

## T1

a)

todennäköisyys että junaa saapuu aikaan on todennäköisyys välillä [-2,0]

todennäköisyys saadaan laskemalla pinta-ala kuvaajan alla välillä [-2,0]

kuvaajan korkeus  $y$  akselilla on  $10 * y = 1 = 0.1$

nyt  $2 * 0.1 = 0.2$  joten todennäköisyys on 20%

b)

todennäköisyys että junaa saapuu yli 2 minuuttia myöhässä on todennäköisyys välillä [2,8] eli  $6 * 0.1 = 0.6$  eli noin 60%

## T2

Renkaiden elinikä =  $X \sim N(35\ 000, 5000^2)$

a)

$$P(30\ 000 < X < 40\ 000) = P\left(\frac{30\ 000 - 35\ 000}{5000} < \frac{X - 35\ 000}{5000} < \frac{40\ 000 - 35\ 000}{5000}\right) = P(-1 < Z < 1)$$

$P(Z < 1) - P(Z < -1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = \Phi(1) - (1 - \Phi(1)) = 0.8413 - (1 - 0.8413) = 0.6826$  noin 68% kestää 30 000 - 40 000 mailia

b)

$$P(40\ 000 < X) = 1 - P(X < 40\ 000)$$

$$P(X < 40\ 000) = P\left(\frac{X - 35\ 000}{5000} < \frac{40\ 000 - 35\ 000}{5000}\right) = P(Z < 1)$$

$$P(Z < 1) = \Phi(1) = 0.8413$$

$$1 - 0.8413 = 0.1587 \text{ eli noin } 16\% \text{ kestää yli } 40\ 000 \text{ mailia}$$

c)

$$P(50\ 000 < X) = 1 - P(X < 50\ 000)$$

$$P(X < 50\ 000) = P\left(\frac{X - 35\ 000}{5000} < \frac{50\ 000 - 35\ 000}{5000}\right) = P(Z < 3)$$

$$P(Z < 3) = \Phi(3) = 0.9990$$

$$1 - 0.9990 = 0.001 \text{ eli } 0.1\%$$

## T3

$X$  = kemian kirjojen paino

$Y$  = taloustieteen kirjojen paino

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 3.5 + 4.6 = 8.1$$

$$\text{var}(X+Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) = 2.2^2 + 1.3^2 = 3.5^2 = 6.53$$

$$\sqrt{6.53} = 2.555$$

$$X+Y \sim N(8.1, 2.555^2)$$

a)

$$P(X+Y > 9) = 1 - P(X+Y < 9)$$

$$P(X+Y < 9) = P\left(\frac{X+Y - 8.1}{2.555} < \frac{9-8.1}{2.555}\right) \quad P(Z < 0.352) = \Phi(0.35) = 0.6368$$

$1 - 0.6368 = 0.3632$  eli todennäköisyys että kirjat painavat yli 9 paunaa on noin 36%

b)

lasketaan millä todennäköisyydellä taloustieteen kurssikirjant ovat painavampia kuin kemian kurssikirjojen odotusarvo

$$P(Y > 3.5) = 1 - P(Y < 3.5)$$

$$P(Y < 3.5) = P\left(\frac{Y - 4.6}{1.3} < \frac{3.5 - 4.6}{1.3}\right) \quad P(Z < -0.846) = \Phi(-0.85) = 1 - \Phi(0.85) = 1 - 0.8023 = 0.1977$$

$1 - 0.1977 = 0.8023$  eli todennäköisyys että taloustieteen kurssikirjat on painavampi kuin kemian kurssikirjat on noin 80%

c)

oletimme että kirjojen painot ovat riippumattomia toisistaan

T4

X säteilyyn kuolleiden määrä säteilyn perusteella

$$X \sim N(500, 150)$$

eli  $P(X < x) = 0.95$  eli x on määrä säteilyä jolloin 95% kuolee ja 5% selviytyy

$$P\left(\frac{X - 500}{150} < \frac{x - 500}{150}\right) = P(Z < \frac{x - 500}{150}) = 0.95$$

$$P(Z < 1.65) = 0.95$$

$$\frac{x - 500}{150} = 1.65$$

$$x - 500 = 1.65 * 150$$

$$x - 500 = 247,5$$

$$x = 247,5 + 500 = 747,5$$

eli säteilyn määrä jolloin vain 5% sille altistumista selviää on noin 748 röntgeniä

T5

X = koirien paino

$$E(X) \text{ lasketaan kahden annetun arvon keskiarvona, } (27,6 + 31,4) / 2 = 29,5$$

lasketaan keskijajonta

tiedämme että 20% koirista on yli 31.4kg eli

$$P\left(\frac{X - 29,5}{\sigma} > \frac{31,4 - 29,5}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{1,9}{\sigma}\right) = 0,2$$

eli

$$P\left(Z < \frac{1,9}{\sigma}\right) = 0,8$$

since

$$P(Z < 0.84) = 0.8$$

$$\frac{1.9}{\sigma} = 0.84$$

$$\sigma = 2.26$$

$$X \sim N(29.5, 2.26)$$

nyt lasketaan mikä osa koirista on 28-29 kg

$$\begin{aligned} P\left(\frac{28 - 29.5}{2.26} < \frac{X - 29.5}{2.26} < \frac{29 - 29.5}{2.26}\right) &= P(-0.66 < Z < -0.22) \\ &= P(Z < -0.22) - P(Z < -0.66) = \Phi(-0.22) - \Phi(-0.66) = (1 - \Phi(0.22)) - (1 - \Phi(0.66)) = \\ &= (1 - 0.5871) - (1 - 0.7454) = 0.4129 - 0.2546 = 0.1583 \end{aligned}$$

eli todennäköisyys että koira painaa 28-29k on noin 16%