洛谷试炼场的题目确实很具有代表性,但是近几年以来,又有许多经典题目出现在 OI 界中,这个大题单就是作为洛谷试炼场的扩展和补充。

# Copyleft

本项目采用 知识共享署名-相同方式共享 4.0 国际许可协议 以及附加的 The Star And Thank Author License 进行许可。

换言之,您可以自由的共享并演绎该项目,但是必须给出必要的署名,并以相同方式共享本项目,并为本项目的 Github 仓库 点赞 (Star)。

## 新版本食用指南

本次版本更新变更较大,建议您仔细阅读下面的内容!

在刚刚更新的 2.0 版本中,我们改变了原来按知识难度排列知识点的目录结构,改为按照专题大类组织目录结构。

为了方便按知识难度刷题的用户,这里给出一些建议:

- 对于初学者,建议先完成 Part 1,2 两部分内容,为接下来的学习打好基础。
- 对于要参加 CSP-S 的选手,建议在前面的基础上优先完成 Part 3.1-3.4, 4.1-4.4, 6.1-6.5, 7.1-7.8, 8.1-8.7 的内容(具体内容见下),在此基础上继续完成其他内容。
- 每个专题下的题目先给出模板,剩下的题目均按照难度递增顺序排序,部分难度 较高的综合性题目建议达到一定能力后再尝试解决。

# 更新日志

3.0.2 2020/2/28:

- 1. 添加了少量比赛题目;
- 2. 移除了一些做法重复的题目。

3.0.1 2019/12/8:

1. 添加了 CSP2019 和一些公开赛的题目;

2. 跟进洛谷域名更换,将题目链接全部更新。

#### 3.0 2019/10/13:

- 1. 新增专题:回文自动机, K-D Tree,自适应辛普森法,左偏树,置换群,离线算法,构造,DLX,三分法, 珂朵莉树。
- 2. 添加了一些最近的公开比赛题目, 部分专题补充了一些优质题目。
- 3. 移除了部分重复题目。
- 4. 对之前没有介绍的专题补充了介绍。

#### 更早版本的更新日志请点击这里查看

## Part 0 试机题

三道试机题目。

- P1000 超级玛丽游戏
- P1001 A+B Problem
- P1008 三连击

# Part 1入门阶段

本部分内容针对入门 Oler, 主要是语言基础内容。

#### Part 1.1 从零开始

语言基础题。

- P1421 小玉买文具
- P1909 买铅笔
- P1089 津津的储蓄计划
- P1085 不高兴的津津
- P1035 级数求和
- P1980 计数问题
- P1014 Cantor表
- P1307 数字反转

#### Part 1.2 数组基础

- P1046 陶陶摘苹果
- P1047 校门外的树
- P1427 小鱼的数字游戏
- P2141 珠心算测验
- P5594 【XR-4】模拟赛

### Part 1.3 字符串基础

字符串是特殊的数组,但它也有很多自身的特点。

- P5015 标题统计
- P1055 ISBN号码
- P1308 统计单词数
- P2010 回文日期
- P1012 拼数
- P5587 打字练习

## Part 1.4 函数, 递归及递推

这是初学者最难理解的部分,建议画出递归图来理解递归的过程。

- P1028 数的计算
- P1036 选数
- P1464 Function
- P5534 【XR-3】等差数列
- P1192 台阶问题
- P1025 数的划分
- P4994 终于结束的起点

## Part 2 基础算法

这一部分的内容包含了 OI 中的基础算法,供各位巩固基础。

当然,这里面也有一些难度比较高的题目。

#### Part 2.1 模拟

模拟,顾名思义就是题目要求你做什么你就做什么,这样的题目很考验选手的代码组织能力。

这里不仅仅有非常基础的模拟,也有一些非常复杂的题目。

- P1003 铺地毯
- P1067 多项式输出
- P1328 生活大爆炸版石头剪刀布
- P1563 玩具谜题
- P1042 乒乓球
- P1179 数字统计
- P2615 神奇的幻方
- P3952 时间复杂度
- P2482 [SDOI2010]猪国杀
- P5380 [THUPC2019]鸭棋

#### Part 2.2 排序算法

通过排序,我们可以将数据有序化,这让我们对数据的处理方便了很多。

- P1177 【模板】快速排序
- P1059 明明的随机数
- P1068 分数线划定
- P1051 谁拿了最多奖学金
- P1309 瑞士轮
- P1908 逆序对

#### Part 2.3 二分答案

对一个满足单调性质的问题, 我们可以采用二分答案的方法来解决。

- P1024 一元三次方程求解
- P2678 跳石头
- P1316 丢瓶盖
- P1902 刺杀大使
- P1314 聪明的质监员
- P1083 借教室

• P4343 [SHOI2015]自动刷题机

## Part 2.4 分治

分治,即分而治之,将大问题分解为小问题,分别求解,最后合并结果。

- P1226 【模板】快速幂||取余运算
- P1010 幂次方
- P1429 平面最近点对 (加强版)
- P3612 [USACO17JAN]Secret Cow Code

### Part 2.5 贪心

贪心,指的是决策时都采取当前最优解的算法。有的时候,这样做确实可以获得最优解。

- P1208 [USACO1.3]Mixing Milk
- P4995 跳跳!
- P1094 纪念品分组
- P1199 三国游戏
- P2672 推销员
- P1080 国王游戏
- P2123 皇后游戏
- P5521 [yLOI2019]梅深不见冬

### Part 2.6 构造

构造题是一种形式灵活多样的题型。正是因为这个特点,使得构造题没有一种通用的方法。

- P3599 Koishi Loves Construction
- P5441【XR-2】伤痕
- P5595 【XR-4】歌唱比赛

#### Part 2.7 高精度

在 C++ 中, long long 都无法表示我们需要的整数时怎么办? 那就用高精度吧!

- P1601 A+B Problem (高精)
- P2142 高精度减法
- P1303 A\*B Problem
- P1480 A/B Problem
- P1009 阶乘之和

## Part 2.8 前缀和 & 差分

前缀和是一种重要的预处理,能大大降低查询的时间复杂度,而差分则是一种和前缀和相对的策略。

- P3131 [USACO16JAN]Subsequences Summing to Sevens
- P1387 最大正方形
- P3397 地毯
- P2280 [HNOI2003]激光炸弹
- P4552 [Poetize6] IncDec Sequence

## Part 3 搜索

搜索其实就是高级的枚举,很多题目都可以用搜索完成。就算不能, 搜索也是骗分神器。

## Part 3.1 深度优先搜索

深度优先搜索(DFS),即按照深度优先的顺序搜索的算法。

深度优先搜索一般使用栈来实现。

- P1219 八皇后
- P1019 单词接龙
- P5194 [USACO05DEC]Scales
- P5440 【XR-2】奇迹
- P1378 油滴扩展

#### Part 3.2 广度优先搜索

广度优先搜索(BFS),即优先扩展浅层节点,逐渐深入的搜索算法。 广度优先搜索一般使用队列来实现。

- P1162 填涂颜色
- P1443 马的遍历
- P3956 棋盘
- P1032 字串变换
- P1126 机器人搬重物

# Part 3.3 记忆化搜索

通过将已经遍历的状态记录下来,从而减少重复的搜索量,这就是记忆化搜索。

动态规划的时候,记忆化搜索也是一种高效简洁的实现方式。

- P1514 引水入城
- P1535 游荡的奶牛
- P1434 [SHOI2002]滑雪
- P3953 逛公园

#### Part 3.4 搜索的剪枝

对于一些不必要搜索的部分,我们可以避免访问这些状态,从而提高搜索效率。

- P1120 小木棍 [数据加强版]
- P1312 Mayan游戏
- P1074 靶形数独

## Part 3.5 双向搜索

在搜索时,如果能从初态和终态出发,同时进行搜索,就可以减小搜索树的规模,提高时间效率。

- P3067 [USACO12OPEN]Balanced Cow Subsets
- P4799 [CEOI2015 Day2]世界冰球锦标赛
- P5195 [USACO05DEC]Knights of Ni

#### Part 3.6 A\*

在 BFS 中,如果能设计一个合理的估价函数,就可以更快扩展到最优解。这就是 A\*算法。

• P1379 八数码难题

#### Part 3.7 IDA\*

像 BFS 那样,每次只扩展一层节点,却采用 DFS 方式来遍历搜索树,这就是迭代加深搜索。

再加上一个估价函数来减小搜索量,就是IDA\*了。

- P2324 [SCOI2005]骑士精神
- P2534 [AHOI2012]铁盘整理

#### Part 3.8 DLX

算法 X 是通过回溯法求解精确覆盖问题的算法,而删除列这一操作可以使用舞蹈链加速。

- P4929 【模板】舞蹈链 (DLX)
- P4205 [NOI2005]智慧珠游戏

## Part 4 动态规划

动态规划是一种重要的思维方法,通过利用已有的子问题信息高效求 出当前问题的最优解。

### Part 4.1 线性动态规划

线性动态规划,即具有线性阶段划分的动态规划。

- P1216 数字三角形
- P1020 导弹拦截
- P1091 合唱队形
- P1095 守望者的逃离
- P1541 乌龟棋

- P1868 饥饿的奶牛
- P2679 子串
- P2501 [HAOI2006]数字序列
- P3336 [ZJOI2013]话旧
- P3558 [POI2013]BAJ-Bytecomputer
- P4158 [SCOI2009]粉刷匠
- P5301 [GXOI/GZOI2019]宝牌一大堆

## Part 4.2 背包动态规划

背包动态规划是线性动态规划中特殊的一类,NOIP中考到的次数也不少。

- P1048 采药
- P1060 开心的金明
- P1855 榨取kkksc03
- P5020 货币系统
- P1757 通天之分组背包
- P1064 金明的预算方案
- P2946 [USACO09MAR]Cow Frisbee Team
- P1156 垃圾陷阱
- P5322 [BJOI2019]排兵布阵
- P5289 [十二省联考2019]皮配

## Part 4.3 区间动态规划

区间动态规划一般以区间作为动态规划的阶段。

- P1880 [NOI1995]石子合并
- P3146 [USACO16OPEN]248
- P1063 能量项链
- P1005 矩阵取数游戏
- P4170 [CQOI2007]涂色
- P4302 [SCOI2003]字符串折叠
- P2466 [SDOI2008]Sue的小球

#### Part 4.4 树形动态规划

树形动态规划,即在树上进行的动态规划。

因为树的递归性质, 树形动态规划一般都是递归求解的。

- P1352 没有上司的舞会
- P1040 加分二叉树
- P1122 最大子树和
- P1273 有线电视网
- P2014 选课
- P2585 [ZJOI2006]三色二叉树
- P3047 [USACO12FEB]Nearby Cows
- P3698 [CQOI2017]小Q的棋盘
- P5658 括号树
- P2607 [ZJOI2008]骑士
- P3177 [HAOI2015]树上染色
- P4395 [BOI2003]Gem
- P4516 [JSOI2018]潜入行动

### Part 4.5 状态压缩动态规划

将一个状态压缩为一个整数(通常为二进制数),就可以在更为方便地进行状态转移的同时,达到节约空间的目的。

- P2704 [NOI2001]炮兵阵地
- P1879 [USACO06NOV]Corn Fields
- P1896 [SCOI2005] 互不侵犯
- P3092 [USACO13NOV]No Change
- P3694 邦邦的大合唱站队
- P4925 [1007] Scarlet的字符串不可能这么可爱
- P2157 [SDOI2009]学校食堂
- P2167 [SDOI2009]Bill的挑战
- P2396 yyy loves Maths VII
- P4363 [九省联考2018]—双木棋
- P5005 中国象棋 摆上马
- P2150 [NOI2015]寿司晚宴

### Part 4.6 倍增优化动态规划

- P1613 跑路
- P1081 开车旅行
- P5024 保卫王国

### Part 4.7 数据结构优化动态规划

利用数据结构来维护已有信息,也可以达到优化状态转移的目的。

- P4719 【模板】动态dp
- P4751 动态dp【加强版】
- P3287 [SCOI2014]方伯伯的玉米田
- P2605 [ZJOI2010]基站选址

## Part 4.8 单调队列优化动态规划

借助单调队列,排除不可能的决策,可以起到优化状态转移的效果。

- P1776 宝物筛选
- P3089 [USACO13NOV]Pogo-Cow
- P3572 [POI2014]PTA-Little Bird
- P3522 [POI2011]TEM-Temperature
- P4544 [USACO10NOV]Buying Feed
- P5665 划分
- P1973 [NOI2011]Noi嘉年华
- P2569 [SCOI2010]股票交易
- P4852 yyf hates choukapai

## Part 4.9 斜率优化动态规划

通过用单调队列维护一个凸壳, 来达到优化转移的目的。

- P2900 [USACO08MAR]Land Acquisition
- P3195 [HNOI2008]玩具装箱
- P3628 [APIO2010]特别行动队
- P3648 [APIO2014]序列分割
- P4027 [NOI2007]货币兑换

- P4360 [CEOI2004]锯木厂选址
- P5468 [NOI2019]回家路线
- P2305 [NOI2014]购票

## Part 4.10 决策单调性优化动态规划

利用决策间的递变规律, 也能实现优化状态转移的目的。

- P3515 [POI2011]Lightning Conductor
- P4767 [IOI2000]邮局
- P1912 [NOI2009]诗人小G
- P1973 [NOI2011]Noi嘉年华
- P3724 [AH2017/HNOI2017]大佬
- P5574 [CmdOl2019]任务分配问题

### Part 4.11 数位统计类动态规划

统计一个区间中满足条件的数有多少,就是数位统计类动态规划。

- P2602 [ZJOI2010]数字计数
- P3281 [SCOI2013]数数
- P2518 [HAOI2010]计数
- P2657 [SCOI2009]windy数
- P3286 [SCOI2014]方伯伯的商场之旅
- P4124 [CQOI2016]手机号码
- P4999 烦人的数学作业
- P2606 [ZJOI2010]排列计数
- P4798 [CEOI2015 Day1]卡尔文球锦标赛

### Part 4.12 轮廓线动态规划

轮廓线动态规划(即常说的插头 DP)是一种特殊的状压动态规划,通过以轮廓线为状态来实现状态转移。

- P5056 【模板】插头dp
- P2289 [HNOI2004]邮递员
- P2337 [SCOI2012]喵星人的入侵
- P5347 【XR-1】俄罗斯方块

## Part 5 字符串

字符串问题有很多自己的特点。

### Part 5.1 字符串哈希

字符串哈希通过牺牲很小的准确率,达到快速进行字符串匹配的效果。

- P3370 【模板】字符串哈希
- P5270 无论怎样神树大人都会删库跑路
- P5537 【XR-3】系统设计

#### Part 5.2 KMP

KMP 算法可以用来解决模式串匹配问题。

- P3375 【模板】KMP字符串匹配
- P4391 [BOI2009]Radio Transmission
- P3435 [POI2006]OKR-Periods of Words
- P4824 [USACO15FEB]Censoring (Silver)
- P2375 [NOI2014]动物园
- P3426 [POI2005]SZA-Template
- P3193 [HNOI2008]GT考试

#### Part 5.3 Manacher

Manacher 可以在线性时间内求出一个字符串的最长回文子串。

- P3805 【模板】manacher算法
- P4555 [国家集训队]最长双回文串
- P1659 [国家集训队]拉拉队排练

## Part 5.4 Trie树

Trie树可以像查字典一样把多个字符串组织到一棵树上。

- P3879 [TJOI2010]阅读理解
- P2292 [HNOI2004]L语言

- P2922 [USACO08DEC]Secret Message
- P3065 [USACO12DEC]First!
- P3294 [SCOI2016]背单词
- P4407 [JSOI2009]电子字典
- P4551 最长异或路径
- P4683 [IOI2008]Type Printer
- P3783 [SDOI2017]天才黑客

#### Part 5.5 AC自动机

AC自动机可以看成是 KMP 和 Trie 的结合体,用于解决多字符串匹配问题。

- P3808 【模板】AC自动机(简单版)
- P3796 【模板】AC自动机 (加强版)
- P5357 【模板】AC自动机(二次加强版)
- P3121 [USACO15FEB]Censoring (Gold)
- P2414 [NOI2011]阿狸的打字机
- P3966 [TJOI2013]单词
- P2444 [POI2000]病毒
- P3311 [SDOI2014]数数
- P4052 [JSOI2007]文本生成器
- P5599 【XR-4】文本编辑器

## Part 5.6 回文自动机

回文自动机是解决回文串问题的有力工具。

- P5496 【模板】回文自动机 (PAM)
- P3649 [APIO2014]回文串
- P4287 [SHOI2011]双倍回文
- P4762 [CERC2014] Virus synthesis

#### Part 5.7 后缀数组

后缀数组可以解决很多字符串匹配的问题。

• P3809 【模板】后缀排序

- P5353 【模板】树上后缀排序
- P2336 [SCOI2012]喵星球上的点名
- P2463 [SDOI2008]Sandy的卡片
- P2852 [USACO06DEC]Milk Patterns
- P4051 [JSOI2007]字符加密
- P1117 [NOI2016]优秀的拆分
- P2178 [NOI2015]品酒大会
- P5346 【XR-1】柯南家族
- P5576 [CmdOl2019]口头禅

### Part 5.8 后缀自动机

后缀自动机是一种处理字符串问题的强大工具。

- P3804 【模板】后缀自动机
- P3649 [APIO2014]回文串
- P3975 [TJOI2015]弦论
- P4248 [AHOI2013]差异
- P5341 [TJOI2019]甲苯先生和大中锋的字符串
- P4770 [NOI2018]你的名字
- P5284 [十二省联考2019]字符串问题
- P5319 [BJOI2019] 奥术神杖

# Part 6 数学

OI 中的数学知识很多,也有些杂乱。

#### Part 6.1 位运算

将十进制整数转换为二进制后,有很多按位运算的运算符。

如果能善于利用位运算的一些性质,往往能达到事半功倍的效果。

- P5657 格雷码
- P5514 [MtOI2019]永夜的报应
- P5538 [XR-3] Namid[A]me
- P5539 【XR-3】 Unknown Mother-Goose
- P5523 [yLOI2019]珍珠

### Part 6.2 整除相关

与整除相关的概念有很多, 比较常用的有素数, 最大公约数和欧拉函数。

#### Part 6.2.1 素数

素数,指的是除1和它本身之外没有其他约数的数。

- P4718 【模板】Pollard-Rho算法
- P1075 质因数分解
- P2441 角色属性树
- ₱ P5535 【XR-3】小道消息

#### Part 6.2.2 最大公约数

如果两个数有一个共同的约数,那么这个约数就被称为公约数。最大公约数就是指这两个数的所有公约数中,最大的一个。

求解两个数的最大公约数,可以采用欧几里得算法解决。

- <u>P5435 【模板】快速 GCD</u>
- P5436 【XR-2】缘分
- P1029 最大公约数和最小公倍数问题
- P1414 又是毕业季II
- P2152 [SDOI2009]SuperGCD
- <u>P1072 Hankson 的趣味题</u>

#### Part 6.2.3 欧拉函数

欧拉函数  $\varphi(x)$  表示了小于 x 的数字中,与 x 互质的数字个数。

- P2158 [SDOI2008]仪仗队
- P2568 GCD
- P2398 GCD SUM
- P4139 上帝与集合的正确用法

## Part 6.3 同余方程

求解同余方程往往可以引出不少话题。

#### Part 6.3.1 线性同余方程&乘法逆元

线性同余方程是同余方程中最基础的内容。

- P4549 【模板】裴蜀定理
- P2613 【模板】有理数取余
- P3811 【模板】乘法逆元
- P5431 【模板】乘法逆元2
- P1082 同余方程
- P3951 小凯的疑惑
- P1516 青蛙的约会

#### Part 6.3.2 中国剩余定理

中国剩余定理可以快速解一元线性同余方程组。

- P4777 【模板】扩展中国剩余定理 (EXCRT)
- P3868 [TJOI2009]猜数字
- P2480 [SDOI2010]古代猪文
- P4774 [NOI2018]屠龙勇士
- P5345 【XR-1】快乐肥宅

#### Part 6.3.3 高次同余方程

BSGS 算法可以高效计算离散对数。

而高次剩余的求解更加复杂,其中二次剩余作为高次剩余中比较特殊的情况,可以使用 Cipolla 法求解。

- P4195 【模板】exBSGS
- P5491 【模板】二次剩余
- P3306 [SDOI2013]随机数生成器
- P2485 [SDOI2011]计算器

### Part 6.4 博弈论

博弈论考虑游戏中的个体的预测行为和实际行为,并研究它们的优化 策略。

• P2197 【模板】nim游戏

- P1288 取数游戏II
- P1290 欧几里德的游戏
- P1247 取火柴游戏
- P2252 取石子游戏

## Part 6.5 概率与期望

概率和期望是紧密相连的, OI 中往往会出现和概率期望相关的动态规划问题。

- P5104 红包发红包
- P1850 换教室
- P3830 [SHOI2012]随机树
- P4564 [CTSC2018]假面
- P2473 [SCOI2008]奖励关
- P2221 [HAOI2012]高速公路
- P3239 [HNOI2015]亚瑟王
- P3750 [六省联考2017]分手是祝愿
- P4284 [SHOI2014]概率充电器
- P5249 [LnOI2019]加特林轮盘赌
- P2081 [NOI2012]迷失游乐园
- P3343 [ZJOI2015]地震后的幻想乡
- P3600 随机数生成器
- P5326 [ZJOI2019]开关

### Part 6.6 组合数学

组合数学常常与计数问题, 概率期望紧密相连。

#### Part 6.6.1 排列组合

排列组合是组合数学的基础。

- P3807 【模板】卢卡斯定理
- P2822 组合数问题
- P5520 [yLOI2019]青原樱
- P3197 [HNOI2008]越狱
- P2290 [HNOI2004]树的计数

- P4981 父子
- P4769 [NOI2018]冒泡排序
- P4931 情侣? 给我烧了! (加强版)
- P5596 【XR-4】题
- P5598 【XR-4】混乱度

#### Part 6.6.2 卡特兰数&斯特林数

卡特兰数和斯特林数是两类常见的组合递推数列。

- P5395 第二类斯特林数·行
- P5396 第二类斯特林数·列
- P5408 第一类斯特林数·行
- P5409 第一类斯特林数·列
- P1655 小朋友的球
- P2532 [AHOI2012]树屋阶梯
- P3200 [HNOI2009]有趣的数列
- P3978 [TJOI2015]概率论
- P4091 [HEOI2016/TJOI2016]求和
- P4827 [国家集训队] Crash 的文明世界

#### Part 6.6.3 容斥原理

容斥原理常常用于解决集合的计数问题。

- P5664 Emiya 家今天的饭
- P1450 [HAOI2008]硬币购物
- P3214 [HNOI2011]卡农
- P3270 [JLOI2016]成绩比较
- P4336 [SHOI2016]黑暗前的幻想乡
- P4448 [AHOI2018初中组]球球的排列
- P4491 [HAOI2018]染色
- P5339 [TJOI2019]唱、跳、rap和篮球
- P5400 [CTS2019]随机立方体

## Part 6.7 线性代数

线性代数主要用于解决线性关系问题。

#### Part 6.7.1 矩阵

利用矩阵优化数列递推,可以实现复杂度从线性到对数级的转变。

- P3390 【模板】矩阵快速幂
- P1939 【模板】矩阵加速 (数列)
- P4783 【模板】矩阵求逆
- P1962 斐波那契数列
- P1349 广义斐波那契数列
- P4000 斐波那契数列
- P3758 [TJOI2017]可乐
- P4967 黑暗打击
- P5343 【XR-1】分块
- P5337 [TJOI2019]甲苯先生的字符串
- P5303 [GXOI/GZOI2019]逼死强迫症

#### Part 6.7.2 高斯消元

高斯消元可以用来求解方程组。

- P3389 【模板】高斯消元法
- P4387 付公主的函数
- P2447 [SDOI2010]外星千足虫
- P4035 [JSOI2008]球形空间产生器
- P5516 [MtOI2019]小铃的烦恼
- P4111 [HEOI2015]小Z的房间
- P4457 [BJOI2018]治疗之雨

#### Part 6.7.3 线性基

线性基可以求解最大异或和的一类问题。

- P3812 【模板】线性基
- P3857 [TJOI2008]彩灯
- P4570 [BJWC2011]元素
- P4301 [CQOI2013]新Nim游戏
- P3292 [SCOI2016]幸运数字
- P4151 [WC2011]最大XOR和路径

#### Part 6.8 多项式

#### 对多项式的运算进行优化,从而能够解决规模更大的问题。

- P3803 【模板】多项式乘法 (FFT)
- P4238 【模板】多项式求逆
- P4245 【模板】任意模数NTT
- P4512 【模板】多项式除法
- P4717 【模板】快速沃尔什变换
- P4721【模板】分治 FFT
- P4725 【模板】多项式对数函数
- P4726 【模板】多项式指数函数
- P4781 【模板】拉格朗日插值
- P5050 【模板】多项式多点求值
- P5158 【模板】多项式快速插值
- P5205 【模板】多项式开根
- P5245 【模板】多项式快速幂
- P5273 【模板】多项式幂函数 (加强版)
- P5282 【模板】快速阶乘算法
- P5373 【模板】多项式复合函数
- P5394 【模板】下降幂多项式乘法
- P3338 [ZJOI2014]力
- P3723 [AH2017/HNOI2017]礼物
- P5437 【XR-2】约定
- P5293 [HNOI2019]白兔之舞
- P5432 A/B Problem (加强版)
- P5472 [NOI2019]斗主地
- P5577 [CmdOl2019]算力训练

#### Part 6.9 莫比乌斯反演

运用莫比乌斯反演, 我们可以将一些函数转化, 从而降低计算难度。

- P3172 [CQOI2015]选数
- P2522 [HAOI2011]Problem b
- P3455 [POI2007]ZAP-Queries
- P3327 [SDOI2015]约数个数和
- P1829 [国家集训队]Crash的数字表格 / JZPTAB

- P4619 [SDOI2018]|日试题
- P3704 [SDOI2017]数字表格
- P5518 [MtOI2019]幽灵乐团

## Part 6.10 筛法

利用数列的性质,有多种筛法可以求出我们想要的信息。

- P3383 【模板】线性筛素数
- P4213 【模板】杜教筛 (Sum)
- P5325 【模板】Min 25筛
- P1865 A % B Problem
- P1621 集合
- P3768 简单的数学题
- <u>P5438【XR</u>-2】记忆

### Part 6.11 线性规划

线性规划是研究线性约束条件下线性目标函数极值问题的方法。

- P3980 [NOI2008]志愿者招募
- P4232 无意识之外的捉迷藏

## Part 6.12 数值方法

在算法领域,有很多求近似值的数值方法。

#### Part 6.12.1 三分法

三分法可以求出一个单峰/单谷函数的极值。

- P3382 【模板】三分法
- P1883 函数

#### Part 6.12.2 自适应辛普森法

自适应辛普森法可以高效求出给定函数的数值积分。

• P4525 【模板】自适应辛普森法1

- P4526 【模板】自适应辛普森法2
- P3779 [SDOI2017]龙与地下城

### Part 6.13 置换群

置换群通常用来解决一些涉及"本质不同"的计数问题。

- P4980 【模板】Polya定理
- P1446 [HNOI2008]Cards
- P2561 [AHOI2002]黑白瓷砖
- P4128 [SHOI2006]有色图
- P4727 [HNOI2009]图的同构记数

## Part 7数据结构

灵活地运用数据结构可以高效地查询并处理需要的信息。

## Part 7.1 链表

在一个数列中高效插入一个元素,链表毫无疑问是最好的选择。

- P1996 约瑟夫问题
- P1160 队列安排

#### Part 7.2 栈

栈,是一种后进先出 (FILO) 的数据结构。

- P1449 后缀表达式
- P1739 表达式括号匹配
- P1981 表达式求值
- P1175 表达式的转换

## Part 7.3 队列

队列,是一种先进先出 (FIFO) 的数据结构。

• P1540 机器翻译

#### Part 7.4 并查集

并查集常用于处理一些不相交集合的合并和查询问题。

- P1111 修复公路
- P3958 奶酪
- P1525 关押罪犯
- P4185 [USACO18JAN]MooTube G
- P2024 [NOI2001]食物链
- P1197 [JSOI2008]星球大战
- P1196 [NOI2002]银河英雄传说
- P1955 [NOI2015]程序自动分析

## Part 7.5 二叉堆

二叉堆是一棵完全二叉树, 堆中某个节点的值总是不大于或不小于其 父节点的值。

- P3378 【模板】堆
- P1090 合并果子
- P1168 中位数
- P2085 最小函数值
- P2827 蚯蚓
- P3045 [USACO12FEB]Cow Coupons

## Part 7.6 ST表

ST表可以离线查询区间最值。

- P3865 【模板】ST表
- P2251 质量检测
- P1816 忠诚
- P1198 [JSOI2008]最大数
- P2880 [USACO07JAN]Balanced Lineup
- P5012 水の数列
- P5344 【XR-1】 逛森林
- P2048 [NOI2010]超级钢琴

### Part 7.7 树状数组

树状数组是一种简洁高效的树形数据结构。

- P3374 【模板】树状数组 1
- P3368 【模板】树状数组 2
- P1908 逆序对
- P1966 火柴排队
- P3605 [USACO17JAN]Promotion Counting
- P1972 [SDOI2009]HH的项链
- P3586 [POI2015]LOG
- P4054 [JSOI2009]计数问题
- P4113 [HEOI2012]采花
- P3960 列队

#### Part 7.8 线段树

线段树的通用性比树状数组更强,可以处理更多涉及区间操作的题目。

- P3372 【模板】线段树 1
- P3373 【模板】线段树 2
- P5490 【模板】扫描线
- P4588 [TJOI2018]数学计算
- P1502 窗口的星星
- P2471 [SCOI2007]降雨量
- P2824 [HEOI2016/TJOI2016]排序
- P3722 [AH2017/HNOI2017]影魔
- P4097 [HEOI2013]Segment
- P4198 楼房重建
- P4513 小白逛公园
- P4556 [Vani有约会]雨天的尾巴
- P5324 [BJOI2019]删数
- P5327 [ZJOI2019]语言

## Part 7.9 分块

分块是一种非常通用的暴力方法,虽然效率不如线段树和树状数组, 但可以解决很多线段树和树状数组处理不了的问题。

- P3870 [TJOI2009]开关
- P3396 哈希冲突
- P3863 序列
- P1975 [国家集训队]排队
- P3710 方方方的数据结构
- P3992 [BJOI2017]开车
- P4168 [Violet]蒲公英
- P4119 [Ynoi2018]未来日记

## Part 7.10 可并堆

可并堆分为左偏树和配对堆两种,它们都具有堆的性质,且可以高效合并。

- P3377 【模板】左偏树 (可并堆)
- P2713 罗马游戏
- P1456 Monkey King
- P1552 [APIO2012]派遣
- P3261 [JLOI2015]城池攻占
- P3273 [SCOI2011]棘手的操作
- P4331 [BOI2004] Sequence

#### Part 7.11 主席树

主席树,即可持久化权值线段树。

- P2468 [SDOI2010] 粟粟的书架
- P33<u>02 [SDOI2013]森林</u>
- P3168 [CQOI2015]任务查询系统
- P4559 [JSOI2018]列队
- P2633 Count on a tree
- P3293 [SCOI2016]美味
- P4618 [SDOI2018]原题识别

### Part 7.12 平衡树

二叉搜索树可以用来维护有序序列。

为了保证查询效率,有多种使二叉搜索树保持平衡的实现方法。

- P3369 【模板】普通平衡树
- P3391 【模板】文艺平衡树 (Splay)
- P3850 [TJOI2007]书架
- P4008 [NOI2003]文本编辑器
- P5338 [TJOI2019]甲苯先生的滚榜
- P2042 [NOI2005]维护数列
- P1110 [ZJOI2007]报表统计
- P3644 [APIO2015]八邻旁之桥
- P1486 [NOI2004]郁闷的出纳员
- P2710 数列
- P3224 [HNOI2012]永无乡
- P3285 [SCOI2014]方伯伯的OJ
- P5321 [BJOI2019]送别

## Part 7.13 树链剖分

树链剖分可以将任意一条树上路径划分成若干条连续的链,并用线段树等数据结构高效维护链上信息。

- P3384 【模板】树链剖分
- P3313 [SDOI2014]旅行
- P2590 [ZJOI2008]树的统计
- P1505 [国家集训队]旅游
- P2486 [SDOI2011]染色
- P3258 [JLOI2014]松鼠的新家
- P4069 [SDOI2016]游戏
- P4211 [LNOI2014]LCA
- P4592 [TJOI2018]异或
- P5305 [GXOI/GZOI2019]旧词
- P5354 [Ynoi2017]由乃的OJ
- P5499 [LnOI2019]Abbi并不想研学

#### Part 7.14 树套树

#### 树套树可以用来维护多维度信息。

- P3380 【模板】二逼平衡树 (树套树)
- P1975 [国家集训队]排队
- P3332 [ZJOI2013]K大数查询
- P4278 带插入区间K小值
- P1903 [国家集训队]数颜色 / 维护队列
- P3759 [TJOI2017]不勤劳的图书管理员
- P3242 [HNOI2015]接水果
- P3248 [HNOI2016]树
- P5445 [APIO2019]路灯

## Part 7.15 动态树

Link-Cut Tree 可以用来解决动态树一类问题。

- P3690 【模板】Link Cut Tree (动态树)
- P3203 [HNOI2010]弹飞绵羊
- P4338 [ZJOI2018]历史
- P4312 [COCI2009]OTOCI
- P1501 [国家集训队]Tree II
- P2387 [NOI2014]魔法森林
- P3348 [ZJOI2016]大森林
- P3703 [SDOI2017]树点涂色
- P4172 [WC2006]水管局长
- P4219 [BJOI2014]大融合
- P5489 EntropyIncreaser 与 动态图

#### Part 7.16 可持久化数据结构

可持久化数据结构实现了在更新信息的时候保留历史版本。

- P3919 【模板】可持久化数组 (可持久化线段树/平衡树)
- P3834 【模板】可持久化线段树 1 (主席树)
- P3402 【模板】可持久化并查集
- P3835 【模板】可持久化平衡树
- P5055 【模板】可持久化文艺平衡树
- P5283 [十二省联考2019]异或粽子

#### Part 7.17 K-D Tree

K-D Tree 是一种高效处理 k 维信息的数据结构。

- P4357 [CQOI2016]K远点对
- P4148 简单题
- P2479 [SDOI2010]捉迷藏
- P3769 [CH弱省胡策R2]TATT
- P4169 [Violet]天使玩偶/SJY摆棋子
- P4390 [BOI2007]Mokia
- P4475 巧克力王国
- P2093 [国家集训队]JZPFAR
- P5471 [NOI2019]弹跳

### Part 7.18 珂朵莉树

珂朵莉树,是一种基于 std::set 的暴力数据结构,在数据随机的情况下表现优秀。

- P5251 [LnOI2019]第二代图灵机
- P5350 序列

## Part 8 图论

图论是数学的一个分支, 它以图为研究的对象。

## Part 8.1 图的存储与遍历

这里的图论内容都比较简单, 涉及图的存储以及遍历图的方式。

- P2661 信息传递
- P2921 [USACO08DEC]Trick or Treat on the Farm

### Part 8.2 最短路问题

很多题目都可以转化为最短路的模型。因此,掌握最短路算法非常重要。

- P3371 【模板】单源最短路径 (弱化版)
- P4779 【模板】单源最短路径(标准版)
- P5905 【模板】Johnson 全源最短路
- P1144 最短路计数
- P1462 通往奥格瑞玛的道路
- P1522 Cow Tours
- P1266 速度限制
- P4001 [ICPC-Beijing 2006]狼抓兔子
- P4568 [JLOI2011]飞行路线
- P3238 [HNOI2014]道路堵塞
- P5304 [GXOI/GZOI2019]旅行者

## Part 8.3 树上问题

作为一种特殊的图, 树上的问题具有很多鲜明的特点。

#### Part 8.3.1 二叉树

- 二叉树是一种特殊的树,它有很多特殊的性质。
- P1087 FBI树
- P1030 求先序排列
- P1305 新二叉树
- P1229 遍历问题
- P5018 对称二叉树
- P5597 【XR-4】复读

#### Part 8.3.2 树的直径

树的直径被定义为树上最远的两点间的距离。

计算树的直径,可以通过两遍 DFS 解决。

- P2195 HXY造公园
- P3629 [APIO2010]巡逻
- P5536 【XR-3】核心城市
- P1099 树网的核
- P4408 [NOI2003]逃学的小孩

#### Part 8.3.3 最近公共祖先

两个点的最近公共祖先,即两个点的所有公共祖先中,离根节点最远的一个节点。

求解最近公共祖先,常用的方法是树上倍增或者树链剖分。

- P3379 【模板】最近公共祖先 (LCA)
- P3938 斐波那契
- P4281 [AHOI2008]紧急集合 / 聚会

### Part 8.4 生成树

用 n-1 条边将图上的 n 个点连接起来,形成的树就被称为生成树。

- P3366 【模板】最小生成树
- P4180 【模板】严格次小生成树[BJWC2010]
- P2872 [USACO07DEC]Building Roads
- P1991 无线通讯网
- P1967 货车运输
- P4047 [JSOI2010]部落划分

## Part 8.5 拓扑排序

将一个有向无环图排序,使得所有排在前面的节点不能依赖于排在后面的节点,这就是拓扑排序。

- P1113 杂务
- P1983 车站分级
- P1038 神经网络

### Part 8.6 差分约束

差分约束要解决的问题是:求出一组 n 元不等式的一组解,使得所有约束关系都能得到满足。

- P5960 【模板】差分约束算法
- P3275 [SCOI2011]糖果
- P2294 [HNOI2005]狡猾的商人

- P4926 [1007]倍杀测量者
- P5590 赛车游戏

### Part 8.7 图的连通性相关

利用 Tarjan 算法,我们可以解决很多与图的连通性相关的问题。

- P3387 【模板】缩点
- P3388 【模板】割点 (割顶)
- P2341 [HAOI2006]受欢迎的牛
- P2863 [USACO06JAN]The Cow Prom
- P2746 [USACO5.3]Network of Schools
- P1407 [国家集训队]稳定婚姻
- P2272 [ZJOI2007]最大半连通子图
- P3225 [HNOI2012]矿场搭建
- P5058 [ZJOI2004]嗅探器
- P2515 [HAOI2010]软件安装

### Part 8.8 二分图

二分图上的不少问题都可以转化成网络流解决, 当然也有独特的其他 方法。

- P3386 【模板】二分图匹配
- P2756 飞行员配对方案问题
- P1129 [ZJOI2007]矩阵游戏
- P1559 运动员最佳匹配问题
- P2423 [HEOI2012]朋友圈
- P2764 最小路径覆盖问题
- P2825 [HEOI2016/TJOI2016]游戏
- P3033 [USACO11NOV]Cow Steeplechase
- P3731 [HAOI2017]新型城市化
- P4014 分配问题
- P4617 [COCI2017-2018#5] Planinarenje

## Part 8.9 网络流

网络流是图论中一个重要的分支,很多题目都可以通过建立网络流的模型来解决。

#### Part 8.9.1 最大流

最大流,即求网络中最大的流量。

- P3376 【模板】网络最大流
- P4722 【模板】最大流 加强版 / 预流推进
- P2065 [TJOI2011]卡片
- P2763 试题库问题
- P2472 [SCOI2007]蜥蜴
- P2754 [CTSC1999]家园
- P2765 魔术球问题
- P2766 最长不下降子序列问题
- P2805 [NOI2009]植物大战僵尸
- P3749 [六省联考2017]寿司餐厅

#### Part 8.9.2 最小割

最小割,即求一个边权最小的边集,使得源点和汇点不再连通。

可以证明,最大流=最小割。

- P1344 [USACO4.4]Pollutant Control
- P1345 [USACO5.4]Telecowmunication
- P2057 [SHOI2007]善意的投票
- P2598 [ZJOI2009]狼和羊的故事
- P2774 方格取数问题
- P4126 [AHOI2009]最小割
- P5039 [SHOI2010]最小生成树

#### Part 8.9.3 费用流

在网络流中给边加上一个参数——费用,就出现了费用流。

- P3381 【模板】最小费用最大流
- P4016 负载平衡问题
- P4452 [国家集训队]航班安排

- P2045 方格取数加强版
- P2050 [NOI2012]美食节
- P2053 [SCOI2007]修车
- P2604 [ZJOI2010]网络扩容
- P2770 航空路线问题
- P3159 [CQOI2012]交换棋子
- P3356 火星探险问题
- P3358 最长k可重区间集问题
- P4013 数字梯形问题
- P4015 运输问题
- P5331 [SNOI2019]通信

#### Part 8.9.4 上下界网络流

在网络流问题中给每条边的流量增加一个下界,就有了上下界网络流。

- P3980 [NOI2008]志愿者招募
- P4043 [AHOI2014/JSOI2014]支线剧情
- P4553 80人环游世界
- P4843 清理雪道

#### Part 8.10 2-SAT

k-SAT 问题的目标是对一些布尔变量赋值,满足限定的条件。

在 k-SAT 问题中, 2-SAT 问题属于较为容易解决的一类。

- P4782 【模板】2-SAT 问题
- P4171 [JSOI2010]满汉全席
- P3825 [NOI2017]游戏
- P5332 [JSOI2019]精准预测

### Part 8.11 点分治

点分治是一种可以高效统计树上路径信息的算法。

- P3806 【模板】点分治1
- P2634 [国家集训队]聪聪可可

- P2664 树上游戏
- P3714 [BJOI2017]树的难题
- P4149 [IOI2011]Race
- P3241 [HNOI2015]开店
- P4075 [SDOI2016]模式字符串
- P4183 [USACO18JAN]Cow at Large P
- P4292 [WC2010]重建计划
- P5306 [COCI2019]Transport

#### Part 8.12 虚树

将一些无用的点从树上删去,从而达到降低树的规模的效果。

- P2495 [SDOI2011]消耗战
- P3233 [HNOI2014]世界树
- P5360 [SDOI2019]世界地图
- P5439 【XR-2】永恒

### Part 8.13 矩阵树定理

矩阵树定理可以解决图的生成树计数问题。

- P4111 [HEOI2015]小Z的房间
- P2144 [FJOI2007]轮状病毒
- P3317 [SDOI2014]重建
- P4208 [JSOI2008]最小生成树计数

## Part 9 计算几何

试着用计算机来解决几何问题吧!

## Part 9.1 凸包

凸包指在平面上能包含所有给定点的最小凸多边形。

- P2742 【模板】二维凸包
- P2287 [HNOI2004]最佳包裹
- P3829 [SHOI2012]信用卡凸包

- P4680 [Ynoi2018]末日时在做什么?有没有空?可以来拯救吗?
- P4557 [JSOI2018]战争
- P5403 [CTS2019]田野

### Part 9.2 旋转卡壳

旋转卡壳是一种求出凸包所有对踵点对的算法。

- P1452 Beauty Contest
- P3187 [HNOI2007]最小矩形覆盖

## Part 9.3 半平面交

多个半平面的交集称之为半平面交。

- P3256 [JLOI2013]赛车
- P2600 [ZJOI2008]瞭望塔
- P4196 [CQOI2006]凸多边形
- P3297 [SDOI2013]逃考
- P4250 [SCOI2015]小凸想跑步
- P5328 [ZJOI2019]浙江省选

## Part 10 杂项

这里的专题,有很多都难以纳入前面的类别中,故将他们单独列入了 杂项。

#### Part 10.1 模拟退火

模拟退火是一种随机化算法。当一个问题的方案数量极大(甚至是无穷的)而且不是一个单峰函数时,我们常使用模拟退火求解。

- P1337 [JSOI2004]平衡点/吊打XXX
- P2503 [HAOI2006]均分数据
- P3878 [TJOI2010]分金币

### Part 10.2 0/1 分数规划

#### 0/1 分数规划用来求一个分式的极值。

- P4377 [USACO18OPEN]Talent Show
- P3199 [HNOI2009]最小圈
- P3288 [SCOI2014]方伯伯运椰子
- P3705 [SDOI2017]新生舞会
- P4322 [JSOI2016]最佳团体

### Part 10.3 离线算法

当题目不要求强制在线时,我们可以一次性读入所有询问来处理。

#### Part 10.3.1 CDQ 分治

CDQ 分治是一个基于分治思想的离线算法。

- P3810 【模板】三维偏序 (陌上花开)
- P3157 [CQOI2011]动态逆序对
- P2487 [SDOI2011]拦截导弹
- P4690 [Ynoi2016]镜中的昆虫
- P3206 [HNOI2010]城市建设

#### Part 10.3.2 整体二分

整体二分, 顾名思义就是把多个查询一起二分解决。

- P1527 [国家集训队]矩阵乘法
- P2617 Dynamic Rankings
- P3527 [POI2011]MET-Meteors
- P4602 [CTSC2018]混合果汁

#### Part 10.3.3 莫队

莫队算法可以解决不少离线区间询问问题。

- P1494 [国家集训队]小Z的袜子 /【模板】莫队
- P1903 [国家集训队]数颜色 / 维护队列 / 【模板】带修莫队
- P5906 【模板】回滚莫队
- P4887 【模板】莫队二次离线 (第十四分块(前体))

- P2709 小B的询问
- P3674 小清新人渣的本愿
- P3709 大爷的字符串题
- P4074 [WC2013]糖果公园
- P5501 [LnOI2019]来者不拒,去者不追

#### Part 10.4 奇怪的题目

OI 界中有一些非常规套路的题目,这里放出来分享。

- P4920 [WC2015]未来程序
- P5042 [国家集训队]丢失的题面 (ydc的题面)
- P5285 [十二省联考2019]骗分过样例
- P5246 [集训队互测2016]消失的源代码

### Part 10.5 非传统题

在 NOI 等比赛中, 非传统题正越来越频繁出现。

非传统题主要包括以下几类: 提交答案题, 交互题, 通信题。

#### Part 10.5.1 提交答案题

给你一些输入,你只需要提交这些输入对应的答案,即为提交答案 题。

- P1335 [NOI2013]小Q的修炼
- P1737 [NOI2016]旷野大计算
- P3614 yyy棋 II
- P3640 [APIO2013]出题人
- P3782 [WC2017]排序
- P3836 Nowruz
- P4920 [WC2015]未来程序
- P5402 [CTS2019]无处安放
- P5418 [CTSC2016]NOIP十合一
- P5600 【XR-4】尺规作图

#### Part 10.5.2 交互题

## 在交互题中,选手程序需要通过与测评程序交互来完成任务。

- P1733 猜数 (IO交互版)
- P1947 猜数
- P5208 [WC2019]I 君的商店
- P5473 [NOI2019]I 君的探险
- P6541 [WC2018]即时战略
- P6558 [APIO2017]考拉的游戏