第 6 章　计算机的运算方法

6.1 无符号数和有符号数

6.2 数的定点表示和浮点表示

6.3 定点运算

6.4 浮点四则运算

6.5 算术逻辑单元

6.4 浮点四则运算

- 浮点数的加减运算
  - 对阶
  - 尾数求和
  - 规格化
  - 舍入
  - 溢出判断
  - 举例
- 浮点的乘除法运算
  - ……

6.4 浮点四则运算

一、浮点加减运算

$$x = S_x \cdot 2^{j_x} \qquad y = S_y \cdot 2^{j_y}$$

1. 对阶

(1) 求阶差

利用补码形式实现

$$\Delta j = j_x - j_y = \begin{cases} = 0 & j_x = j_y & \text{已对齐} \\ > 0 & j_x > j_y & \begin{cases} x \text{ 向 } y \text{ 看齐} & S_x \leftarrow 1,\ j_x - 1 \\ y \text{ 向 } x \text{ 看齐} \ \checkmark & S_y \rightarrow 1,\ j_y + 1 \end{cases} \\ < 0 & j_x < j_y & \begin{cases} x \text{ 向 } y \text{ 看齐} \ \checkmark & S_x \rightarrow 1,\ j_x + 1 \\ y \text{ 向 } x \text{ 看齐} & S_y \leftarrow 1,\ j_y - 1 \end{cases} \end{cases}$$

尾数进行加减法运算

左移：尾数高位部分可能丢失

低位丢失比高位丢失好

(2) 对阶原则

小阶向大阶看齐

例如 $x = 0.1101 \times 2^{01}$ $y = (-0.1010) \times 2^{11}$ 6.4

求 $x + y$

解：$[x]_补 = 00, 01; 00.1101$ $[y]_补 = 00, 11; 11.0110$

1. 对阶

① 求阶差 $[\Delta j]_补 = [j_x]_补 - [j_y]_补$

$$
\begin{array}{rr}
 & = 00, 01 \\
+ & 11, 01 \\
\hline
 & 11, 10
\end{array}
$$

阶差为负（–2） $\therefore S_x \longrightarrow 2$ $j_x + 2$

② 对阶 $[x]_{补'} = 00, 11; 00.0011$

2. 尾数求和

$$
\begin{array}{lll}
 & [S_x]_{补'} & = 00.0011 \\
+ & [S_y]_{补} & = 11.0110 \\
\hline
 & & \ 11.1001
\end{array}
$$

对阶后的$[S_x]_{补'}$

$\therefore [x+y]_补 = 00, 11; 11.1001$ 不是规格化的数，所以还要做规格化

3. 规格化

(1) 规格化数的定义

$$r = 2 \qquad \frac{1}{2} \le |S| < 1$$

(2) 规格化数的判断

$S>0$	规格化形式	$S<0$	规格化形式
真值	$0.1\times\times\cdots\times$	真值	$-0.1\times\times\cdots\times$
原码	$0.\boxed{1}\times\times\cdots\times$	原码	$1.\boxed{1}\times\times\cdots\times$
补码	$\boxed{0.1}\times\times\cdots\times$	补码	$\boxed{1.0}\times\times\cdots\times$
反码	$0.1\times\times\cdots\times$	反码	$1.0\times\times\cdots\times$

原码　不论正数、负数，第一数位为1

补码　符号位和第 一数位不同

特例

$$S = -\frac{1}{2} = -0.100\cdots0$$

$$[S]_{原} = 1.100\cdots0$$

$$[S]_{补} = \boxed{1.1}00\cdots0$$

$\therefore$ $[-\frac{1}{2}]_{补}$ 不是规格化的数

$$S = -1$$

$$[S]_{补} = \boxed{1.0}00\cdots0$$

$\therefore$ $[-1]_{补}$ 是规格化的数

(3) 左规

尾数左移一位，阶码减 1，直到数符和第一数位不同为止

上例 $[x+y]_{补} = 00, 11; 11.1001$

左规后 $[x+y]_{补} = 00, 10; 11.0010$

$$\therefore x + y = (-0.1110)\times 2^{10}$$

(4) 右规

当 尾数溢出（ >1）时，需 右规

即尾数出现 01. ×× …×或 10. ×× …×时

尾数右移一位，阶码加 1

例6.27 $x = 0.1101 \times 2^{10}$ $y = 0.1011 \times 2^{01}$ 6.4

求 $x+y$（除阶符、数符外，阶码取 3 位，尾数取 6 位）

解： $[x]_补 = 00, 010; 00.110100$

$[y]_补 = 00, 001; 00.101100$

① 对阶

$$[\Delta j]_补 = [j_x]_补 - [j_y]_补 \quad \begin{array}{r} = \ 00,010 \\ +\ 11,111 \\ \hline \boxed{1}00,001 \end{array}$$

阶差为 +1 $\therefore S_y \longrightarrow 1,\ j_y+1$

$\therefore [y]_{补'} = 00, 010; 00.010110$

② 尾数求和

$$\begin{array}{rr} [S_x]_补 = & 00.110100 \\ +\ [S_y]_{补'} = & 00.010110 \\ \hline & 01.001010 \end{array}$$

对阶后的$[S_y]_{补'}$

尾数溢出需右规

③ 右规

$[x+y]_补 = 00, 010; 01.\ 001010$

右规后

$[x+y]_补 = 00, 011; 00.\ 100101$

$\therefore\ x+y = 0.\ 100101 \times 2^{11}$

4. 舍入

在 对阶 和 右规 过程中，可能出现 尾数末位丢失

引起误差，需考虑舍入

(1) 0 舍 1 入法

(2) 恒置 “1” 法

例 6.28 $x = (-\frac{5}{8}) \times 2^{-5}$ $y = (\frac{7}{8}) \times 2^{-4}$

求 $x-y$（除阶符、数符外，阶码取 3 位，尾数取 6 位）

解： $x = (-0.101000) \times 2^{-101}$ $y = (0.111000) \times 2^{-100}$

$[x]_补 = 11, 011; 11. 011000$ $[y]_补 = 11, 100; 00. 111000$

① 对阶

$$[\Delta j]_补 = [j_x]_补 - [j_y]_补 \quad \begin{array}{r} = \ 11, 011 \\ + \ 00, 100 \\ \hline 11, 111 \end{array}$$

阶差为 -1 $\therefore S_x \longrightarrow 1$, $j_x + 1$

$\therefore [x]_{补'} = 11, 100; 11. 101100$

6.4

② 尾数求和

$$
\begin{array}{rr}
 & [S_x]_{补'} = 11.\,101100 \\
+ & [-S_y]_{补} = 11.\,001000 \\
\hline
 & \boxed{1}10.\,110100
\end{array}
$$

③ 右规

$$[x-y]_{补} = 11,100;\ 10.\,110100$$

右规后

$$[x-y]_{补} = 11,101;\ 11.\,011010$$

$$\therefore\ x-y = (-0.100110)\times 2^{-11}$$

$$= (-\frac{19}{32})\times 2^{-3}$$

5. 溢出判断

设机器数为补码，尾数为 规格化形式，并假设阶符取 2 位，阶码的数值部分取 7 位，数符取 2 位，尾数取 *n* 位，则该 补码 在数轴上的表示为