

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И  
ОПТИКИ**

**Факультет** Информационных технологий и программирования  
**Кафедра** Компьютерных технологий  
**Направление подготовки** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**ОТЧЕТ**

**по учебной практике**

**Тема задания:** Адаптивная настройка вероятности мутации в эволюционных алгоритмах с помощью обучения с подкреплением

**Студент** Родионова Анна Дмитриевна, группа № M3339

**Руководитель практики от университета:** Буздалова Арина Сергеевна,  
сотрудник МНЛ КТ

**Ответственный за практику от университета:** Корнеев Г. А., зам. зав. каф. КТ по  
УР

**Практика пройдена с оценкой** \_\_\_\_\_

**Дата** \_\_\_\_\_

**Санкт-Петербург  
2018**

## **1. Цели и задачи практики**

Основной целью практики является повышение эффективности эволюционных алгоритмов за счет разработки новых механизмов адаптивной настройки вероятности мутации.

## **2. Сведения об организации**

Университет ИТМО – один из ведущих российских вузов в сфере информационных технологий. Он известен своими достижениями в области олимпиадного программирования, а также международной научной лабораторией «Компьютерные технологии», которая ведет исследования по четырем направлениям: машинное обучение, биоинформатика, эволюционные вычисления, дискретная оптимизация.

## **3. Занимаемая должность**

Занимаемая должность – программист-исследователь.

## **4. Используемые технологии**

Для реализации алгоритмов использовался язык программирования C++.

## **5. Цели проекта**

Разработать  $(1 + \lambda)$  эволюционный алгоритм, использующий обучение с подкреплением для настройки вероятности мутации, и на примере задачи “One Max” сравнить его производительность с производительностью базовых  $(1 + \lambda)$  эволюционных алгоритмов:

- без адаптивной настройки вероятности мутации;
- с адаптивной настройкой вероятности мутации с использованием разделения на две подгруппы.

## 6. Описание выполненного проекта

Эволюционные алгоритмы (ЭА) – направление в искусственном интеллекте, которое использует и моделирует процессы естественного отбора.

Примером такого алгоритма является  $(1 + \lambda)$  эволюционный алгоритм, являющийся вариацией эволюционной стратегии, или другими словами – алгоритмом поиска, основанным на идеях приспособления и эволюции. Суть его в том, что на каждой итерации генерируется  $\lambda$  промежуточных решений и среди них выбирается лучшее, которое становится “родителем” на следующей итерации.

Эффективность работы эволюционных алгоритмов сильно зависит от значений используемых параметров, в частности, от вероятности мутации. Для ряда эволюционных алгоритмов и простых задач оптимизации известны оптимальные функциональные зависимости значения вероятности мутации от приспособленности особей в текущем поколении. Однако такие зависимости сложно угадать. Вместо них можно использовать механизмы адаптивной настройки, согласно которым вероятность мутации меняется в процессе работы эволюционного алгоритма.

В выполненном проекте было проведено сравнение трех  $(1 + \lambda)$  эволюционных алгоритмов, использующих разные механизмы адаптивной настройки вероятности мутации на примере задачи “One Max”. Данная задача заключается в том, чтобы найти битовую строку длины  $n$ , состоящую только из единиц, имея изначально случайную битовую строку такой длины. Таким образом, функция приспособленности в задаче “One Max” – число единиц в текущем решении.

Рассмотренные  $(1 + \lambda)$  эволюционные алгоритмы:

- *без адаптивной настройки вероятности мутации*

Ожидаемое время работы алгоритма [1]:  $O(\frac{1}{2} \cdot \frac{n \cdot \ln(\ln(\lambda))}{\ln(\lambda)} + \frac{e^{pn}}{pn} \cdot \frac{n \cdot \ln(n)}{\lambda})$ .

Здесь вероятность мутации  $p$  является константой на протяжении всей работы алгоритма. Доказано, что в таком случае оптимальное ее значение равняется  $1/n$ .

*Псевдокод:*

Select  $x$  uniformly at random from  $\{0, 1\}^n$  and set  $p \leftarrow 1/n$ .

**for**  $t \leftarrow 1, 2, \dots$  **do**

**for**  $i \leftarrow 1, \dots, \lambda$  **do**

        Create  $x_i$  by flipping each bit in a copy of  $x$  independently with probability  $p$ .

$x^* \leftarrow \operatorname{argmax}_{x_i} f(x_i)$  (breaking ties randomly).

**if**  $f(x^*) \geq f(x)$  **then**

$x \leftarrow x^*$ .

- *с адаптивной настройкой вероятности мутации с использованием разделения на две подгруппы*

Ожидаемое время работы алгоритма [1]:  $O(\frac{n}{\ln(\lambda)} + \frac{n \cdot \ln(n)}{\lambda})$ .

В данном случае изначально заданная вероятность будет изменяться. На каждой итерации создается две примерно равных группы решений. Вероятность мутации для одной группы равняется  $p/2$ , а для другой  $2p$ , где  $p$  – текущая вероятность мутации. Равновероятно после текущей итерации вероятность мутации станет либо такой, какая была у группы, в которой было получено лучшее решение, либо равновероятно поменяется на случайную из  $p/2$  и  $2p$  (этот случай необходим, чтобы не застрять в зоне локального экстремума).

*Псевдокод:*

Select  $x$  uniformly at random from  $\{0, 1\}^n$  and set  $p \leftarrow 2/n$ .

**for**  $t \leftarrow 1, 2, \dots$  **do**

**for**  $i \leftarrow 1, \dots, \lambda$  **do**

        Create  $x_i$  by flipping each bit in a copy of  $x$  independently with probability  $p/2$  if  $i \leq \lambda/2$  and with probability  $2p$  otherwise.

$x^* \leftarrow \operatorname{argmax}_{x_i} f(x_i)$  (breaking ties randomly).

**if**  $f(x^*) \geq f(x)$  **then**

$x \leftarrow x^*$ .

    Perform one of the following two actions with probability 0.5:

- Replace  $p$  with probability of mutation that  $x^*$  has been created with.
- Replace  $p$  with either  $p/2$  or  $2p$ , each with probability 0.5.

    Replace  $p$  with  $\min\{\max\{2/n, p\}, 1/4\}$ .

*Замечания:*

- 1) Значение  $p$  должно быть всегда в диапазоне  $[2/n, 1/4]$ . Таким образом, в случае, если выбранная операция выводит вероятность мутации за его границы, для следующей итерации значение  $p$  останется неизменным.
- 2) В реализованной версии начальное значение  $p$  равнялось  $2/n$ .

- *с адаптивной настройкой вероятности мутации с использованием обучения с подкреплением*

*Ожидаемое время работы алгоритма:* неизвестно.

В качестве алгоритма обучения с подкреплением был использован алгоритм *Q-learning* [2], в котором состояние  $s$  определялось как число потомков, лучших, чем родитель, а два возможных действия  $a$  – как увеличение или уменьшение вероятности мутации в два раза. Функция  $Q(s, a)$  – ожидаемая награда агенту за действие  $a$  в состоянии  $s$ . Изначально она инициализируется нулями и в дальнейшем после каждой итерации изменяется по формуле:

$Q(s, a) := Q(s, a) + \alpha \cdot (r + \gamma \cdot \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a))$ , где

$\alpha$  – это фактор обучения (константа). Чем он выше, тем сильнее агент доверяет новой информации.

$\gamma$  – это фактор дисконтирования (константа). Чем он меньше, тем меньше агент задумывается о выгоде от будущих своих действий.

$s$  – состояние, в котором агент находился на момент начала итерации.

$a$  – переход, который агент совершил в конце прошлой итерации.

$s'$  – состояние, соответствующее новому набору потомков.

$r$  – поощрение, полученное лучшим потомком.

В итоге следующий переход  $a'$  (способ изменения вероятности мутации) агент выбирает как  $\operatorname{argmax}_a Q(s', a)$ .

*Псевдокод:*

Set  $Q(s, a) \leftarrow 0$  for each state  $s$  and for each transition  $a$ .

Select  $x$  uniformly at random from  $\{0, 1\}^n$  and set  $p \leftarrow 2/n$ .

**for**  $t \leftarrow 1, 2, \dots$  **do**

**for**  $i \leftarrow 1, \dots, \lambda$  **do**

        Create  $x_i$  by flipping each bit in a copy of  $x$  independently with probability  $p$ .

$x^* \leftarrow \operatorname{argmax}_{x_i} f(x_i)$  (breaking ties randomly).

$s' \leftarrow$  the number of offspring better than parent.

$r \leftarrow f(x^*) - f(x)$ .

**if**  $f(x^*) \geq f(x)$  **then**

$x \leftarrow x^*$ .

For the old state  $s$ , the new state  $s'$ , the transition  $a$ , with which the probability of mutation and reward  $r$  was updated for the last time update the value of  $Q(s, a)$ :

$Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + 0.8 \cdot (r + 0.2 \cdot \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a))$ .

Choose an action  $a'$  for changing  $p$ :

$$a' \leftarrow \operatorname{argmax}_a Q(s', a).$$

Replace  $p$  with probability of mutation that is determined by the action of  $a'$ .

Replace  $p$  with  $\min\{\max\{2/n, p\}, 1/4\}$ .

*Замечания:*

- 1) Для вероятности мутации инициализируемое значение, диапазон и поведение в случае попытки выбранной операции вывести ее значение из диапазона – совпадают с описанными в предыдущем алгоритме.
- 2) В реализованной версии  $\alpha$  принята равной 0.8,  $\gamma$  – 0.2, а поощрение потомка определяется разностью значений оценочной функции для этого потомка и его родителя.
- 3) Изначально последний совершенный переход  $a$  не определен, поэтому после первой итерации пересчета функции  $Q(s, a)$  не происходит.

Источники:

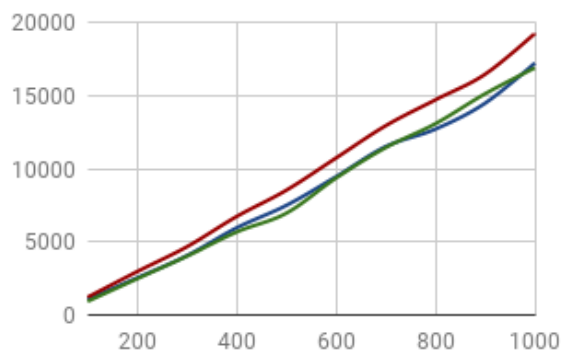
- 1) Doerr B., Giessen C., Witt C., Yang J. The  $(1+\lambda)$  Evolutionary Algorithm with Self-Adjusting Mutation Rate // Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference, 2017. – Pp. 1351-1358.
- 2) Николенко С. И., Тулупьев А. Л. Самообучающиеся системы. М., 2009.

Полученные результаты:

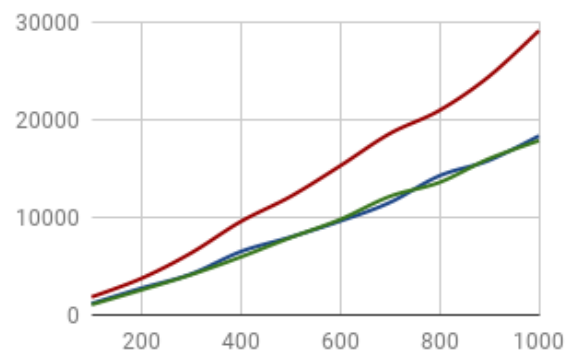
На рисунке 1 представлены сравнительные графики зависимости числа вычислений функции приспособленности от длины строки  $n$  для различных  $\lambda$ :

- без настройки (синий);
- с разделением на две подгруппы (красный);
- с обучением с подкреплением (зеленый).

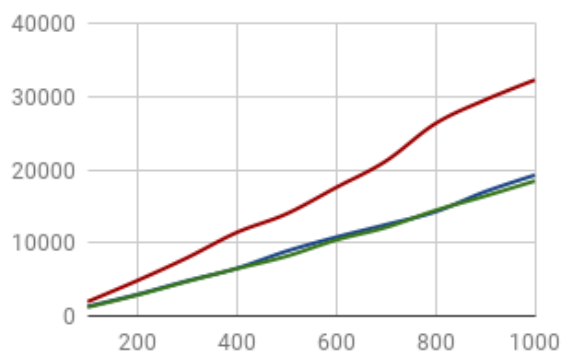
$\lambda = 1$



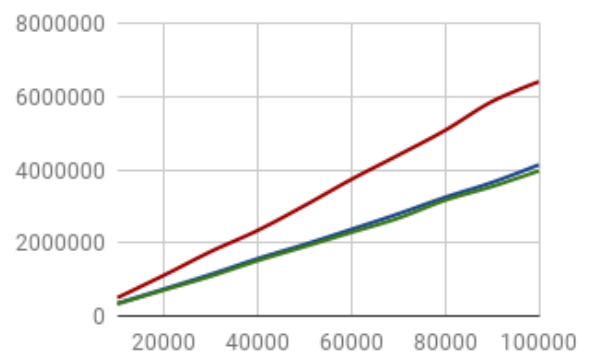
$\lambda = 5$



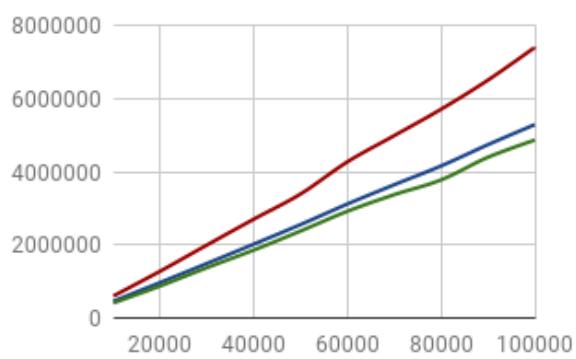
$\lambda = 10$



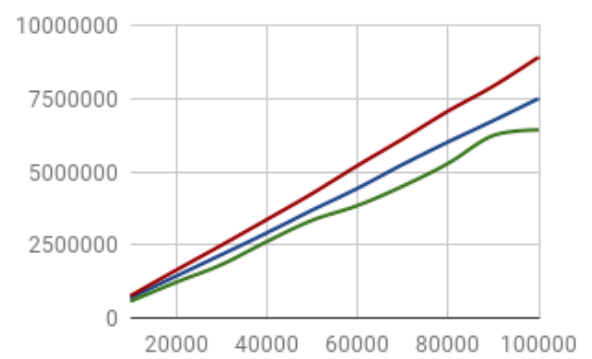
$\lambda = 50$



$\lambda = 100$



$\lambda = 200$



$\lambda = 400$

$\lambda = 800$



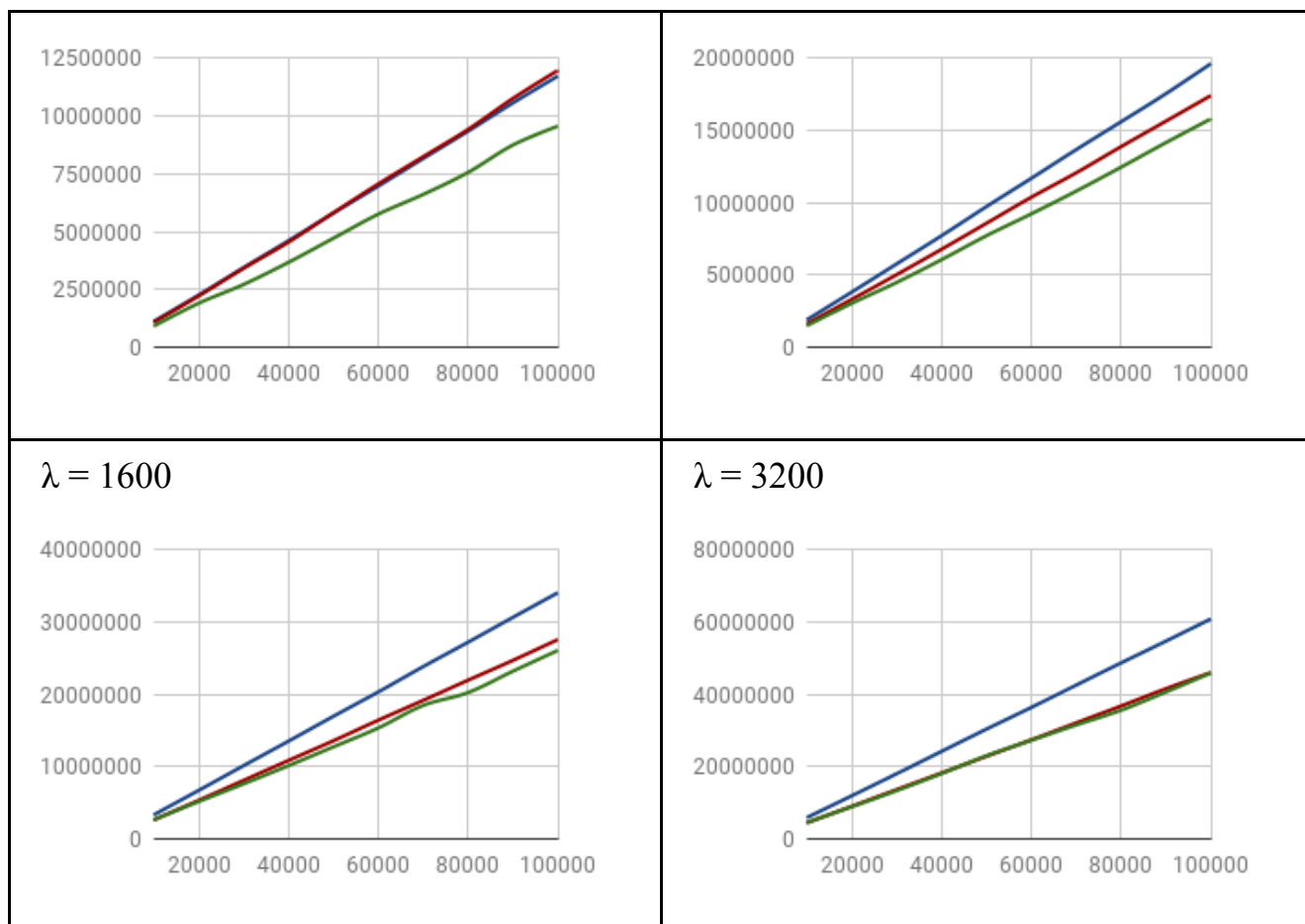


Рисунок 1 — зависимость числа вычислений функции приспособленности от длины строки  $n$  для различных  $\lambda$ .

Замечание:

Для возможности получения результатов для больших  $n$  за удовлетворительное время для мутации была использована оптимизация при которой вместо инвертирования каждого бита с вероятностью  $p$  находится каждый следующий инвертируемый бит путем округления вниз величины  $i + 1 + \log_{1-p} k$ , где  $k$  — случайное число в диапазоне от 0 до 1, а  $i$  — индекс текущего инвертируемого бита, изначально равный  $-1$ . Таким образом, одна мутация будет происходить не за  $n$ , а за  $np$ , что близко к константе.

## 7. Выводы

По полученным графикам можно сделать два вывода:

- 1) Алгоритм с разделением на две подгруппы становится эффективен только при больших значениях  $\lambda$  и  $n$ , а при малых значениях он “проигрывает” алгоритму без настройки.
- 2) Алгоритм, использующий обучение с подкреплением для всех рассмотренных  $\lambda$  работал не хуже, чем лучший из двух базовых алгоритмов при текущей  $\lambda$ . Таким образом, результаты исследования показали, что такой механизм адаптивной настройки вероятности мутации в эволюционных алгоритмах является достаточно эффективным для рассматриваемой базовой задачи и, значит, имеет смысл изучение его производительности для более сложных задач.