

T1

a)

todennäköisyys että juna saapuu aikaan on todennäköisyys välillä $[-2,0]$

todennäköisyys saadaan laskemalla pinta-ala kuvaajan alla välillä $[-2,0]$

kuvaajan korkeus y akselilla on $10 \cdot y = 1 = 0.1$

nyt $2 \cdot 0.1 = 0.2$ joten todennäköisyys on 20%

b)

todennäköisyys että juna saapuu yli 2 minuuttia myöhässä on todennäköisyys välillä $[2,8]$ eli

$6 \cdot 0.1 = 0.6$ eli noin 60%

T2

Renkaiden elinikä = $X \sim N(35\,000, 5000^2)$

a)

$$P(30\,000 < X < 40\,000) = P\left(\frac{30\,000 - 35\,000}{5000} < \frac{X - 35\,000}{5000} < \frac{40\,000 - 35\,000}{5000}\right) = P(-1 < Z < 1)$$

$$P(Z < 1) - P(Z < -1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = \Phi(1) - (1 - \Phi(1)) = 0.8413 - (1 - 0.8413) = 0.6826 \text{ noin } 68\%$$

kestää 30 000 - 40 000 mailia

b)

$$P(40\,000 < X) = 1 - P(X < 40\,000)$$

$$P(X < 40\,000) = P\left(\frac{X - 35\,000}{5000} < \frac{40\,000 - 35\,000}{5000}\right) = P(Z < 1)$$

$$P(Z < 1) = \Phi(1) = 0.8413$$

$$1 - 0.8413 = 0.1587 \text{ eli noin } 16\% \text{ kestää yli } 40\,000 \text{ mailia}$$

c)

$$P(50\,000 < X) = 1 - P(X < 50\,000)$$

$$P(X < 50\,000) = P\left(\frac{X - 35\,000}{5000} < \frac{50\,000 - 35\,000}{5000}\right) = P(Z < 3)$$

$$P(Z < 3) = \Phi(3) = 0.9990$$

$$1 - 0.9990 = 0.001 \text{ eli } 0.1\%$$

T3

X = kemian kirjojen paino

Y = taloustieteen kirjojen paino

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 3.5 + 4.6 = 8.1$$

$$\text{var}(X+Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) = 2.2^2 + 1.3^2 = 3.5^2 = 6.53$$

$$\sqrt{6.53} = 2.555$$

$$X+Y \sim N(8.1, 2.555^2)$$

a)

$$P(X+Y > 9) = 1-P(X+Y < 9)$$

$$P(X+Y < 9) = P\left(\frac{X+Y-8.1}{2.555} < \frac{9-8.1}{2.555}\right) P(Z < 0,352) = \Phi(0.35)=0.6368$$

$1-0.6368 = 0,3632$ eli todennäköisyys että kirjat painavat yli 9 paunaa on noin 36%

b)

lasketaan millä todennäköisyydellä taloustieteen kurssikirjat ovat painavampia kuin kemian kurssikirjojen odotusarvo

$$P(Y>3.5) = 1-P(Y<3.5)$$

$$P(Y<3.5)= P\left(\frac{Y-4.6}{1.3} < \frac{3.5-4.6}{1.3}\right) P(Z < -0,846) = \Phi(-0,85) = 1-\Phi(0,85) = 1-0.8023 = 0,1977$$

$1-0,1977 = 0.8023$ eli todennäköisyys että taloustieteen kurssikirjat on painavampi kuin kemian kurssikirjat on noin 80%

c)

oletimme että kirjojen painot ovat riippumattomia toisistaan

T4

X säteilyyn kuolleiden määrä säteilyn perusteella

$$X \sim N(500, 150)$$

eli $P(X < x) = 0.95$ eli x on määrä säteilyä jolloin 95% kuolee ja 5% selviytyy

$$P\left(\frac{X-500}{150} < \frac{x-500}{150}\right) = P(Z < \frac{x-500}{150}) = 0.95$$

$$P(Z < 1.65) = 0.95$$

$$\frac{x-500}{150} = 1.65$$

$$x-500 = 1.65 \cdot 150$$

$$x-500 = 247,5$$

$$x = 247,5 + 500 = 747,5$$

eli säteilyn määrä jolloin vain 5% sille altistumista selviää on noin 748 röntgeniä

T5

X = koirien paino

E(X) lasketaan kahden annetun arvon keskiarvona, $(27,6 + 31,4) / 2 = 29,5$

lasketaan keskihajonta

tiedämme että 20% koirista on yli 31.4kg eli

$$P\left(\frac{X-29,5}{\sigma} > \frac{31,4-29,5}{\sigma}\right) = P(Z > \frac{1,9}{\sigma}) = 0.2$$

eli

$$P(Z < \frac{1,9}{\sigma}) = 0.8$$

since

$$P(Z < 0.84) = 0.8$$

$$\frac{1.9}{\sigma} = 0.84$$

$$\sigma = 2.26$$

$$X \sim N(29.5, 2.26)$$

nyt lasketaan mikä osa koirista on 28-29 kg

$$\begin{aligned} P\left(\frac{28-29.5}{2.26} < \frac{X-29.5}{2.26} < \frac{29-29.5}{2.26}\right) &= P(-0.66 < Z < -0.22) \\ &= P(Z < -0.22) - P(Z < -0.66) = \Phi(-0.22) - \Phi(-0.66) = (1 - \Phi(0.22)) - (1 - \Phi(0.66)) = \\ &= (1 - 0.5871) - (1 - 0.7454) = 0.4129 - 0.2546 = 0.1583 \end{aligned}$$

eli todennäköisyys että koira painaa 28-29k on noin 16%