3. a) Trokut:

$$\left.\begin{aligned} x_e + t\,x_d &= f(u,v) \\ y_e + t\,y_d &= g(u,v) \\ z_e + t\,z_d &= h(u,v) \end{aligned}\right\} e + t\,d = f(u,v)$$

Za vrhove a, b i c, zraka trokut siječe kada vrijedi

$$e + t\,d = a + \beta(b - a) + \gamma(c - a)$$

Da dobijemo t, β i γ, riješimo jednadžbu

$$\begin{bmatrix} x_a - x_b & x_a - x_c & x_d \\ y_a - y_b & y_a - y_c & y_d \\ z_a - z_b & z_a - z_c & z_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a - x_e \\ y_a - y_e \\ z_a - z_e \end{bmatrix}$$

Sfera: Za zraku $p(t) = e + t\,d$ i površinu $f(p) = 0$, tražimo vrijednosti t koji zadovoljavaju:

$$f(p(t)) = 0 \quad \text{ili} \quad f(e + t\,d)$$

Kružnica sa središtem $c = (x_c, y_c, z_c)$ i središtem R je predstavljena jednadžbom:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$$

ili vektorski

$$(p - c)(p - c) = R^2 = 0$$

Svaka točka p koja zadovoljava jednadžbu nalazi se na sferi.

Uvrštavanjem točaka na zraki u jednadžbu, dobivamo

$$\underbrace{(d \cdot d)}_{A}\, t^2 + \underbrace{2d \cdot (e - c)}_{B}\, t + \underbrace{(e - c)(e - c) - R^2}_{C} = 0$$

Diskriminanta $D = B^2 - 4AC$ nam govori siječe li zraka sferu

$D < 0 \Rightarrow$ Zraka ne siječe sferu

$D = 0 \Rightarrow$ Zraka dodiruje sferu

$D > 0 \Rightarrow$ Zraka siječe sferu.