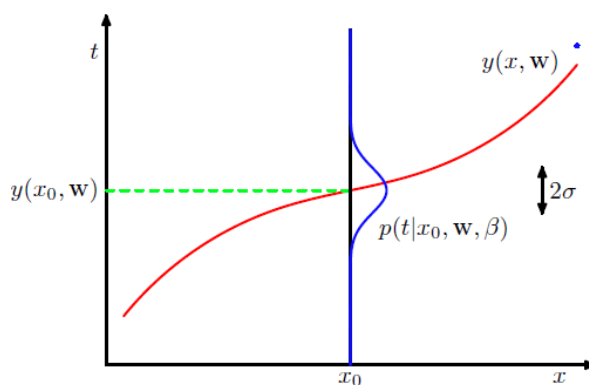
$$E(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(x_i, \mathbf{w}) - t_i)^2$$

则多项式的系数为

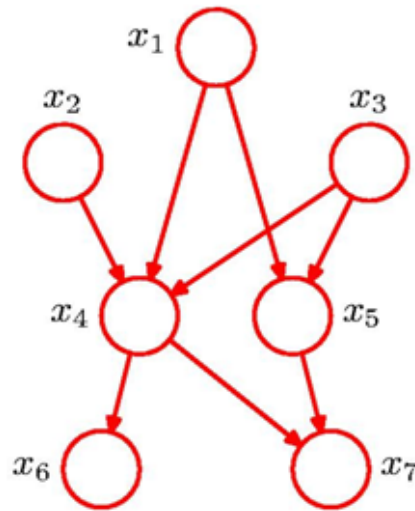
$$\mathbf{w}^* = \arg \min_{\mathbf{w}} E(\mathbf{w}).$$

现请用MLE 方法推导出以上情形.

附: 用Bayes 观点看待曲线拟合的示意图.

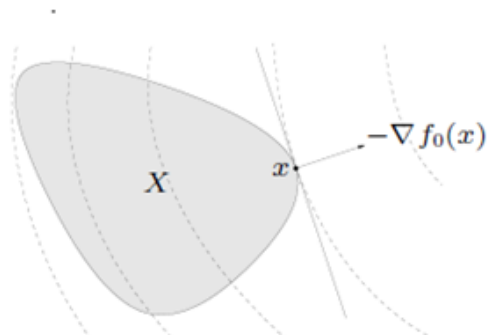


四、对如下的PGM图



写出 $p(x_1, \dots, x_7)$ 的公式。

五、试根据下图，写出optimality condition (即 x 使得 $f(x)$ 达到极值, x 应满足的条件)



六、1) 写出 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为凸函数的定义.
2) 写出凸优化问题的标准形式.
3) 对

$$\begin{aligned} \min f(x) &= x_1^2 + x_2 + 4 \\ \text{s.t.} \quad &-x_1^2 - (x_2 + 4)^2 + 16 \geq 0 \\ &x_1 - x_2 - 6 \geq 0 \end{aligned}$$

写出其相应的Lagrange 函数, 对偶函数和KKT条件, 并求出相应的解