graphe

Moi

October 28, 2016

Soit $G := (A, S)$ un graphe et $p \in \mathbb{N}^*$.
Soit $n := Card(A)$.
Associons à chaque sommet de G la variable x_i et à chaque couleur une racine $p$ème de l'unité *i.e.* $\forall i \in [\![1, n]\!], x_i^p = 1$.
On impose de plus que si x_i et x_j sont adjacents alors $x_i \neq x_j$. Cela revient à dire que $\sum_{k=0}^{p-1} x_i^k x_j^{p-1-k} = 0$.
En effet, $0 = x_i^p - x_j^p = \underbrace{(x_i - x_j)}_{\neq 0} \sum_{k=0}^{p-1} x_i^k x_j^{p-1-k}$.

G est coloriable avec p couleurs si, et seulement si,
le système $\begin{cases} \forall i \in [\![1, n]\!], x_i^p = 1 \\ \forall i, j \in [\![1, n]\!], x_i \text{ et } x_j \text{ sont adjacents }, \sum_{k=0}^{p-1} x_i^k x_j^{p-1-k} = 0 \end{cases}$ a une solution