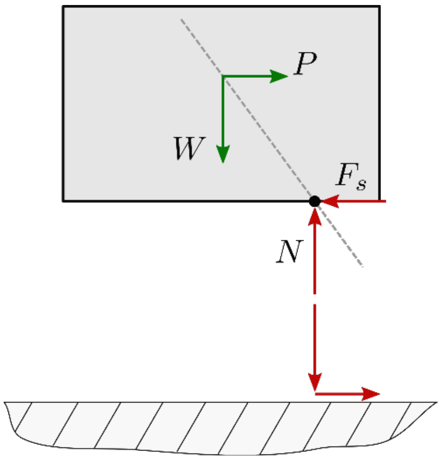
TKT4126 MEKANIKK

FORMELARK



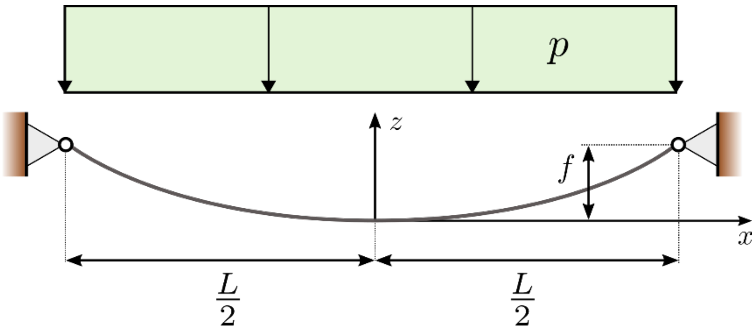
Coulombs friksjonslov

Friksjonskraft:

$$F_s = \mu_s N$$

der μ_s er den statiske friksjonskoeffisienten.

Symmetrisk parabelkabel



Kabelform:

$$z(x) = \frac{px^2}{2S_0}$$

Horisontalstrekk:

$$S_0 = \frac{pL^2}{8f}$$

Pilhøyde:

$$f = \frac{pL^2}{8S_0}$$

Strekkraft:

$$S(x) = \sqrt{S_0^2 + (px)^2}$$

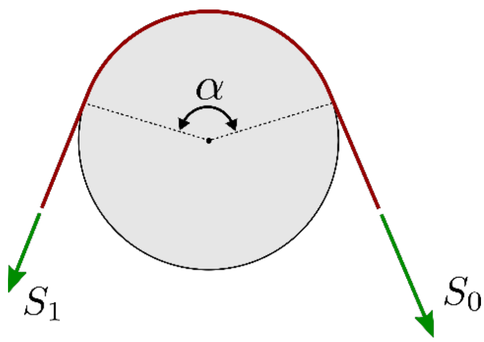
Maksimal strekkraft:

$$S_{max} = S_0\sqrt{1 + \left(\frac{4f}{L}\right)^2}$$

Taufriksjon

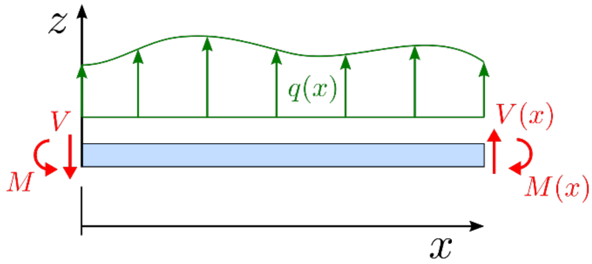
$S_1 = S_0 e^{\mu\alpha}$ $(S_0 < S_1)$

$S_1 = S_0 e^{-\mu\alpha}$ $(S_0 > S_1)$



Likevekt av bjelkeelement:

$$\frac{dV}{dx} = -q(x), \qquad \frac{dM}{dx} = V(x)$$

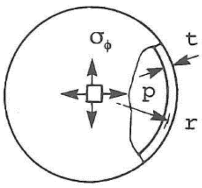


Tynnveggede beholdere

r: middelradius, *p*: indre overtrykk, *t*: veggtykkelse

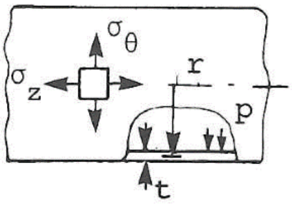
Spenning i tynnvegget kuleskall:

$$\sigma_\phi = \frac{r}{2t} p$$

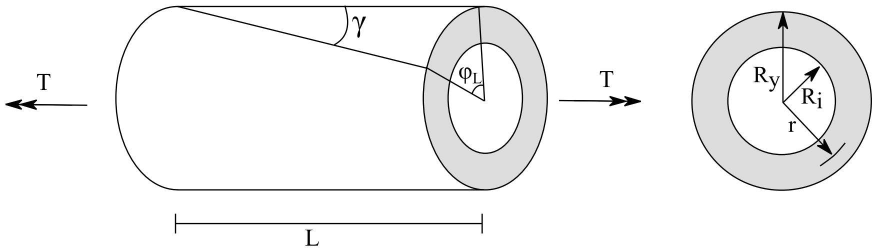


Spenning i tynnvegget sirkulærsylindrisk beholder:

$$\sigma_\theta = \frac{r}{t} p, \qquad \sigma_z = \frac{r}{2t} p$$



Torsjon av sirkulære tverrsnitt



Skjærtøyning fra vinkelendring:

$$\gamma = \frac{r\phi_L}{L}$$

Polart arealmoment I_p for sirkulært tverrsnitt:

$$I_p = \frac{\pi}{2}\left(R_y^4 - R_i^4\right)$$

Tilnærming for tynnvegget tverrsnitt

$$I_p \approx 2\pi R^3 t$$

der R er middelradius, $R = \frac{R_i + R_y}{2}$

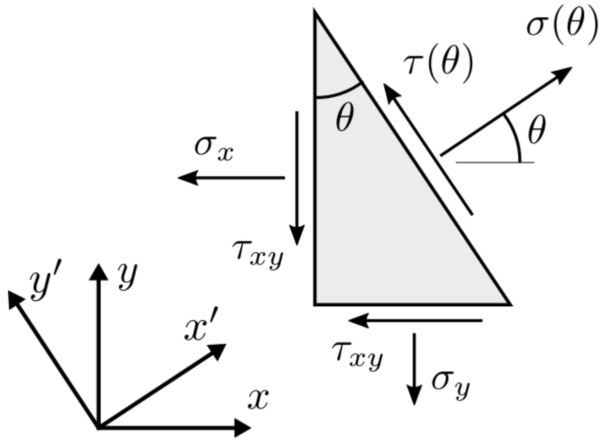
Skjærspenning fra torsjonsmoment:

$$\tau = \frac{T}{I_p} r$$

Vinkelendring pga. torsjonsmoment:

$$\phi_L = \frac{TL}{I_p G}$$

Spenningsanalyse (plan spenning)



Transformasjon av spenninger i en flate:

$$\sigma(\theta) = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta$$
$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau(\theta) = (\sigma_y - \sigma_x)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$
$$= -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

Hovedspenninger:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

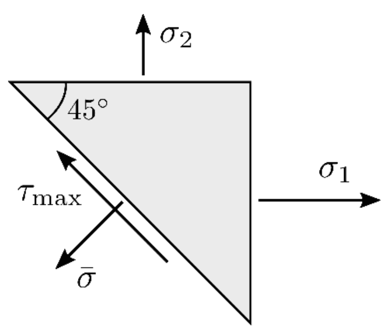
Hovedspenningsretninger:

$$\tan 2\theta_{1,2} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}\ , \qquad \theta_2 = \theta_1 + \pi/2$$
$$\tan\theta_1 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_1-\sigma_y} = \frac{\sigma_1-\sigma_x}{\tau_{xy}}$$

Formlene i den siste linja gir alltid rett kvadrant for vinkelen θ_1

Maksimal skjærspenning (i planet):

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



Tøyningsanalyse (plan tøyning)

Transformasjon av tøyninger i en flate:

$$\begin{aligned}\epsilon(\theta) &= \epsilon_x \cos^2\theta + \epsilon_y \sin^2\theta + \gamma_{xy} \sin\theta\cos\theta \\ &= \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}\gamma(\theta) &= \left(\epsilon_y - \epsilon_x\right)\sin\theta\cos\theta + \tfrac{1}{2}\gamma_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \\ &= -\tfrac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\sin 2\theta + \tfrac{\gamma_{xy}}{2}\cos 2\theta\end{aligned}$$

Hovedtøyninger:

$$\epsilon_{1,2} = \tfrac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\tfrac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

Hovedtøyningsretninger:

$$\tan 2\theta_{1,2} = \tfrac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y}, \qquad \theta_2 = \theta_1 + \pi/2$$

$$\tan\theta_1 = \frac{\gamma_{xy}}{2(\epsilon_1 - \epsilon_y)} = \frac{2(\epsilon_1 - \epsilon_x)}{\gamma_{xy}}$$

Maksimal skjærtøyning (i planet):

$$\tfrac{1}{2}\gamma_{max} = \tfrac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_2) = \sqrt{\left(\tfrac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

Materialligninger

Hookes lov

Tøyning:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z\right)$$
$$\epsilon_y = \frac{1}{E}\left(-\nu\sigma_x + \sigma_y - \nu\sigma_z\right)$$
$$\epsilon_z = \frac{1}{E}\left(-\nu\sigma_x - \nu\sigma_y + \sigma_z\right)$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \qquad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}, \qquad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

Spenning:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\Big((1-\nu)\epsilon_x + \nu\big(\epsilon_y + \epsilon_z\big)\Big)$$
$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\Big((1-\nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_x + \epsilon_z)\Big)$$
$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\Big((1-\nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y)\Big)$$
$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \qquad \tau_{xz} = G\gamma_{xz}, \qquad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}$$

Plan spenningstilstand ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$):

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right),\ \epsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right),\ \epsilon_z = -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right),\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\epsilon_x + \nu\epsilon_y\right),\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\epsilon_y + \nu\epsilon_x\right),\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Plan tøyningstilstand ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$):

$$\epsilon_x = \frac{1+\nu}{E}\Big((1-\nu)\sigma_x - \nu\sigma_y\Big),\ \epsilon_y = \frac{1+\nu}{E}\Big((1-\nu)\sigma_y - \nu\sigma_x\Big),\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\Big((1-\nu)\epsilon_x + \nu\epsilon_y\Big), \quad \sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\Big((1-\nu)\epsilon_y + \nu\epsilon_x\Big),$$
$$\sigma_z = \frac{E\cdot\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(\epsilon_x + \epsilon_y\right) = \nu\big(\sigma_x + \sigma_y\big),\ \tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Forhold mellom E, G og ν :

$$E = 2G(1+\nu)$$

Temperaturtøyning:

$$\epsilon^T = \alpha \cdot \Delta T$$

Flytekriterier

Tresca-kriteriet:

$$\tau_{max} = f_y/2$$

Mises-kriteriet:

$$\sigma_j = f_y$$

$$\sigma_j = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_j &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \\ \sigma_j &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \end{aligned}\right\} \text{Plan spenningstilstand}$$

Nyttige funksjoner for Python 3/MATLAB:

Tekst i rødt erstattes med hensiktsmessig variabel, tall eller tekst.

Python 3:

Eksempel på for-løkke ved bruk av range	**for** i **in** range(første_indeks, siste_indeks):
if, elif, else	**if** i == 1: , **elif** i == 2:, **else**:
Skriv ut tekst og svar	**print**('tekst' + str(tall) + 'mer_tekst')
Rund av tall	flyttall = round(tall, presisjon)
NumPy-funksjoner:	arr betyr at svar eller input er en numpy-liste (array)
Importer numpy-biblioteket	**import** numpy as np
Diverse matematiske funksjoner	np.sin(tall), np.cos(tall), np.tan(tall), np.exp(tall), np.pi
Lag en numpy-liste	arr = np.array(liste)
Lag en numpy-liste med verdier (antall elementer)	arr = np.linspace(min, max, antall_tall)
Lag en numpy-liste med verdier (steglengde)	arr = np.arange(min, max, steglengde)
Lag en numpy-liste hvor alle elementer er 0	arr = np.zeros(antall_nuller)
Lag en numpy-liste hvor alle elementer er 1	arr = np.ones(antall_enere)
Finn minste verdi i en numpy-liste	flyttall = np.min(arr)
Finn indeks for minste verdi i en numpy-liste	heltall = np.argmin(arr)
Finn største verdi i en numpy-liste	flyttall = np.max(arr)
Finn indeks for største verdi i en numpy-liste	heltall = np.argmax(arr)
Summere alle tall i en numpy-liste	flyttall = np.sum(arr)
Finn lengden av en numpy-liste eller liste	heltall = len(arr)
Les tekstfil	Arr = np.genfromtxt('filnavn.txt')
Polynomfunksjoner: Polynomene antas på formen angitt til høyre. *N* er polynomets grad. *a* inneholder polynomets koeffisienter.	y(x) = a[0]*x***N* + a[1]*x**(*N*-1) + … + a[*N*]
Tilpass et polynom til et datasett (x,y)	a = np.polyfit(x, y, N)
Evaluer et polynom ved ønsket x-verdi(er)	arr = np.polyval(a, x)

MATLAB: If-setninger og for-løkker avsluttes med **end**

Eksempel på for-løkke	**for** i = første_indeks : steglengde : siste_indeks
if, else if, else	**if** i == 1, **else if** i == 2, **else.**
Skriv ut tekst og svar	**disp**(['tekst' , num2str(tall) , 'mer_tekst'])
Runde av tall med ønsket presisjon	flyttall = round(tall, presisjon);
Diverse matematiske funksjoner	sin(tall), cos(tall), tan(tall), exp(tall), pi
Lag array med verdier (antall elementer)	arr = linspace(min, max, antall_tall);
Lag et array med verdier (steglengde)	arr = (min : steglengde : max);
Lag et array hvor alle elementer er 0	arr = zeros(antall_rader, antall_kolonner);
Lag et array hvor alle elementer er 1	arr = ones(antall_rader, antall_kolonner);
Finn minste verdi i et array	[min_verdi, indeks] = min(arr);
Finn største verdi i et array	[max_verdi, indeks] = max(arr);
Summere alle tall i et array	flyttall = sum(arr);
Finn lengden av et array	heltall = length(arr);
Polynomfunksjoner: Polynomene antas på formen angitt til høyre. *N* er polynomets grad. *a* inneholder polynomets koeffisienter.	y(x) = a(1)*x***N* + a(2)*x**(*N*-1) + … + a(*N*+*1*);
Tilpass et polynom til et datasett (x,y)	a = polyfit(x, y, N);
Evaluer et polynom ved ønsket x-verdi(er)	arr = polyval(a, x);