数据结构与算法实习

张路　主讲

图问题的常规解法

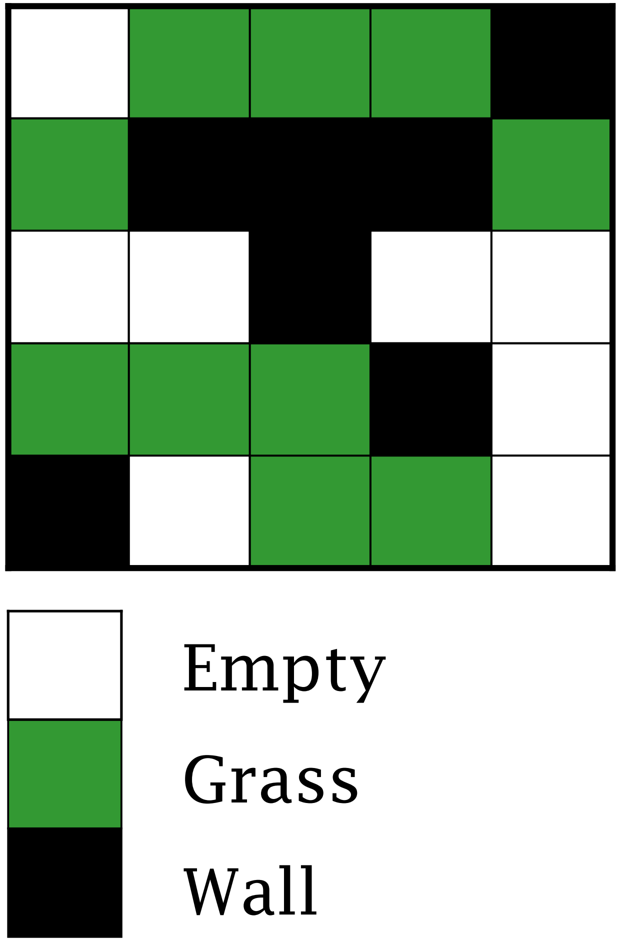
- 第一步
  - 将抽象问题转化为具体的图的模型（建图）
- 第二步
  - 套经典算法求解（最短路，负环，连通性，最大流，费用流，二部图匹配...）

讲师录像
4:3

Place the Robots (ZOJ1654)

问题描述

有一个N*M(N,M<=50)的棋盘，棋盘的每一格是三种类型之一：空地、草地、墙。机器人只能放在空地上。在同一行或同一列的两个机器人，若它们之间没有墙，则它们可以互相攻击。问给定的棋盘，最多可以放置多少个机器人，使它们不能互相攻击。



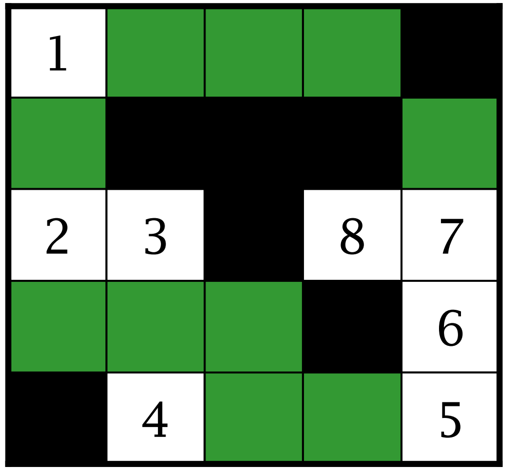
讲师录像
4:3

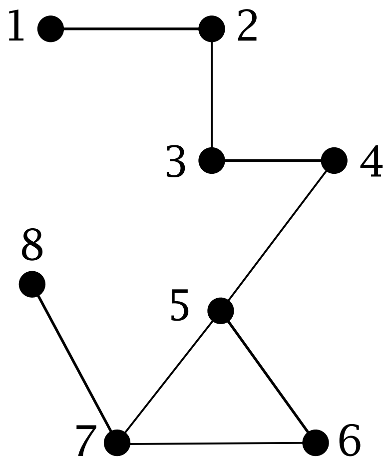
Place the Robots (ZOJ)

模型一

在问题的原型中，草地，墙这些信息不是我们所关心的，我们关心的只是空地和空地之间的联系。因此，我们很自然想到了下面这种简单的模型：

以空地为顶点，有冲突的空地间连边，我们可以得到右边的这个图：





于是，问题转化为求图的最大独立集问题。

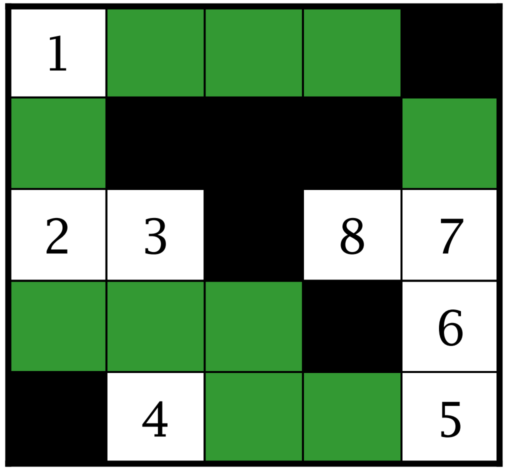
讲师录像
4:3

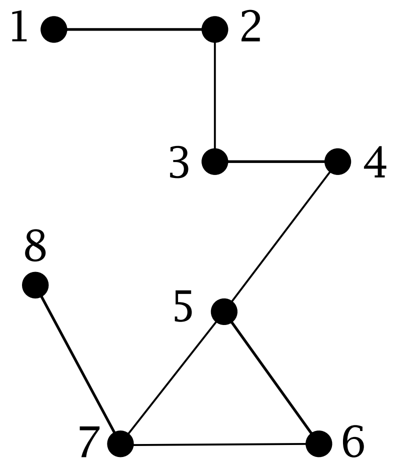
Place the Robots (ZOJ)

模型一

在问题的原型中，草地，墙这些信息不是我们所关心的，我们关心的只是空地和空地之间的联系。因此，我们很自然想到了下面这种简单的模型：

以空地为顶点，有冲突的空地间连边，我们可以得到右边的这个图：





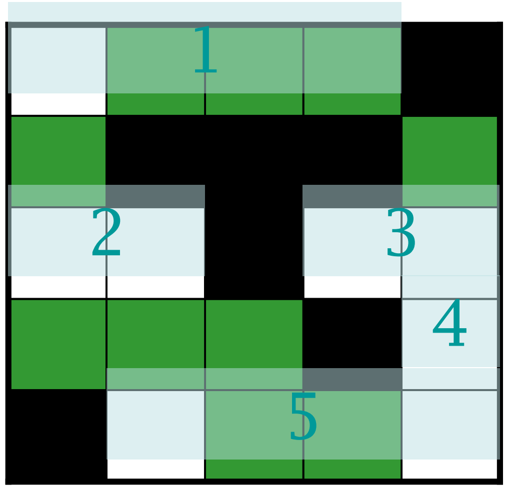
这是 NPC 问题！

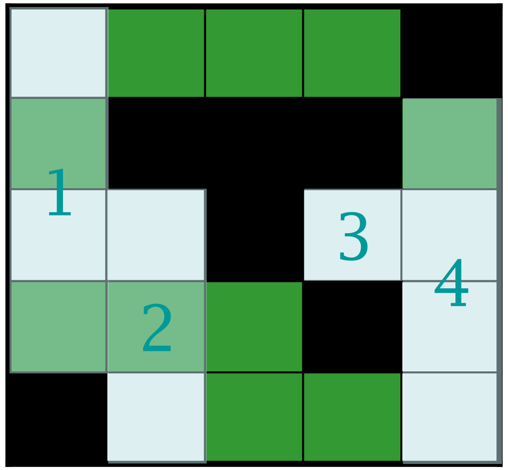
Place the Robots (ZOJ)

模型二

我们将每一行，每一列被墙隔开，且包含空地的连续区域称作“块”。显然，在一个块之中，最多只能放一个机器人。我们把这些块编上号。

同样，把竖直方向的块也编上号。





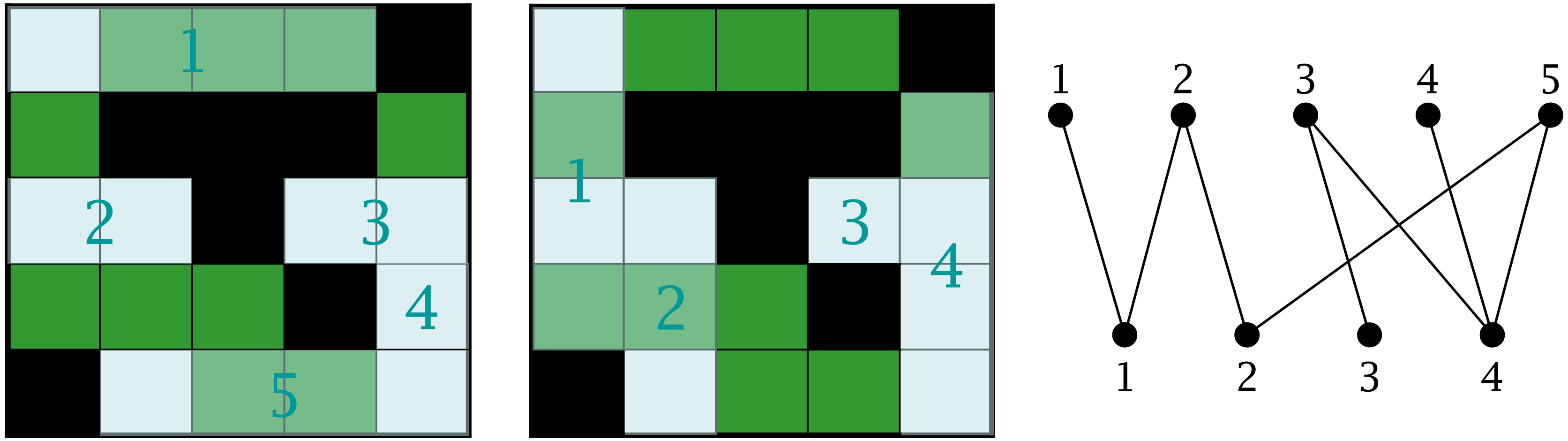
讲师录像
4:3

Place the Robots (ZOJ)

模型二

把每个横向块看作X部的点，竖向块看作Y部的点，若两个块有公共的空地，则在它们之间连边。

于是，问题转化成这样的一个二部图：

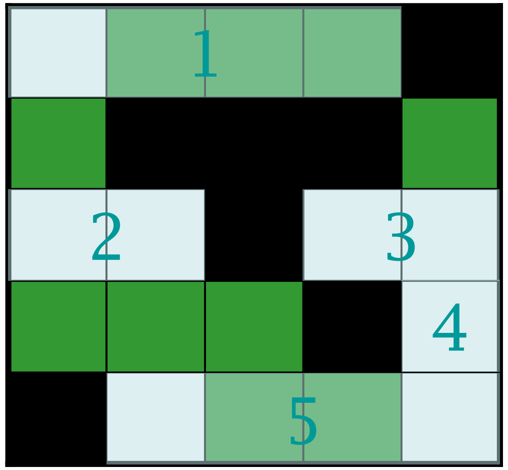


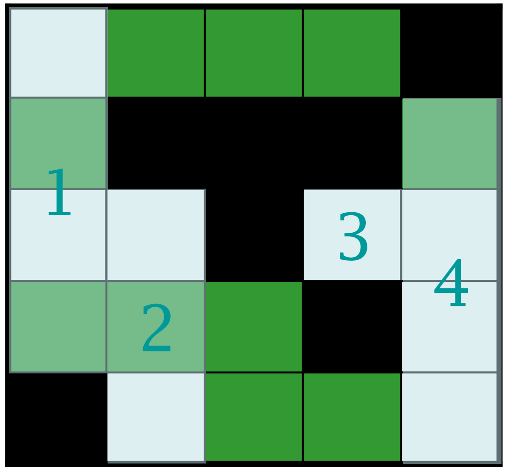
讲师录像
4:3

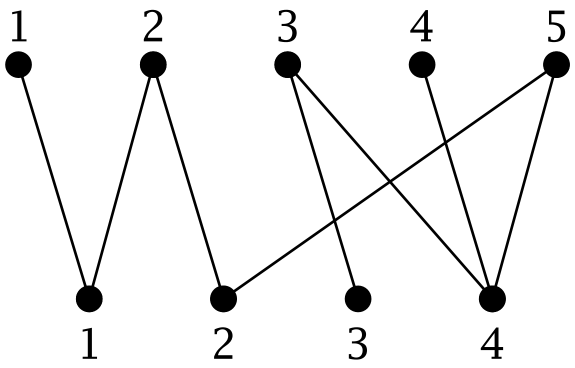
Place the Robots (ZOJ)

模型二

由于每条边表示一个空地，有冲突的空地之间必有公共顶点，所以问题转化为二部图的最大匹配问题。







讲师录像
4:3

Place the Robots（ZOJ）

模型一过于简单，没有给问题的求解带来任何便利；模型二则充分抓住了问题的内在联系，巧妙地建立了二部图模型。

为什么会产生这种截然不同的结果呢？

其一是由于对问题分析的角度不同：模型一以空地为点，模型二以空地为边；

其二是由于对原型中要素的选取有差异：模型一对要素的选取不充分，模型二则保留了原型中“棋盘”这个重要的性质。

由此可见，对要素的选取，是图论建模中至关重要的一步。

讲师录像
4:3

图的扩展

- 二部图
- 最短路
  - A*算法
    - bellman_ford，SPFA
    - 差分约束系统

讲师录像
4:3

匹配

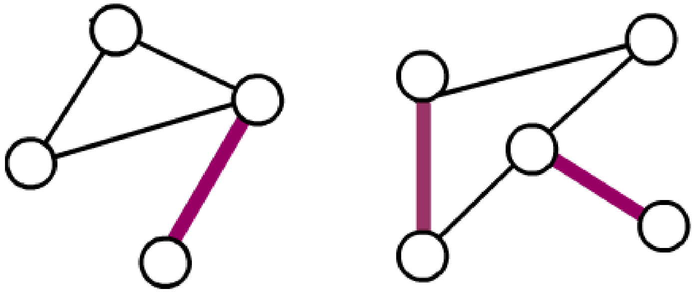
matching(graph Theory)

- DEFINITION：

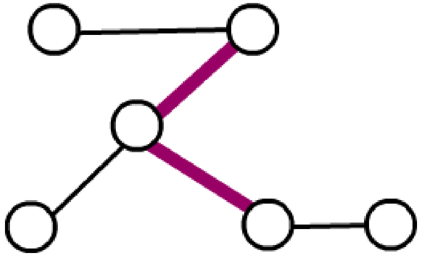
Given a graph $G = (V,E)$, a **matching** M in G is a set of pairwise non-adjacent edges; that is, no two edges share a common vertex.

（一个顶点不能与两条以上的边相关）

A vertex is **matched** (or **saturated**) if it is incident to an edge in the matching. Otherwise the vertex is **unmatched**.



Matching



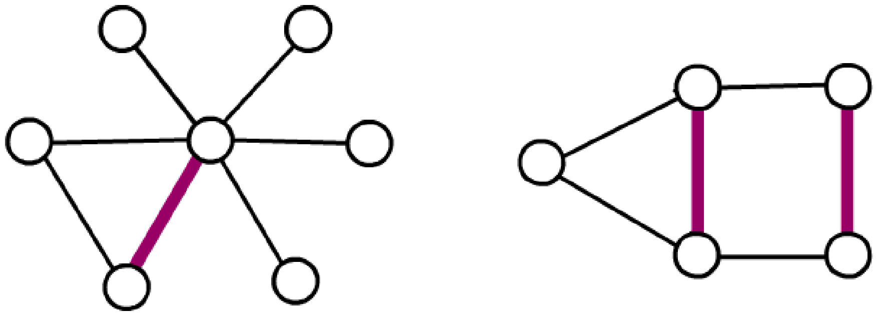
Not Matching

讲师录像
4:3

极大匹配
maximal matching

- DEFINITION：

 A **maximal matching** is a matching M of a graph G with the property that if any edge not in M is added to M, it is no longer a matching, that is, M is maximal if it is not a proper subset of any other matching in graph G.（就这个状态本身而言，不能再增加边）



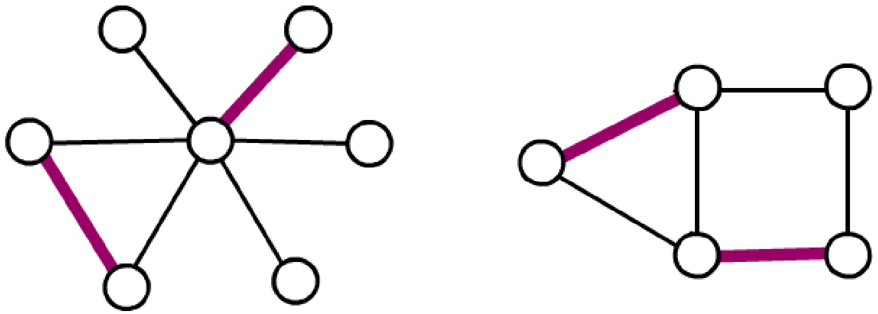
Maximal Matching

讲师录像
4:3

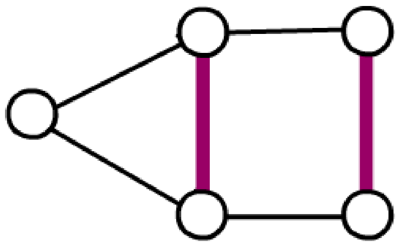
最大匹配
maximum matching

- DEFINITION：

A **maximum matching** is a matching that contains the largest possible number of edges. There may be **many** maximum matchings. （边数最多的匹配）



Maximum Matching

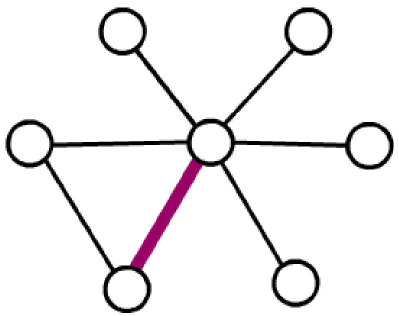


Another

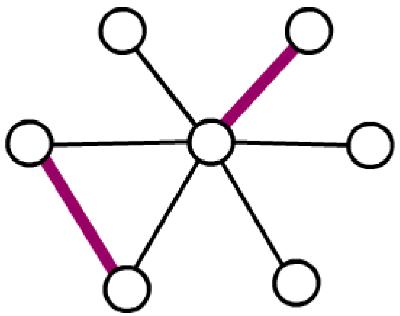
讲师录像
4:3

极大匹配 & 最大匹配
maximal & maximum

- Every **maximum** matching is **maximal**, but not every **maximal** matching is a **maximum** matching.



Maximal Matching（极大）



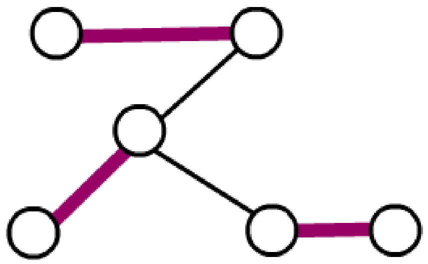
Maximum Matching（最大）

讲师录像
4:3

完备匹配
Perfect matching

- DEFINITION：

 A **perfect matching** is a matching which matches all vertices of the graph. That is, every vertex of the graph is incident to exactly one edge of the matching. Every perfect matching is maximum and hence maximal.
（点都被匹配了）



Perfect Matching

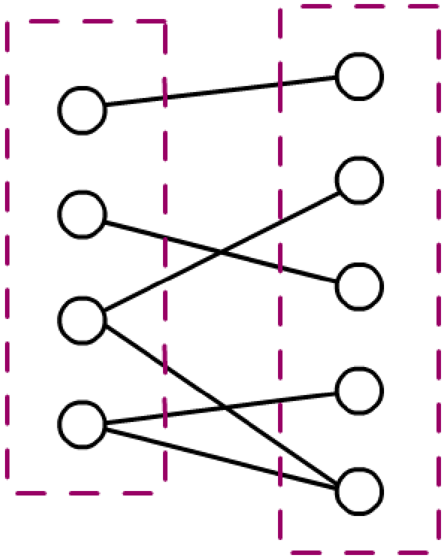
讲师录像
4:3

二部图

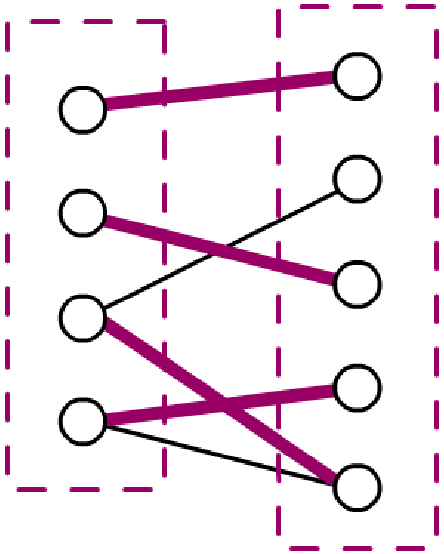
bipartite graph

- DEFINITION：

a **bipartite graph** (or **bigraph**) is a graph whose vertices can be divided into two disjoint sets U and V such that every edge connects a vertex in U to one in V; that is, U and V are independent sets.（区分两类点，属性不同）



Bipartite Graph



Matching in Bigraph

讲师录像
4:3

电源问题
Problem

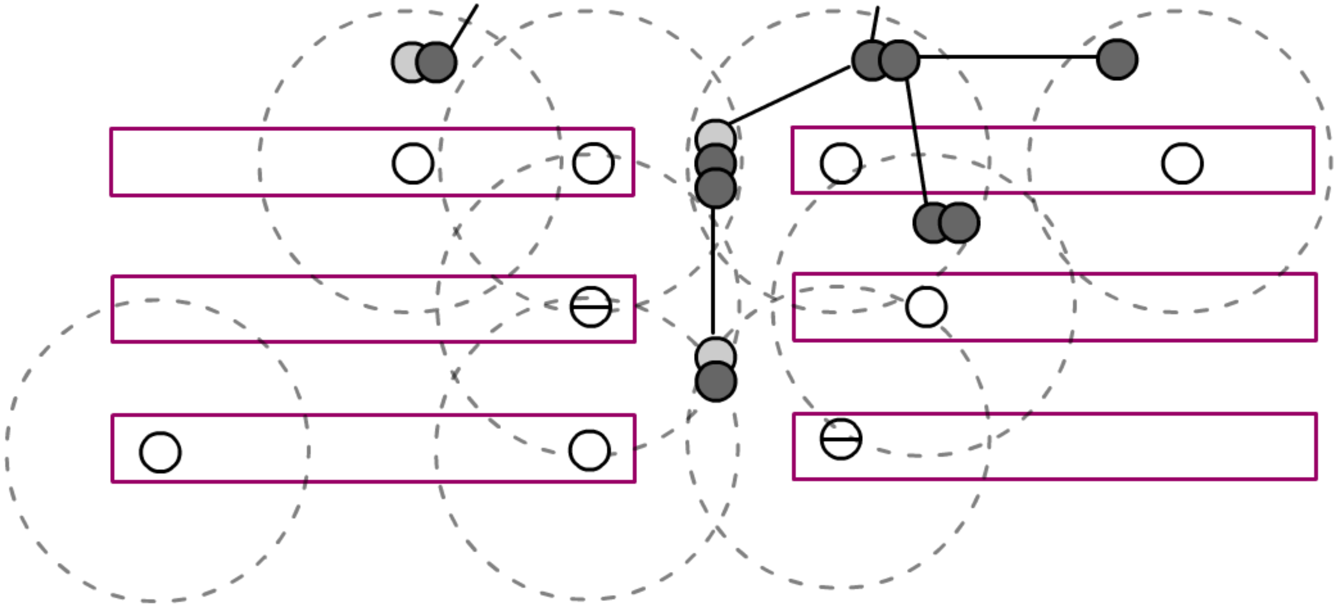
- 在理教自习电源数量有限，总有些本本无奈要靠电池维持生命
- 假设现在已经完成了所有拖线板的接线工作，并且布线情况不再改变
- 笔记本所在座位固定，电源线长度有限，且有的笔记本使用的电源线需要双孔插头，有的需要三孔插头
- 问按现有拖线板布线情况最多有多少电脑可以供电？

讲师录像
4:3

问题的转化

ANALYSIS

- 将每台电脑设为点(Vertex)，需要不同插口的电脑视作不同的点
- 将每个电源插口设为点(Vertex)，不同的插口视作不同的点
- 每台电脑有一个电源线长的半径

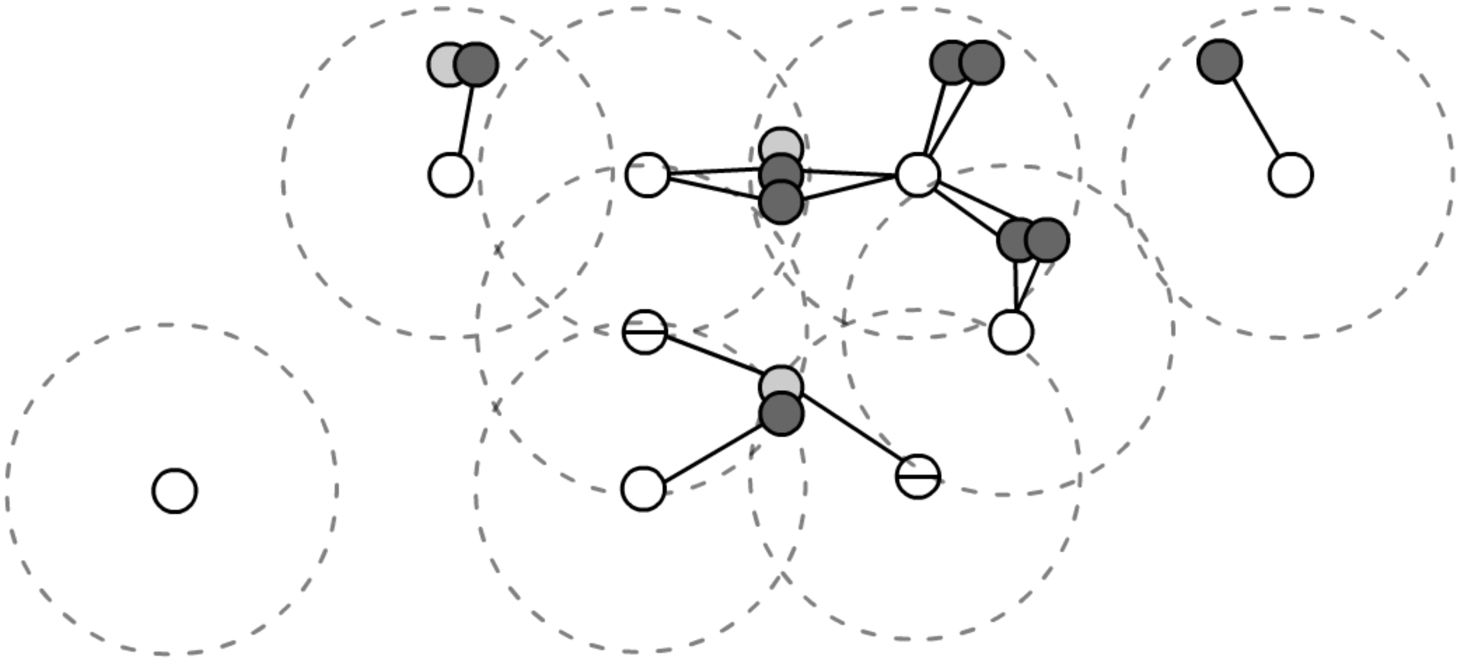


讲师录像
4:3

问题的转化

ANALYSIS

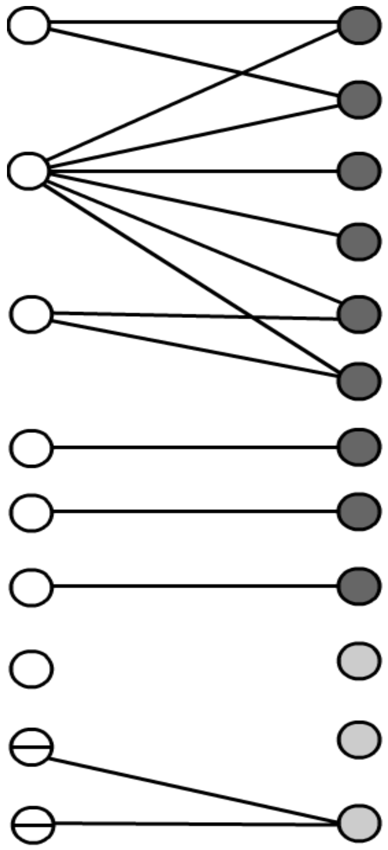
- 将每台电脑与其可以接的电源插口连边(Edge)
- 去除帮助理解用的辅助信息
- 即得到问题的图



讲师录像
4:3

问题的转化
ANALYSIS

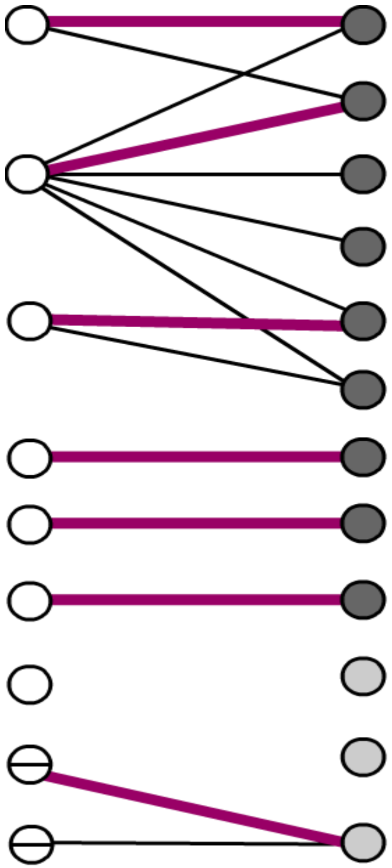
- 显然
- 电脑与电脑之间不会有边
  - 插口与插口之间也不会有边
- 所以这是一个二部图
- 根据右图很容易得到一个解决方案



讲师录像
4:3

问题的解决
Solution

- 由图可知
- 有7台电脑可以连上电源
  - 有2台电脑可怜地要靠电池工作



- 但对于更普遍的情况？
  - 二部图最大匹配问题

讲师录像
4:3

二部图最大匹配

Maximum MATCHING in bigraph

- 许多匹配问题都与二部图的匹配相关
- 二部图的最大匹配问题是匹配问题中较为简单的一例
- 为了得以把问题的解决交给计算机，下面介绍一个二部图最大匹配算法

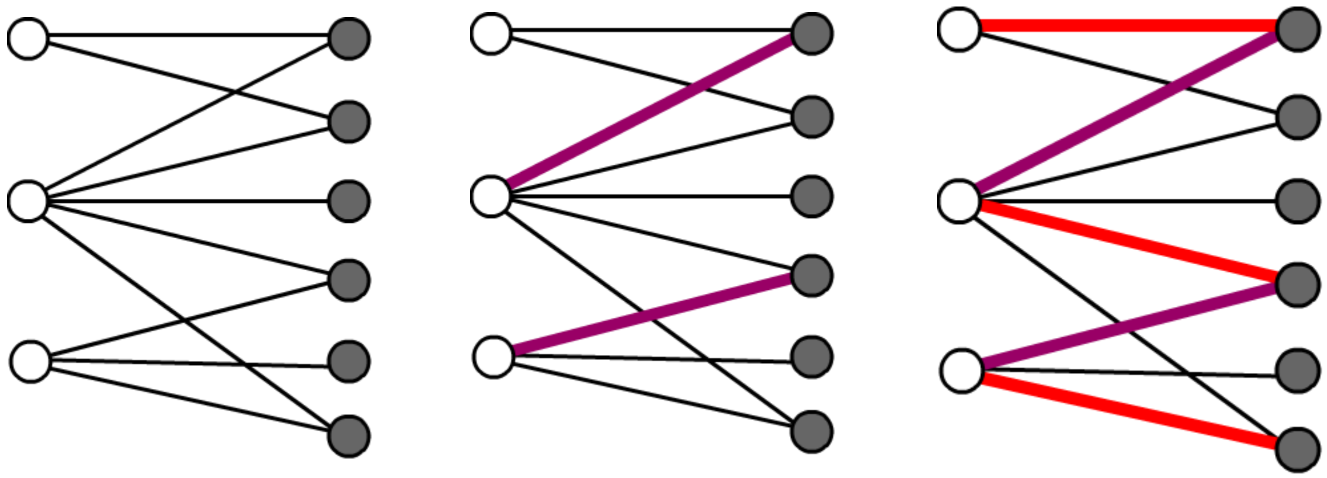
讲师录像
4:3

寻找增广路

augmenting path

- DEFINITION：

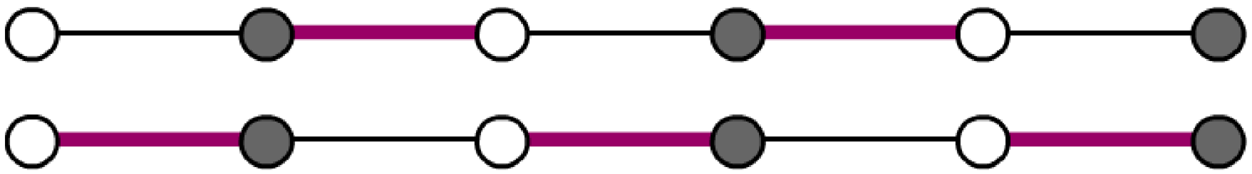
  P是图G中一条连通两个未匹配顶点的路径，并且属于P的边集M的边和不属于M的边在P上交替出现



讲师录像
4:3

增广路的性质
augmenting path

- 路径的长度一定为奇数，第一条边和最后一条边一定不属于P
- 将P上所有的边对于边集M进行异或操作，可以得到一个更大的匹配M’(即对P上所有边相对于M取反)



- 对于二部图最大匹配问题，M为图G的最大匹配当且仅当找不到M的增广路

讲师录像
4:3

增广路算法

augmenting path ALGORITHM

- 将边集M置为空
- 寻找一条增广路径P，取P与M的异或得到一个更大的匹配M’
- 重复上一步直到找不到增广路径为止
- 时间复杂度：O(EV)

讲师录像
4:3

增广路算法递归实现代码

augmenting path ALGORITHM

```
bool find(int k){
    if(check_S[k])return 0;          //已经对S集的k点进行过了增广路查找
    check_S[k] = 1;
     for(int i=0;i<numVertex_T;i++){      //枚举T集的每一个点
         if(! check_T[i] && path[k][i])      {//若该点未检查且与k点有边
                 check_T[i] = 1;                //本次增广检查了该点
                 if(match[i] == -1 || find(match[i])){
                         //该点未匹配或已经匹配但可以增广
                         match[i] = k;      //增广
                         return 1;
                 }
         }
    }
    return 0;      //匹配失败
}
```

讲师录像
4:3

增广路算法递归实现代码

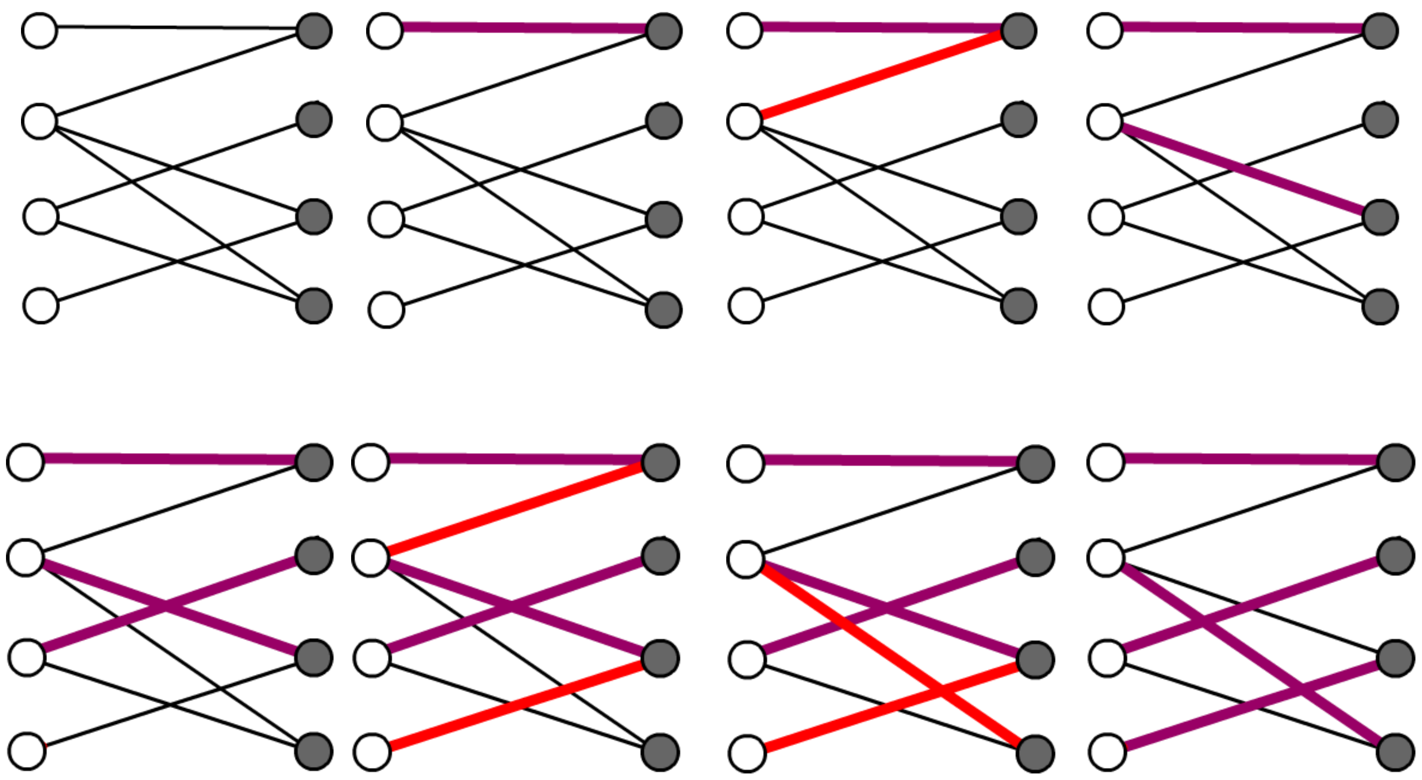
augmenting path ALGORITHM

```
for(i=0;i<numVertex_S;i++){
    memset(s,0,sizeof(s));
    memset(t,0,sizeof(t));
    find(i);      //对S集的每个点尝试增广匹配
}
```

讲师录像
4:3

增广路算法示意

augmenting path ALGORITHM



讲师录像
4:3

例：其他可解决的问题

Another problem

- 例：ACM2399 Selecting Courses
- 选课问题：
  - 给出一周7天每天12个时段的全校所有开设课程的情况，一门课一周只上一节，但可能在多个时段开设
  - 现有学习狂人一名，学分不予限制，要求为其选课(题目原文：Li Ming is a student who loves study every much, and at the beginning of each term, he always wants to select courses as more as possible.)
  - 选课要求：选了一门就必须每周都按时上这门课，不能旷课翘课，即不能指望同一时段上两门课

讲师录像
4:3

问题建模

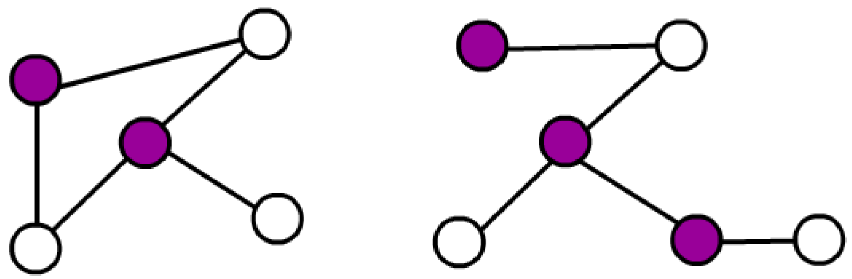
Another problem - Analysis

- 将所有课程时段设为节点放入S集
- 将所有课程设为节点放入T集
- 将每门课程与其对应时段的节点连边
- 求S集的最大二部图匹配即为答案

讲师录像
4:3

最小点覆盖问题
Minimum vertex cover

- DEFINITION :
- A **vertex cover** of a graph is a set of vertices such that each edge of the graph is incident to at least one vertex of the set.
- The problem of finding a **minimum vertex cover** is a classical optimization problem in computer science.



Minimum Vertex Cover

讲师录像
4:3

最小点覆盖问题
Minimum vertex cover

- **König's theorem**
- describes an equivalence between the maximum matching problem and the minimum vertex cover problem in bipartite graphs.
- König定理：二部图最小顶点覆盖集的基数等于最大匹配的基数

讲师录像
4:3

二部图带权匹配

weighted bigraph maximum matching

- S集与T集之间的边带权
- 要求一个匹配，使得匹配边权值和最小
- 经典问题：分配问题
- 算法：KM算法

讲师录像
4:3

Kuhn-munkres算法

weighted bigraph maximum matching

- KM算法通过给每个顶点取一个顶标，从而把求最大权匹配的问题转化为求完备匹配的问题。

- 定理：若由二部图中所有满足A[i]+B[j]=w(i,j)的边(i,j)构成的子图（或称相等子图）有完备匹配，那么这个完备匹配就是二部图的最大权匹配。

- 设顶点X_i的顶标为A[i]，顶点Y_j的顶标为B[j]，顶点X_i与Y_j之间的边权为w(i,j)。在算法执行过程中的任一时刻，对于任一条边(i,j)，A[i]+B[j]>=w(i,j)始终成立。KM算法的正确性即基于该定理。

讲师录像
4:3

Kuhn-munkres算法

weighted bigraph maximum matching

- 求当前相等子图的完备匹配失败了，是因为对于某个X顶点，我们找不到一条从它出发的增广路。

- 这时我们获得了一棵交错树，它的叶子结点全部是X顶点。现在我们把交错树中X顶点的顶标全都减小某个值d，Y顶点的顶标全都增加同一个值d，那么有
- 1)两端都在交错树中的边(i,j)，A[i]+B[j]的值没有变化。也就是说，它原来属于相等子图，现在仍属于相等子图。
  - 2)两端都不在交错树中的边(i,j)，A[i]和B[j]都没有变化。也就是说，它原来属于（或不属于）相等子图，现在仍属于（或不属于）相等子图

讲师录像
4:3

Kuhn-munkres算法

weighted bigraph maximum matching

3）X端不在交错树中，Y端在交错树中的边(i,j)，它的A[i]+B[j]的值有所增大。它原来不属于相等子图，现在仍不属于相等子图。

4）X端在交错树中，Y端不在交错树中的边(i,j)，它的A[i]+B[j]的值有所减小。也就说，它原来不属于相等子图，现在可能进入了相等子图，因而使相等子图得到了扩大。

讲师录像
4:3

Kuhn-munkres算法

weighted bigraph maximum matching

- 如何设置d值？
- 为了使A[i]+B[j]>=w(i,j)始终成立，且至少有一条边进入相等子图，应有
- $d = \min\{A[i]+B[j]-w(i,j) \mid X_i$在交错树中，$Y_i$不在交错树中$\}$，
-
- 即需要-d的点是所有增广时访问到的S集点，需要+d的是所有增广时未访问到的T集点

讲师录像
4:3

Kuhn-munkres算法

weighted bigraph maximum matching

由此得到算法完整过程如下：

1. 初始化所有点的顶标

   令 A[k] = max{w(k,j)} , k=1->numS

   B[k] = 0, k = 1->numT;

2. 用增广路算法寻找完备匹配，满足额外条件A[i]+B[j]≥w(i,j)

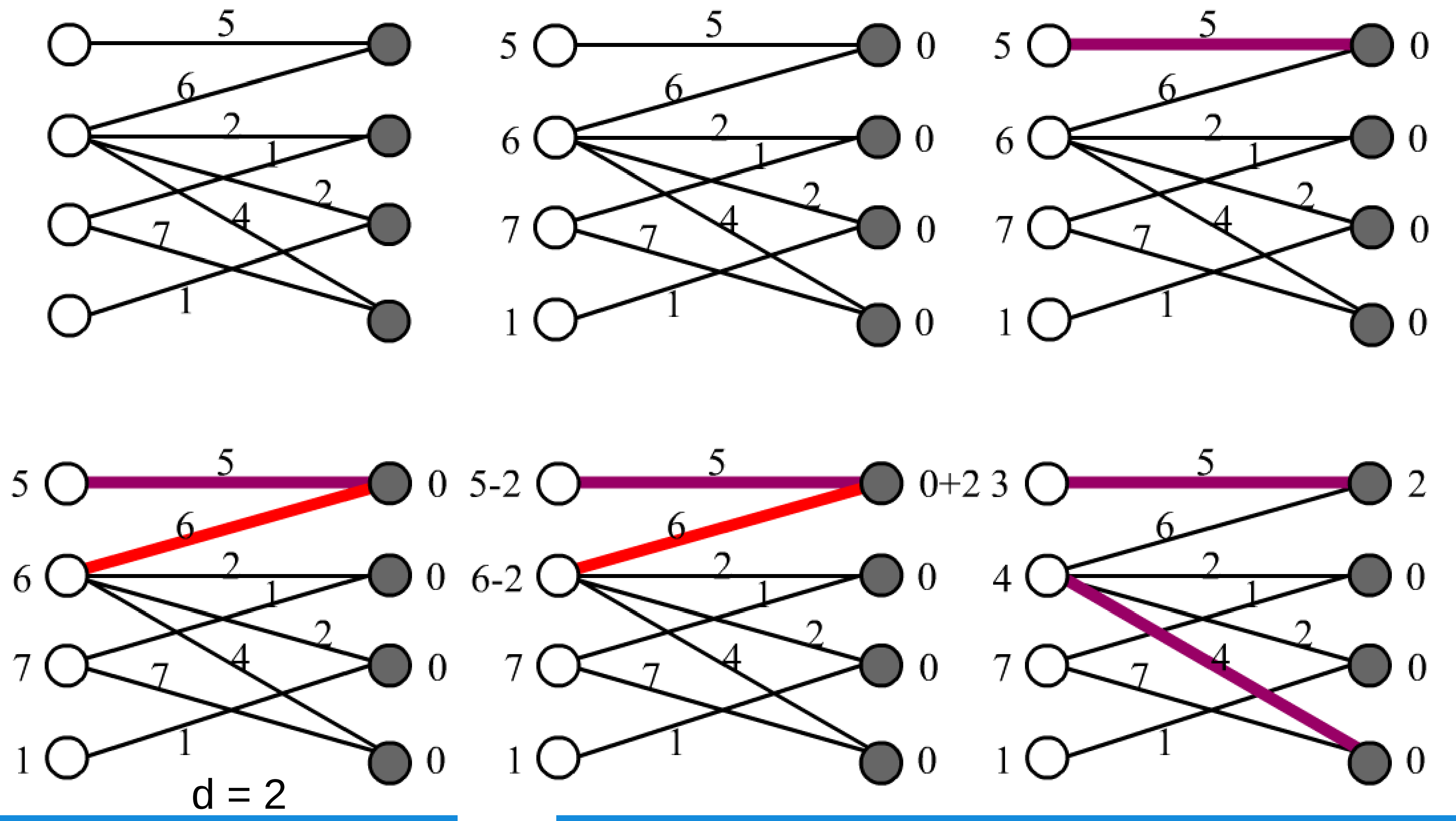
3. 若未找到完备匹配则修改顶标的值，令d=min{A[i]+B[j]-w(i,j)}，其中i结点增广时被访问，j结点没有被访问，将交错树中S集中顶点的顶标都-d，T集中顶点都+d

重复(2)(3)直到找到相等子图的完备匹配为止

讲师录像
4:3

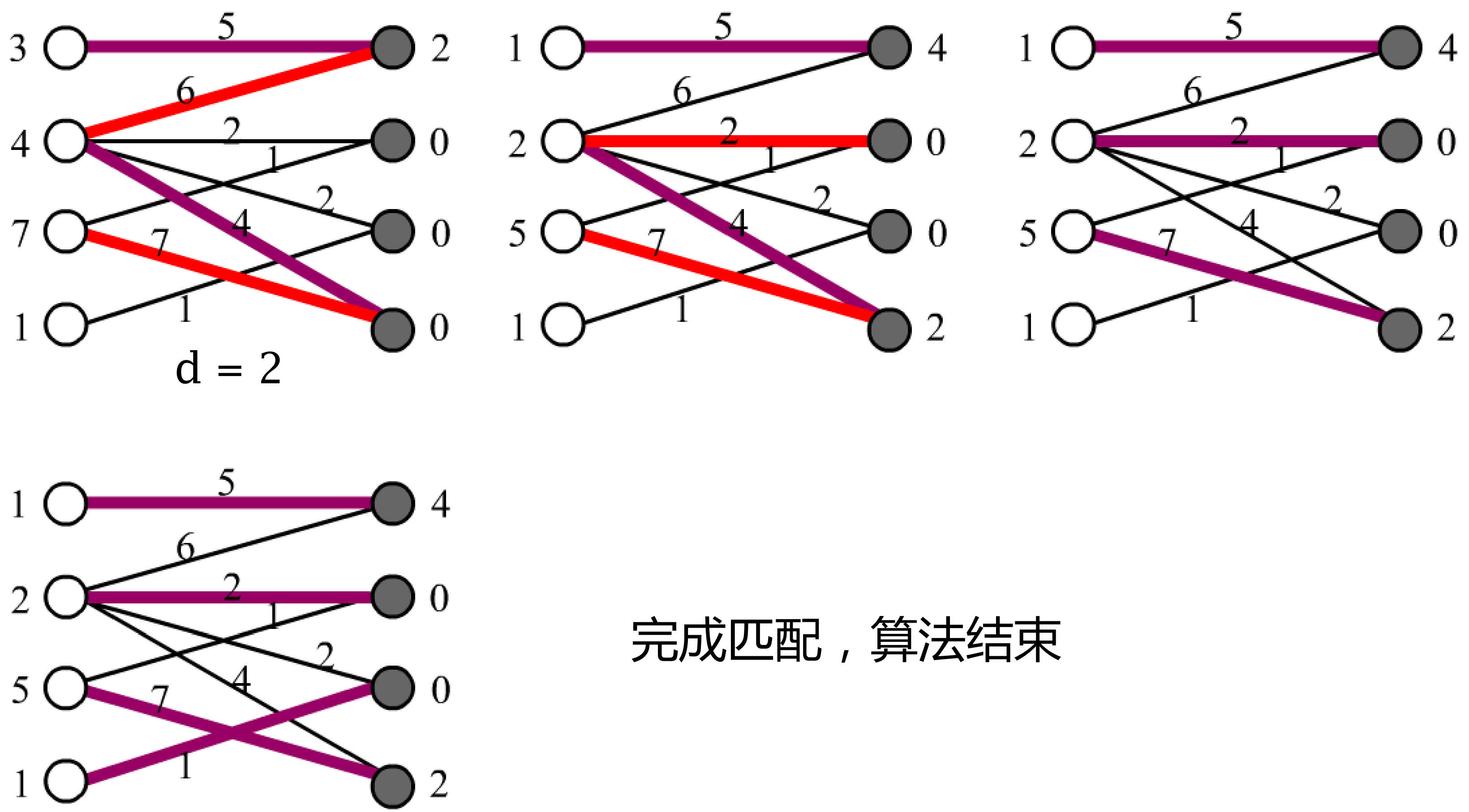
Kuhn-munkres算法示意

weighted bigraph maximum matching



Kuhn-munkres算法示意

weighted bigraph maximum matching



完成匹配，算法结束

讲师录像
4:3

回到修电脑问题

back to the assignment problem

- 对于求最小权匹配的问题，将所有边权值为其相反数，则求得的最大权匹配的权值和的相反数即为最小权匹配的权值和
- 注意修改顶标的过程中顶标可能更新为负值
- 注意S集与T集顶点数不同以及没有完备匹配的情况

讲师录像
4:3

KUHN-MUNKRES算法

WEIGHTED BIGRAPH MAXIMUM matching

- 时间复杂度$O(n^4)$

  Kuhn-Munkres algorithm or Munkres assignment algorithm, 1957

  需要找O(n)次增广路，每次增广最多需要修改O(n)次顶标，每次修改顶标时由于要枚举边来求d值，复杂度为$O(n^2)$。

- 优化：时间复杂度$O(n^3)$

  The improvement of running time by Edmonds and Karp, and independently Tomizawa.

  方法：设置“松弛量” slack值，每次开始找增广路时初始化为无穷大。在寻找增广路的过程中，检查边(i,j)时，如果它不在相等子图中，则让slack[j]变成原值与A[i]+B[j]-w(i,j)的较小值。这样，在修改顶标时，取所有不在交错树中的Y顶点的slack值中的最小值作为d值即可。修改顶标后，要把所有的slack值都减去d。

讲师录像
4:3

二部图最大匹配与网络流的关系

relation to net flow

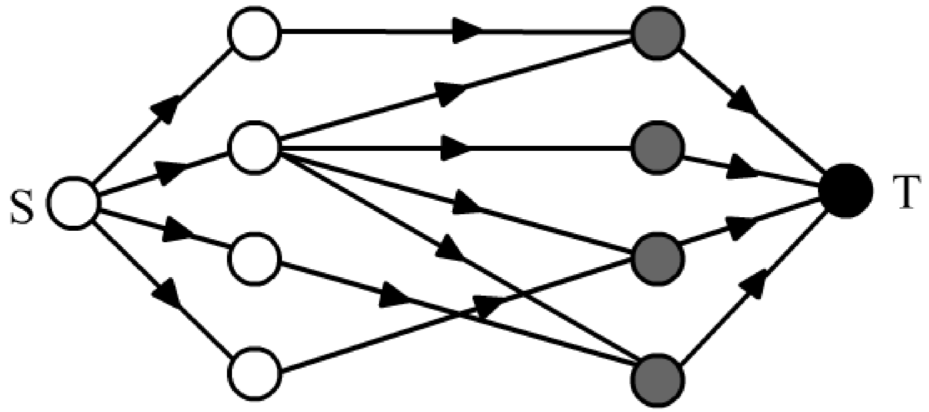
- 什么是网络流？
- The **augmenting path algorithm** is equivalent to adding a *super source* s with edges to all vertices in X, and a *super sink* t with edges from all vertices in Y, and finding a maximal flow from s to t. All edges with flow from X to Y then constitute a maximum matching.
- Other solutions:
  - Hopcorft-Karp Algorithm
  - Matrix Multiplication Algorithm

讲师录像
4:3

选课问题到网络流的转化

relation to net flow

- 设置一个源S与一个漏T
- 从源到所有课程结点加边，容量为1
- 从课程时段到漏加边，容量为1
- 将原图的课程时段与课程结点之间的边有向化，从课程结点连向课程时段结点，容量为1
- 从源流出∞的流
- 求最大流



讲师录像
4:3

二部图总结

- 二部图匹配是图匹配问题的一个分支
  - 图匹配问题则是一个重要的组合最优化问题
  - 跟图的许多问题密切相关，很多图问题是匹配问题，特别是二分匹配模型
  - 二部图的模型也可以通过适当的转化变为一个图的流模型，二者具有逻辑上密切的联系

- 涉及了图问题中的一些基本类型
  - 极大匹配、最大匹配、计数问题等

讲师录像
4:3

二部图的应用

- 经典分配问题(Assignment Problem)
- 中国邮递员问题(Chinese Postman Problem)
- 交通运输问题(Transportation Problem)
- 具体如网络的点对点信息传输调度等

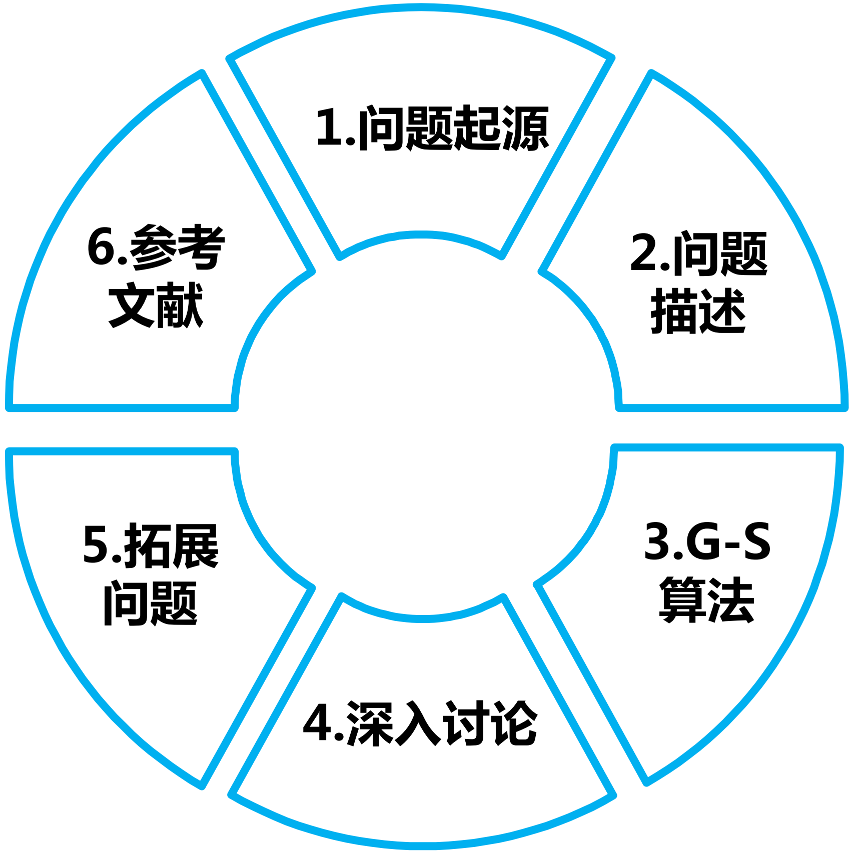
讲师录像
4:3

稳定配置和市场设计实践理论

- 北京时间2012年10月15日晚7点，瑞典皇家科学院诺贝尔奖评审委员会宣布，美国经济学家埃尔文·罗斯(Alvin Roth)与罗伊德·沙普利(Lloyd Shapley)获得2012年诺贝尔经济学奖。

讲师录像
4:3

稳定匹配及其算法



讲师录像
4:3

1.问题起源

- 稳定匹配问题一部分起源于1962年，当时David Gale和Lloyd Shapley两位数理经济学家首先定义和分析了稳定匹配问题，动机是他们读到的一个关于学校入学处理错综复杂的故事……
- 1984年Arvin Roth发表了一篇关于实习医生的文章，将夏普利的理论应用到解释实际经济问题。
- 全国住院医师配对项目
- （NRMP：National Resident Matching Program）

讲师录像
4:3

稳定匹配及其算法

1.问题起源

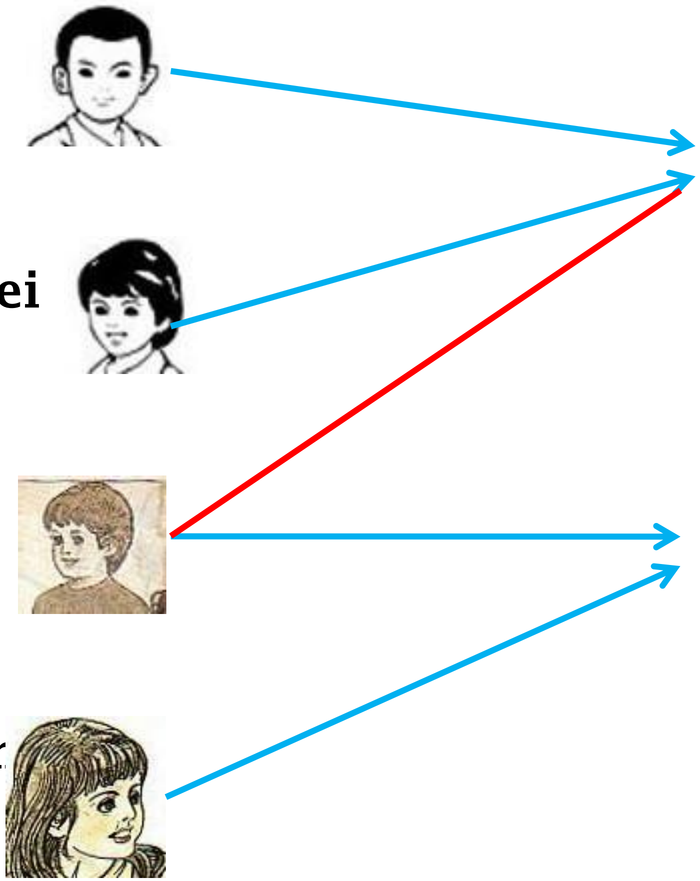
看这样一个例子：

1.PKU
2.THU
Li Lei

1.PKU
2.THU
Han Meimei

1.PKU
2.THU
Jim Green

1.THU
2.PKU
Kate Green



PKU
Kate
Jim
LiLei
HanMeimei

THU
HanMeimei
Jim
Kate
LiLei

不稳定！

讲师录像
4:3

稳定匹配及其算法

1.问题起源

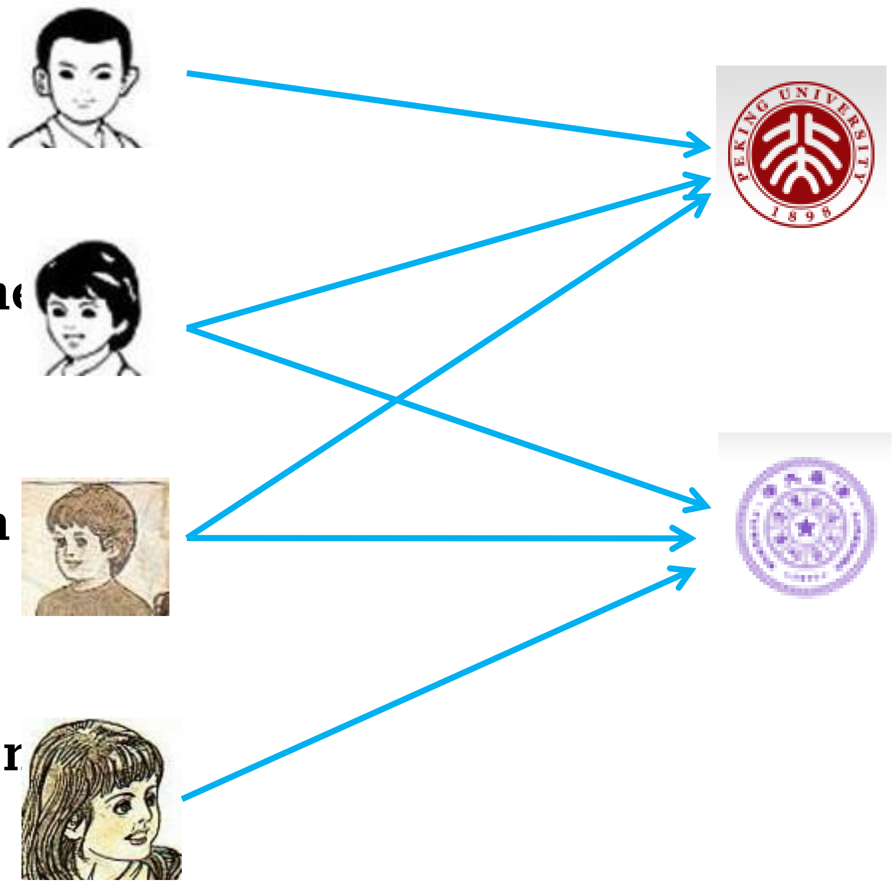
看这样一个例子:

1.PKU
2.THU
Li Lei

1.PKU
2.THU
Han Meimei

1.PKU
2.THU
Jim Green

1.THU
2.PKU
Kate Green



PKU
Kate
Jim
LiLei
HanMeimei

THU
HanMeimei
Jim
Kate
LiLei

稳定!

讲师录像
4:3

2.问题描述

- Gale和Shapley两人深入研究了这一问题，并定义了稳定匹配问题。

- 为了将问题形式化，我们考虑一个二部图的完美匹配。这一意义下的稳定匹配问题可以被称作SMP.

讲师录像
4:3

2.问题描述

SMP = Stable Marriage Problem

问题：考虑n个男人的集合M={m1,m2,m2…}和n个女人的集合W={w1,w2,w3…}，对每个mi，都有一个关于W的优先表，对每一个wi，同理有一个关于M的优先表。找到一种一一对应的匹配关系，使得这一匹配是稳定的。

讲师录像
4:3

2.问题描述

所谓某一匹配是稳定的，指的是对匹配中的任意不互相配对的男人m与女人w，至少以下两种情况之一成立：

(i)m的优先表中其当前配偶w’的名次高于w

(ii)w的优先表中其当前配偶m’的名次高于m

讲师录像
4:3

2.问题描述

例如：

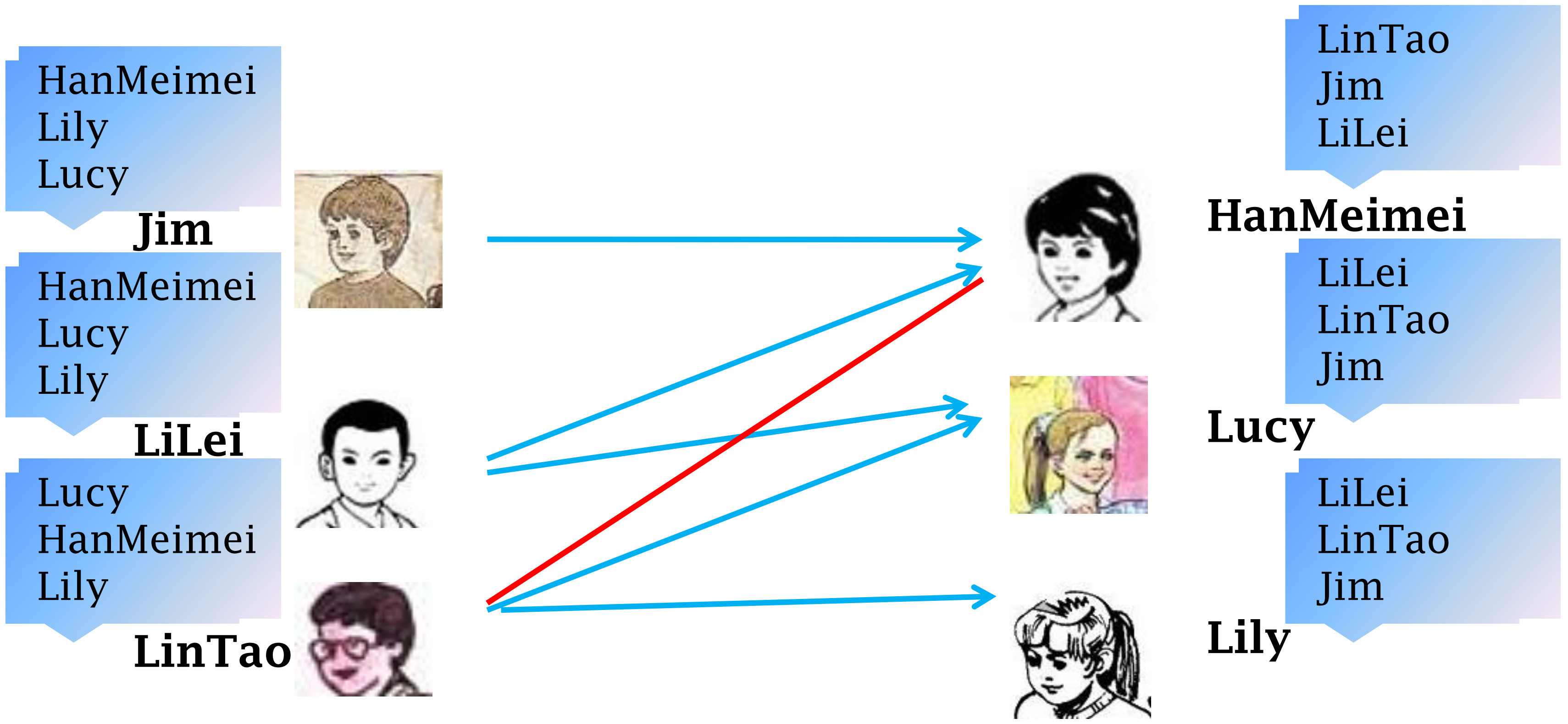
Jim  ?  HanMeimei

LiLei   Lucy

LinTao   Lily

讲师录像
4:3

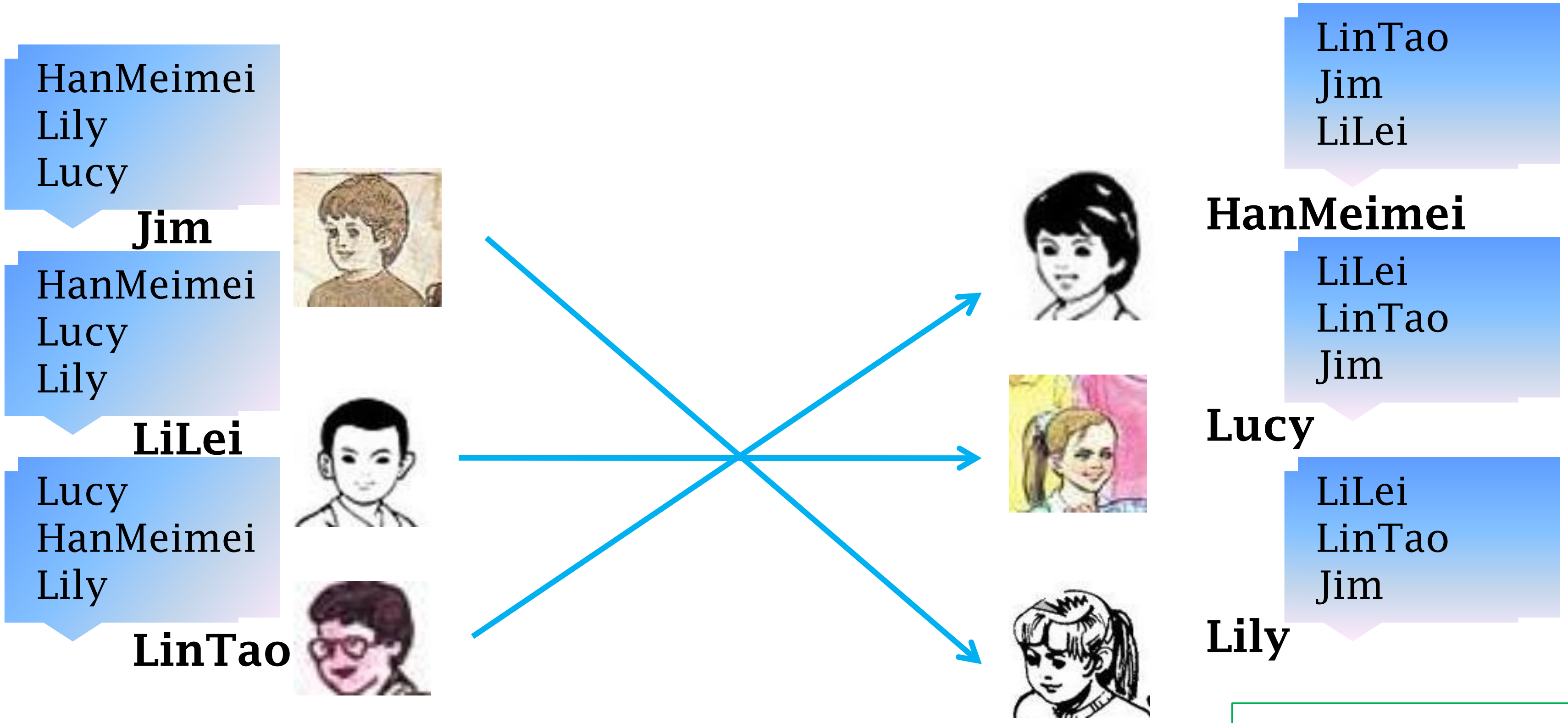
2.问题描述



不稳定！

讲师录像
4:3

2.问题描述


HanMeimei
Lily
Lucy
Jim
HanMeimei
Lucy
Lily
LiLei
Lucy
HanMeimei
Lily
LinTao
LinTao
Jim
LiLei
HanMeimei
LiLei
LinTao
Jim
Lucy
LiLei
LinTao
Jim
Lily

稳定

2.问题描述

关于稳定匹配问题，Gale与Shapley给出了一个有效算法，因而称之为Gale-Shapley算法，简称G-S算法

讲师录像
4:3

3.G-S算法

初始每个人都是自由的，随意选择一个男人m并选择m的优先表上排名最高的女人w，并且让m向w求婚。当然此时(m,w)不一定就是最后稳定匹配中的一对，我们定义(m,w)此时处于约会状态。

讲师录像
4:3

3.G-S算法

现在某些人处于约会状态，某些人是自由的，任意选择一个自由的男人m,选择他还没有求过婚的最高排名的女人w,且向她求婚。如果w也是自由的，则(m,w)处于约会状态，否则比较m和正与w约会的男人m'，w与排名更高的人约会，另一个男人变为自由。

最后当没有人是自由的，则匹配完成，所有约会状态就是最后的结果。

讲师录像
4:3

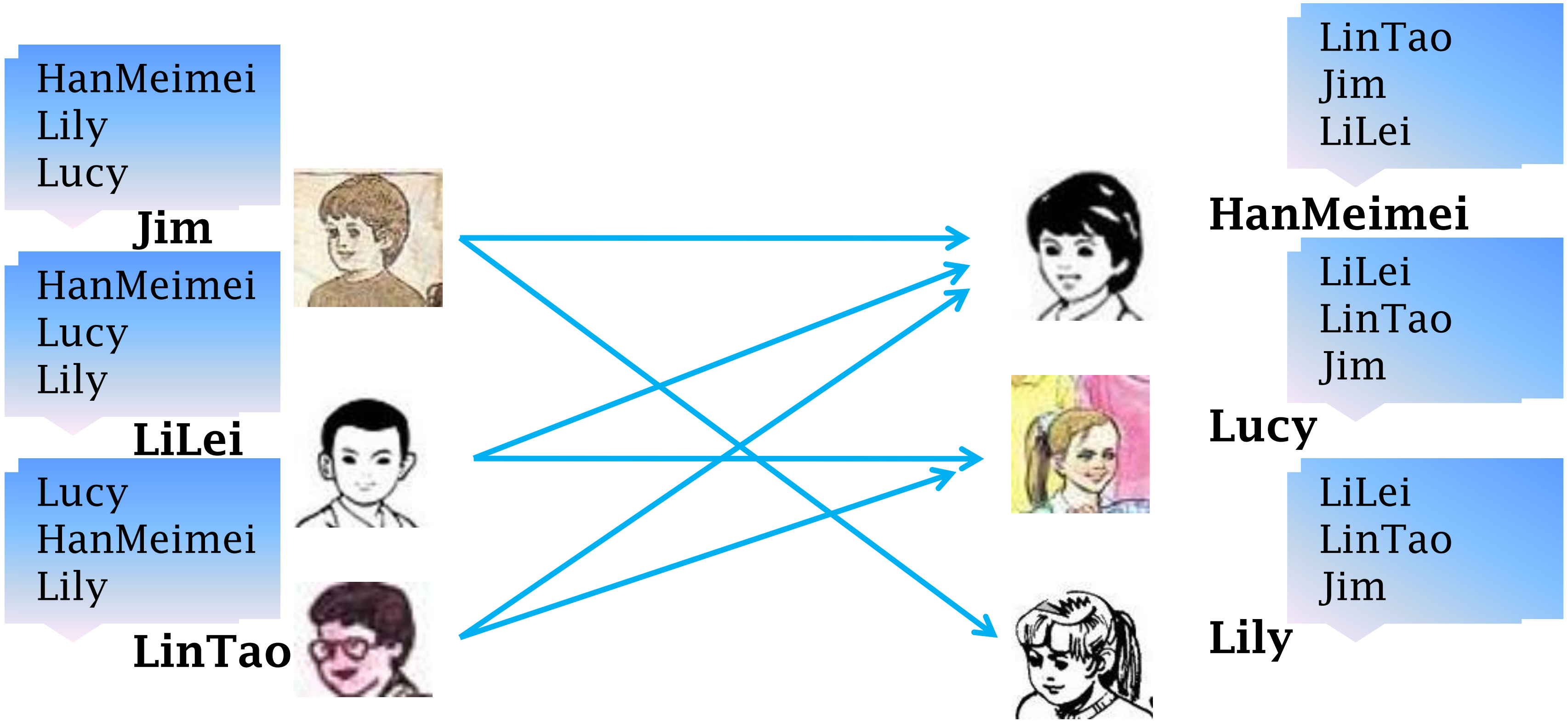
3.G-S算法

```
function stableMatching {
Initialize all m ∈ M and w ∈ W to free
while ∃ free man m who still has a woman w to
    propose to {
  w = m's highest ranked such woman
   if w is free (m, w) become engaged
    else some pair (m', w) already exists
        if w prefers m to m'
          (m, w) become engaged m' becomes free
        else (m', w) remain engaged
  }
}
```

---From Wikipedia

讲师录像
4:3

3.G-S算法


HanMeimei
Lily
Lucy
Jim
HanMeimei
Lucy
Lily
LiLei
Lucy
HanMeimei
Lily
LinTao
LinTao
Jim
LiLei
HanMeimei
LiLei
LinTao
Jim
Lucy
LiLei
LinTao
Jim
Lily

3.G-S算法

命题1.w从接受对她的第一次求婚开始保持约会状态，且她正在约会的一系列伴侣（依据她的优先表）变得越来越好
——女性先接受第一个求婚者，然后被动地等待更好的

命题2.m求过婚的一系列女人变得越来越差
——男性先试探最好的，逐步降低要求

命题3.G-S算法在至多 n^2 次while循环迭代后终止

命题4.如果m在算法执行的某一点是自由，则存在一个他还没有求过婚的女人

命题5.G-S终止时返回的匹配集合S是一个完美匹配，且是稳定匹配
——因为所有人对所有异性都给了一个完整顺序

讲师录像
4:3

4.深入讨论

注意到以下事实：

- 在不同的问题实例中，一般会存在多种稳定匹配

定义：对于某一问题实例，如果存在一个稳定匹配包含（m,w）对，就说m与w互为有效伴侣。

事实上关于G-S算法有以下命题成立：
算法每次执行都得到同样的匹配,并且:
1.在G-S算法得到的匹配中，每个男人与他最佳的有效伴侣配对
2.在G-S算法得到的匹配中，每个女人与她最差的有效伴侣配对

讲师录像
4:3

4.深入讨论

- **Gale & Shapley** 算法的可终止性可证
  - 每个男人按照自己的偏爱序一个个求婚下来，一定有一个女人会要他
- 试想一个男人被一百个女人拒绝掉了
  - 那他的偏爱序中已经没有人可以求婚了，所以他得不到配对
  - 对应地对面也肯定有一个剩女，可是这个剩女曾经拒绝过他呀，也就是说她有更好的追求者呀，她怎么可能成为剩女呢？

讲师录像
4:3

4.深入讨论

- **Gale & Shapley 算法的正确性**
  - 假设有A男和B女私奔了，那么A在B的偏爱序中必然比B的丈夫靠前
- 按照算法，女人最后选择的一定是所有向她求婚的男人中她最喜欢的，这就是说A没有向B求过婚（要不然B选的就是他了）
- 然而，男人是按照自己的偏爱序依次求婚的，而A又喜欢B甚于自己的老婆，所以A又必然向B求过婚。
- 推出矛盾，故不可能出现私奔。

讲师录像
4:3

4.深入讨论

- 直觉上，女性在这个匹配算法中更有优越感
  - 女性可以挑选一个自己最喜欢的求婚者
  - 而男人们很可能会屡屡被拒

- 其实，男人的最大优势就是他是主动的一方
  - 设A男要得到他最喜欢的B女，首先要看还有多少别的男人同时也喜欢B，然后再与这些情敌竞争
  - 而女人是否能与最喜欢的男人结婚，首先就要看她自己在对方的偏爱序中排老几，也就是说，一开始她就要和几乎所有的同性竞争了

讲师录像
4:3

5.问题拓展

首先解决最开始的问题：

1.PKU
2.THU
Li Lei

1.PKU
2.THU
Han Meime

1.PKU
2.THU
Jim Green

1.THU
2.PKU
Kate Green

PKU
Kate
Jim
LiLei
HanMeimei

THU
HanMeimei
Jim
Kate
LiLei

讲师录像
4:3

5.问题拓展

首先解决最开始的问题：

1.PKU
2.PKU’
3.THU
4.THU’

Li Lei

1.PKU
2.PKU’
3.THU
4.THU’

Han Meime

1.PKU
2.PKU’
3.THU
4.THU’

Jim Green

1.THU
2.THU’
3.PKU
4.PKU

Kate Green

PKU: Kate, Jim, LiLei, HanMeimei

PKU’: Kate, Jim, LiLei, HanMeimei

THU: HanMeimei, Jim, Kate, LiLei

THU’: HanMeimei, Jim, Kate, LiLei

5.问题拓展

- 医生夫妇
  - 一个医院对医生夫妇的排序有差异
  - 罗斯在1995年应NRMP的要求，重新设计了配对系统，加入对学生配偶考虑
- 激励兼容
  - 有人先隐藏自己的真实偏好并使他人境况变差来获得更好的收益
  - 不能激励谎话，真实揭示每个参与者的偏好排序，也避免有人系统性地操纵市场
  - 罗斯加强了系统，避免了操纵NRMP项目的行为（医院和学生都不行，因为成本太高）

讲师录像
4:3

5.问题拓展

考虑“拒绝模式”：即存在m（或w）的优先表不完全，他（或她）拒绝与某些人在一起

讲师录像
4:3

6.参考文献

- 《算法设计》 Jon Kleinberg,Eva Tardos 著 张立昂 屈婉玲 译
- Gale-Shapley Stable Marriage Problem Revisited: Strategic Issues and Applications
- Improved Approximation Results for the Stable Marriage Problem
- Thread Clustering: Sharing-Aware Scheduling on SMP-CMP-SMT Multiprocessors

讲师录像
4:3

数据结构与算法

谢谢聆听

国家精品课 “数据结构与算法”
http://www.jpk.pku.edu.cn/pkujpk/course/sjjg/

张铭，王腾蛟，赵海燕
高等教育出版社，2008. 6。“十一五”国家级规划教材