

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний Технічний Університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2
з дисципліни «Методи оптимізації та планування»
на тему: «ПРОВЕДЕННЯ ДВОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З
ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ»

Виконав:
студент 2-го курсу ФІОТ
групи ІО-92
Костюк А. В.
Перевірив:
Асистент
Регіда П. Г.

Київ – 2021

Мета: провести двофакторний експеримент, перевірити однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримати коефіцієнти рівняння регресії, провести натуралізацію рівняння регресії.

Варіант:

№ _{варіанта}	X ₁		X ₂	
	min	max	min	max
212	-40	20	5	40

$$y_{\max} = 180$$

$$y_{\min} = 80$$

Код програми:

```
from random import randint
import math
import numpy as np
class Lab2:
    def __init__(self):
        #Задані дані
        self.N_var = 12
        self.Y_max = (30 - self.N_var)*10
        self.Y_min = (20 - self.N_var)*10
        self.X1_min = -40
        self.X1_max = 20
        self.X2_min = 5
        self.X2_max = 40
        self.N = 5

        #Значення критерію Романовського за різних довірчих ймовірностей p кіль-
        костях дослідів m
        self.p_list = (0.99, 0.98, 0.95, 0.90)
        self.rkr_table = {2: (1.73, 1.72, 1.71, 1.69),
                           6: (2.16, 2.13, 2.10, 2.00),
                           8: (2.43, 4.37, 2.27, 2.17),
                           10: (2.62, 2.54, 2.41, 2.29),
                           12: (2.75, 2.66, 2.52, 2.39),
                           15: (2.9, 2.8, 2.64, 2.49),
                           20: (3.08, 2.96, 2.78, 2.62)}

        self.matrix23()
        self.exp()
        self.calculate()
        self.print()

    def matrix23(self):
        # Заповнимо матрицю планування для m=5
        self.matrix = [[randint(self.Y_min, self.Y_max) for n in range(self.N)]
        for k in range(3)]
        self.x_norm = [[-1, 1, -1], [-1, -1, 1]]
        print(
            "Дані варіанту 212 : Y_max = {}   Y_min = {}   X1_min = {}   X1_max =
```

```

{} X2_min = {} X2_max = {}".format(
    self.Y_max, self.Y_min, self.X1_min, self.X1_max, self.X2_min,
self.X2_max))
    print("Матриця планування для m = {}".format(self.N))
    print("-" * 53)
    print("| X1 | X2 | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 |")
    print("-" * 53)
    for i in range(3):
        print(
            f"| {self.x_norm[0][i]:^4}| {self.x_norm[1][i]:^4}|
{self.matrix[i][0]:^6}| {self.matrix[i][1]:^6}| {self.matrix[i][2]:^6}|
{self.matrix[i][3]:^6}| {self.matrix[i][4]:^6}|"
        )
        print("-" * 53)

def exp(self):
    #---Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Романовського---
    #1.Знайдемо середнє значення функції відгуку в рядку:
    self.average_Y1 = sum(self.matrix[0][j] for j in range(self.N))/self.N
    self.average_Y2 = sum(self.matrix[1][j] for j in range(self.N))/self.N
    self.average_Y3 = sum(self.matrix[2][j] for j in range(self.N))/self.N
    #2.Знайдемо дисперсії по рядках:
    self.D_Y1 = sum([(j - self.average_Y1) ** 2 for j in self.matrix[0]]) /
self.N
    self.D_Y2 = sum([(j - self.average_Y2) ** 2 for j in self.matrix[1]]) /
self.N
    self.D_Y3 = sum([(j - self.average_Y3) ** 2 for j in self.matrix[2]]) /
self.N
    #3.Обчислимо основне відхилення:
    self.main_deviation = math.sqrt((2 * (2 * self.N - 2)) / (self.N *
(self.N - 4)))
    #4.Обчислимо Fuv:
    self.Fuv_1 = self.D_Y1 / self.D_Y2
    self.Fuv_2 = self.D_Y3 / self.D_Y1
    self.Fuv_3 = self.D_Y3 / self.D_Y2
    #4.Обчислимо TETAuv:
    self.TETAuv_1 = ((self.N - 2) / self.N) * self.Fuv_1
    self.TETAuv_2 = ((self.N - 2) / self.N) * self.Fuv_2
    self.TETAuv_3 = ((self.N - 2) / self.N) * self.Fuv_3
    #6.Обчислимо Ruv:
    self.Ruv_1 = abs(self.TETAuv_1 - 1) / self.main_deviation
    self.Ruv_2 = abs(self.TETAuv_2 - 1) / self.main_deviation
    self.Ruv_3 = abs(self.TETAuv_3 - 1) / self.main_deviation

    if not self.check_homogeneity():
        print(f'\n Дисперсія неоднорідна! Змінимо m={self.N} to m={self.N +
1}\n')
        self.N += 1
        self.add()

def add(self):
    for i in range(3):
        self.matrix[i].append(randint(self.Y_min, self.Y_max))
    self.exp()

#---Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Романовського---
def check_homogeneity(self):
    m = min(self.rkr_table, key=lambda x: abs(x - self.N))
    p = 0
    for ruv in (self.Ruv_1, self.Ruv_2, self.Ruv_3):
        if ruv > self.rkr_table[m][0]:
            return False
    for rkr in range(len(self.rkr_table[m])):
        if ruv < self.rkr_table[m][rkr]:

```

```

        p = rkr
        temp = self.rkr_table[m][p]
        global p2
        p2 = self.p_list[p]
        global item_table
        item_table = temp
        return True

def calculate(self):
    # Розрахуємо нормованих коефіцієнтів рівняння регресії.
    self.mx1 = sum(self.x_norm[0]) / 3
    self.mx2 = sum(self.x_norm[1]) / 3

    self.my = (self.average_Y1 + self.average_Y2 + self.average_Y3) / 3

    self.a1 = sum([i ** 2 for i in self.x_norm[0]]) / 3
    self.a2 = sum(self.x_norm[0][i] * self.x_norm[1][i] for i in range(3)) /
3
    self.a3 = sum([i ** 2 for i in self.x_norm[1]]) / 3
    self.a11 = (self.x_norm[0][0] * self.average_Y1 + self.x_norm[0][1] *
self.average_Y2 + self.x_norm[0][2] * self.average_Y3) / 3
    self.a22 = (self.x_norm[1][0] * self.average_Y1 + self.x_norm[1][1] *
self.average_Y2 + self.x_norm[1][2] * self.average_Y3) / 3

    self.B0 = np.linalg.det([[self.my, self.mx1, self.mx2], [self.a11,
self.a1, self.a2], [self.a22, self.a2, self.a3]]) / (
        np.linalg.det([[1, self.mx1, self.mx2], [self.mx1, self.a1,
self.a2], [self.mx2, self.a2, self.a3]]))
    self.B1 = np.linalg.det([[1, self.my, self.mx2], [self.mx1, self.a11,
self.a2], [self.mx2, self.a22, self.a3]]) / (
        np.linalg.det([[1, self.mx1, self.mx2], [self.mx1, self.a1,
self.a2], [self.mx2, self.a2, self.a3]]))
    self.B2 = np.linalg.det([[1, self.mx1, self.my], [self.mx1, self.a1,
self.a11], [self.mx2, self.a2, self.a22]]) / (
        np.linalg.det([[1, self.mx1, self.mx2], [self.mx1, self.a1,
self.a2], [self.mx2, self.a2, self.a3]]))

    # Проводимо натуралізацію коефіцієнтів:
    self.delta_x1 = math.fabs(self.X1_max - self.X1_min) / 2
    self.delta_x2 = math.fabs(self.X2_max - self.X2_min) / 2
    self.x10 = (self.X1_max + self.X1_min) / 2
    self.x20 = (self.X2_max + self.X2_min) / 2
    self.a2_0 = self.B0 - (self.B1 * (self.x10 / self.delta_x1)) - (self.B2
* (self.x20 / self.delta_x2))
    self.a2_1 = self.B1 / self.delta_x1
    self.a2_2 = self.B2 / self.delta_x2

def print(self):
    print("Остаточні дані варіанту 212 після перевірок : Y_max = {} Y_min =
{} X1_min = {} X1_max = {} X2_min = {} X2_max = {}".format(
        self.Y_max, self.Y_min, self.X1_min, self.X1_max, self.X2_min,
self.X2_max))
    print("Матриця планування для m = {}".format(self.N))
    print("-" * 13)
    for i in range(3):
        print(f"| {self.x_norm[0][i]:^4}| {self.x_norm[1][i]:^4}|")
    print("-" * 13)
    print("-" * 53)
    s = []
    for i in range(self.N):
        s.append("Y"+str(i+1))
    for i in s:
        print(f"{i:^4}", end="")
    print()

```

```

        for j in self.matrix:
            print(*j)
        print("-" * 53)

        print("1) Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Романовського:")
        print("1. Середнє значення функції відгуку в рядку: Y1 = {} Y2 = {} Y3 = {}".format(self.average_Y1, self.average_Y2, self.average_Y3))
        print("2. Значення дисперсії по рядках:  $\sigma^2(Y1) = {} \sigma^2(Y2) = {} \sigma^2(Y3) = {}$ ".format("%.2f" % self.D_Y1, "%.2f" % self.D_Y2, "%.2f" % self.D_Y3))
        print("3. Основне відхилення  $\sigma\theta$ : {}".format("%.2f" % self.main_deviation))
        print("4. Обчислюємо Fuv: Fuv_1 = {} Fuv_2 = {} Fuv_3 = {}".format("%.2f" % self.Fuv_1, "%.2f" % self.Fuv_2, "%.2f" % self.Fuv_3))
        print("5. Обчислюємо  $\theta_{uv}$ :  $\theta_{uv1} = {} \theta_{uv2} = {} \theta_{uv3} = {}$ ".format("%.2f" % self.TETAuv_1, "%.2f" % self.TETAuv_2, "%.2f" % self.TETAuv_3))
        print("6. Обчислюємо Ruv: Ruv_1 = {} Ruv_2 = {} Ruv_3 = {}".format("%.2f" % self.Ruv_1, "%.2f" % self.Ruv_2, "%.2f" % self.Ruv_3))
        print("Ruv1 = {} < Rкр = {}".format("%.2f" % self.Ruv_1, item_table))
        print("Ruv2 = {} < Rкр = {}".format("%.2f" % self.Ruv_2, item_table))
        print("Ruv3 = {} < Rкр = {}".format("%.2f" % self.Ruv_3, item_table))
        print("Однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю  $p = {}$ !".format(p2))
        print("2) Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії:")
        print("mx1 = {} mx2 = {} my = {}".format("%.2f" % self.mx1, "%.2f" % self.mx2, "%.2f" % self.my))
        print("a1 = {} a2 = {} a3 = {}".format("%.2f" % self.a1, "%.2f" % self.a2, "%.2f" % self.a3))
        print("a11 = {} a22 = {} => B0 = {} B1 = {} B2 = {}".format("%.2f" % self.a11, "%.2f" % self.a22, "%.2f" % self.B0, "%.2f" % self.B1, "%.2f" % self.B2))
        print("Нормоване рівняння регресії :  $y = {} + ({})*x1 + ({})*x2$ ".format("%.2f" % self.B0, "%.2f" % self.B1, "%.2f" % self.B2))
        print("B0 - B1 - B2 = {} = Y1 = {}".format("%.2f" % (self.B0 - self.B1 - self.B2), self.average_Y1))
        print("B0 + B1 - B2 = {} = Y2 = {}".format("%.2f" % (self.B0 + self.B1 - self.B2), self.average_Y2))
        print("B0 - B1 + B2 = {} = Y3 = {}".format("%.2f" % (self.B0 - self.B1 + self.B2), self.average_Y3))
        print("Результати збігається з середніми значеннями Yj !")
        print("3) Натуралізація коефіцієнтів")
        print("Δx1 = {} Δx2 = {} X10 = {} X20 = {}".format(self.delta_x1, self.delta_x2, self.x10, self.x20))
        print("a0 = {} a1 = {} a2 = {}".format("%.2f" % self.a2_0, "%.2f" % self.a2_1, "%.2f" % self.a2_2))
        print("Натуралізоване рівняння регресії:  $y = {} + ({})*x1 + ({})*x2$ ".format("%.2f" % self.a2_0, "%.2f" % self.a2_1, "%.2f" % self.a2_2))
        print("Перевірка по рядках:")
        print("a2_0 + a2_1*X1_min + a2_2*X2_min = {} = Y1 = {}".format("%.2f" %

```

```

(self.a2_0 + self.a2_1 * self.X1_min + self.a2_2 * self.X2_min),

self.average_Y1))
    print("a2_0 + a2_1*X1_max + a2_2*X2_min = {} = Y2 = {}".format("%.2f" %
(self.a2_0 + self.a2_1 * self.X1_max + self.a2_2 * self.X2_min),

self.average_Y2))
    print("a2_0 + a2_1*X1_min + a2_2*X2_max = {} = Y3 = {}".format("%.2f" %
(self.a2_0 + self.a2_1 * self.X1_min + self.a2_2 * self.X2_max),

self.average_Y3))
    print("Отже, коефіцієнти натуралізованого рівняння регресії вірні")
    print("\nВиконав: студент групи ІО-92 Костюк Антон    Варіант 212")
Lab2 ()

```

Результати виконання:

Дані варіанту 212 : Y_max = 180 Y_min = 80 X1_min = -40 X1_max = 20 X2_min = 5 X2_max = 40
Матриця планування для m = 5

X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
-1	-1	131	85	121	136	82
1	-1	139	159	169	128	175
-1	1	135	109	124	174	88

Остаточні дані варіанту 212 після перевірок : Y_max = 180 Y_min = 80 X1_min = -40 X1_max = 20 X2_min = 5 X2_max = 40
Матриця планування для m = 5

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
131	85	121	136	82
139	159	169	128	175
135	109	124	174	88

1) Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Романовського:
1. Середнє значення функції відгуку в рядку: Y1 = 111.0 Y2 = 154.0 Y3 = 126.0
2. Значення дисперсії по рядках: $\sigma^2(Y1) = 528.40$ $\sigma^2(Y2) = 318.40$ $\sigma^2(Y3) = 824.40$
3. Основне відхилення σ_0 : 1.79
4. Обчислюємо Fuv: Fuv_1 = 1.66 Fuv_2 = 1.56 Fuv_3 = 2.59
5. Обчислюємо θ_{uv} : $\theta_{uv1} = 1.00$ $\theta_{uv2} = 0.94$ $\theta_{uv3} = 1.55$
6. Обчислюємо Ruv: Ruv_1 = 0.00 Ruv_2 = 0.04 Ruv_3 = 0.31
Ruv1 = 0.00 < Rkp = 2.0
Ruv2 = 0.04 < Rkp = 2.0
Ruv3 = 0.31 < Rkp = 2.0
Однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю p = 0.9 !
2) Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії:
mx1 = -0.33 mx2 = -0.33 my = 130.33
a1 = 1.00 a2 = -0.33 a3 = 1.00
a11 = -27.67 a22 = -46.33 => B0 = 140.00 B1 = 21.50 B2 = 7.50
Нормоване рівняння регресії : y = 140.00 + (21.50)*x1 + (7.50)*x2
B0 - B1 - B2 = 111.00 = Y1 = 111.0
B0 + B1 - B2 = 154.00 = Y2 = 154.0
B0 - B1 + B2 = 126.00 = Y3 = 126.0
Результати збігається з середніми значеннями Yj !

3) Натуралізація коефіцієнтів
 $\Delta x_1 = 30.0$ $\Delta x_2 = 17.5$ $X_{10} = -10.0$ $X_{20} = 22.5$
 $a_0 = 137.52$ $a_1 = 0.72$ $a_2 = 0.43$
 Натуралізоване рівняння регресії: $y = 137.52 + (0.72) \cdot x_1 + (0.43) \cdot x_2$
 Перевірка по рядках:
 $a_{2_0} + a_{2_1} \cdot X_{1_min} + a_{2_2} \cdot X_{2_min} = 111.00 = Y_1 = 111.0$
 $a_{2_0} + a_{2_1} \cdot X_{1_max} + a_{2_2} \cdot X_{2_min} = 154.00 = Y_2 = 154.0$
 $a_{2_0} + a_{2_1} \cdot X_{1_min} + a_{2_2} \cdot X_{2_max} = 126.00 = Y_3 = 126.0$
 Отже, коефіцієнти натуралізованого рівняння регресії вірні

Виконав: студент групи ІО-92 Костюк Антон Варіант 212

Висновок:

Проведено двофакторний експеримент, перевірено однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримано коефіцієнти рівняння регресії, проведено натуралізацію рівняння регресії. Під час виконання роботи проблем не виникало. Отримані результати збігаються з очікуваними.

Відповіді на контрольні питання:

1) Що таке регресійні поліноми і де вони застосовуються?

Регресійні поліноми - апроксимуючі поліноми, за допомогою яких ми можемо описати функцію. Застосовуються для оцінки результатів вимірів.

2) Визначення однорідності дисперсії.

Кожне R_{uv} (експериментальне значення критерію Романовського) порівнюється з R_{kp} (значення критерію Романовського за різних довірчих ймовірностей p) і якщо для усіх $u = \overline{1, N}; v = \overline{1, N}$ кожне $R_{uv} < R_{kp}$, то гіпотеза про однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю p .

3) Що називається повним факторним експериментом?

Повний факторний експеримент - багатофакторний експеримент, де використані всі можливі комбінації рівнів факторів.