

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN

Facultad de Ingeniería Producción y Servicios.

Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica.



Profesor : Dr. Cutipa Luque Juan C.
Curso : Sistemas de Control Avanzado
Grupo : "A"
Trabajo : Lista de ejercicios 3
Alumno : Vásquez Rivera Anthony
CUI : 20153298

Arequipa-Perú

21 de Agosto de 2020

Ejercicios: Esta última lista de ejercicios explora el control LQR, observador de estados y el control H-infinito. Para facilidad, el alumno debe elegir de la literatura un modelo que ya tenga la planta linealizada. Esta planta debe ser multivariable (MIMO), cuadrada (mismo número de entradas y mismo número de salidas), de fase mínima y con al menos dos entradas y dos salidas. Se evitan plantas repetitivas entre colegas y, para eso, el alumno debe decidir el modelo anticipadamente recibiendo la aprobación del profesor.

1. Represente la planta GN en matriz de transferencia indicando las magnitudes físicas de sus variables y el valor de sus parámetros.

La planta a desarrollar es la de un motor de corriente continua de campo fijo y para ello se consideró algunos parámetros que se muestran en la tabla 2. Este es un sistema MIMO con dos variables de entrada y dos variables de salida como se detalla en la tabla 1.

Tipos de variables	Dimensión	Indicador
Variables de entrada	Angulo de rotación de referencia	Posición angular
	Velocidad de referencia	Velocidad angular
Variables de salida	Angulo de rotación en el eje	Respuesta en el tiempo del error, señal de control, posición y velocidad angular.
	Velocidad angular de salida en el eje	

Tabla 1. Variables del sistema MIMO

Parámetros	Valores
Resistencia, R	2.7 Ω
Inductancia, L	0.004 H
Fuerza Electromotriz, K	0.105 Nm A ⁻¹
Momento de Inercia, J	0.0001 Kg m ²
amortiguación, B	0.0000093 Nms rad ⁻¹

Tabla 2. Parámetros y valores del motor

A continuación, se muestra las matrices A, B, C y D con los parámetros reemplazados.

$$A = \begin{bmatrix} -675 & -26.25 \\ 1050 & -0.093 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 250 & 0 \\ 0 & 250 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ya que tenemos las matrices, podemos formar la función de transferencia de la planta, para esto se ingresan las variables ap=A, bp=B, cp=C y dp=D. Con el comando "ss2tf" obtenemos nuestra función de transferencia y la guardamos en la variable "tf".

//Motor DC

//Autor: Vasquez Rivera Anthony A.

//Sistema de Control Avanzado

ap= [-675,-26.25;1050,-0.093]// Matrix A

bp = [250,0;0,250]// Matrix B

cp = [1,0;0,1]// Matrix C

dp = 0*ones(2,2)// Matrix D

Gs= syslin("c",ap, bp, cp, dp)//Linear system definition

[tf]=ss2tf(Gs)//Conversion from state-space to transfer function

tf =

$\frac{23.25 + 250s}{27625.275 + 675.093s + s^2}$	$\frac{-6562.5}{27625.275 + 675.093s + s^2}$
$\frac{262500 + 1.137D - 13s}{27625.275 + 675.093s + s^2}$	$\frac{168750 + 250s}{27625.275 + 675.093s + s^2}$

2. Calcule los polos y ceros de transmisión de la planta.

Obtenemos los polos y ceros de la transmisión de la planta con el comando "plzr"

// Calculation of poles and zeros of the plant //

plzr(tf);// Pole-zero plot

scf(1);

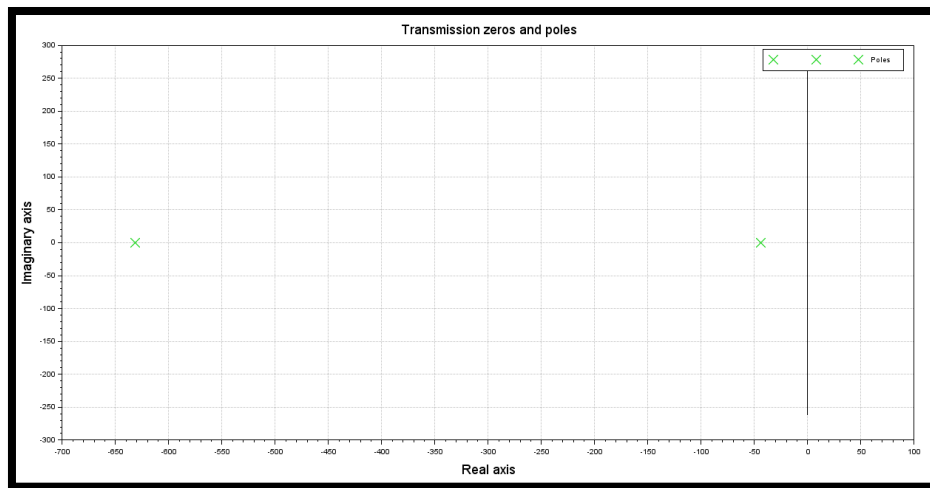


Figura 1. Polos y ceros de la planta

Como podemos observar en la figura 1, tenemos dos polos ubicados en el eje real negativo, por lo que podemos afirmar que nuestro sistema es estable.

3. Defina las barreras de estabilidad y desempeño para el sistema controlado y plotee dichas barreras en relación a la frecuencia.

Definimos las barreras de estabilidad y desempeño con una amplitud de 40dB para baja frecuencia y -40dB para alta frecuencia.

// Definition of stability and performance barriers //

```
w=logspace(-3,3,400);
a=200;b=130;c=70;
x1=40*ones(1,a); x2=60*zeros(1,b); x3=-40*ones(1,c);
xt=[x1 x2 x3];
x4=[5*ones(1,100) 0*zeros(1,300)];
scf(2);
plot2d("ln", w, x4,3, rect=[10^-1 -60 10^3 60])
plot2d("ln", w, xt)
xgrid(12)
xtitle("Stability Barriers","Frequency w(rad/s)", "Amplitude (dB)");
```

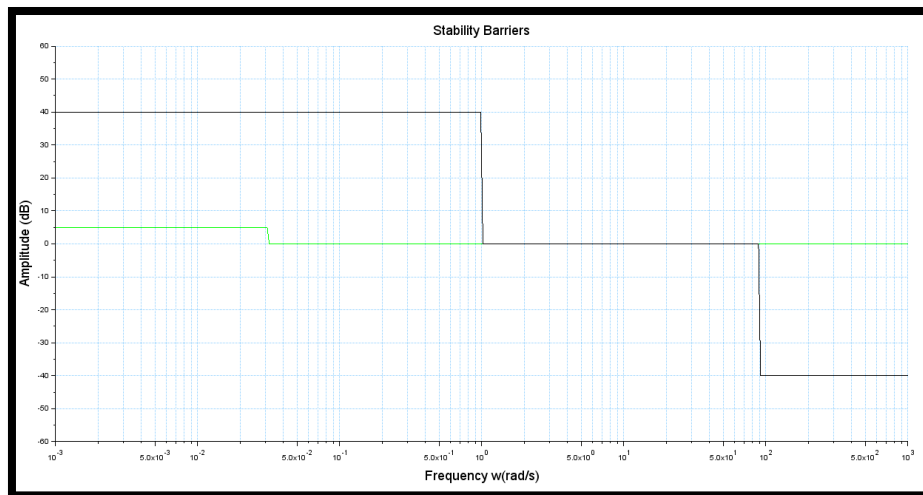


Figura 2. Barreras de estabilidad

La figura 2 muestra las barreras de estabilidad definida en el código que va desde los 40dB hasta los -40dB en alta frecuencia.

4. Calcule los valores singulares de la planta.

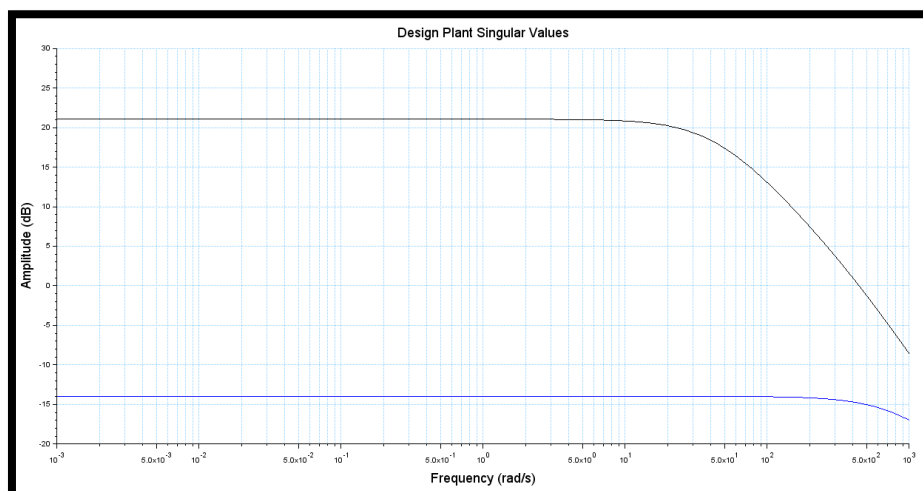
Para el cálculo de los valores singulares de la matriz A, que empleó el comando “svd” y el resultado lo guardamos en la variable s.

```
s= svd(ap);
```

Resultado:

s =

```
1273.116
250.97755
0.
0.
```



5. Plotee los valores singulares máximos y mínimos de GN en relación a la frecuencia.

Ahora se procede a plotear los valores singulares con el comando svplot y observaremos los valores máximos y mínimos.

// Plot of maximum and minimum singular values //

```
tri = trzeros(Gs)//Transmission zeros and normal rank
w = logspace(-3,3);
svi = svplot(Gs,w);//Singular-value sigma-plot
scf(3);
plot2d("ln", w, 20*log(svi)/log(10))
xgrid(12)
xtitle("Design Plant Singular Values","Frequency (rad/s)", "Amplitude (dB)");
```

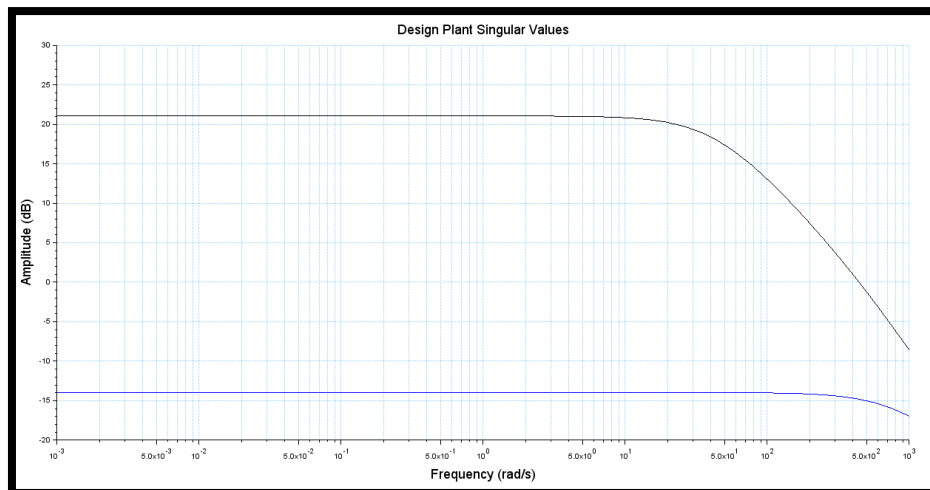


Figura 3. Ploteo de valores singulares máximo y mínimos.

Como podemos observar en la figura 3, el valor singular máximo empieza ligeramente por encima de los 20dB y a medida que aumentamos la frecuencia ira bajando la amplitud y podemos afirmar de que en altas frecuencias tendrá mayor rechazo al ruido.

6. Diseñe un controlador óptimo LQR (lineal cuadrático), asumiendo que conoce todos los estados.

Para el diseño del controlador optimo LQR debemos añadir un integrador a la planta y con esto haremos que obtengamos nuevas matrices las cuales llamaremos A_i , B_i , C_i y D_i .

Una vez que tenemos una planta aumentada hallaremos los valores singulares y compararemos con los resultados antes obtenidos.

```
//Añadimos un integrador a la planta //
```

```
/ We add an integrator to the plant //
```

```
[ns,nc]=size(bp); // ns = number of entries; nc = number of controls  
Ai=[ap,bp;0*ones(nc,ns),0*ones(nc,nc)]; //Matrix A with integrator  
Bi=[0*ones(ns,nc); eye(nc,nc)]; //Matrix B with integrator  
Ci=[cp 0*ones(nc,nc)]; //Matrix C with integrator  
Di=0*ones(nc,nc); //Matrix D with integrator  
sysi=syslin('c',Ai,Bi,Ci,Di);  
I=eye(nc); //Identity matrix
```

```
// Calculation and plotting of singular values with integrator //
```

```
tri = trzeros(sysi)  
w = logspace(-3,3);  
svi = svplot(sysi,w);  
scf(4);  
plot2d("ln", w, 20*log(svi)/log(10))  
xgrid(12)  
xtitle("Design Plant Singular Values","Frequency (rad/s)", "Amplitude  
(dB)");
```

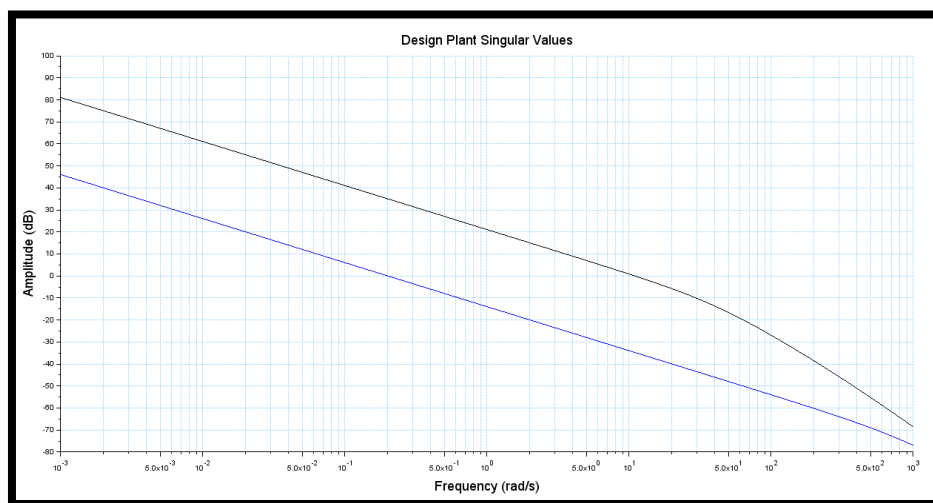


Figura 4. Valores singulares con planta aumentada

Comparamos la figura 3 con la figura 4 y observamos que nuestro valor singular mínimo ahora empieza en 45 dB aproximadamente y el valor singular máximo también subió de 21 dB a 80 dB.

Para el controlador LQR:

```
// LQR controller //  
C=0.7*Ci'*Ci; // Weighting matrix Q  
rho=1e-1; // Value of rho
```

```
R = rho*eye(nc); // Associated with the cost matrix C
B=Bi*inv(R)*Bi'; // Recalculating B
A=Ai;
```

```
// Riccati in the system //
```

```
X=riccati(A,B,C,'c','eigen');
```

```
// The gain of the controller //
```

```
G=inv(R)*Bi'*X;
```

G =

```
0.775358  0.4681861  16.634185  10.534843
0.5458902  0.3323944  10.534843  7.4306333
```

La ganancia G obtenida usamos el comando “ricatti”. Tendremos como resultado la matriz G, cuya dimensión es de 2x4.

7. Diseñe un observador de estados determinístico considerando que solamente es posible medir algunos estados de la planta.

Para el diseño del observador:

```
// Kalman filter layout //
```

```
ll= inv(cp*inv(-ap)*bp+dp); // Matrix L
```

```
lh = -inv(ap)*bp*ll;
```

```
Lp=[lh,
    ll];
```

```
pnint = eye(nc,nc) // Values for the duality of the Filter
```

```
mu = 0.1; // LQR controller, applying Riccati
```

```
THETA = mu*eye(nc,nc)
```

```
Ah=Ai'; // Calculation of Ah
```

```
Bh=Ci'*inv(THETA)*Ci; // Calculation of Bh
```

```
Ch=Lp*Lp'; //Calculation of Ch
```

```
Xh=riccati(Ah,Bh,Ch,'c','eigen'); // Riccati application to the system
```

```
// Calculation of the gain of H
```

```
H=(inv(THETA)*Ci*Xh)';
```

```
sysh = syslin('c',Ai,H,Ci,Di);
```

H =

```
3.1622777  1.426D-14
-4.182D-13  3.1622777
```



```
8.5381497 0.3320392  
-13.281566 0.0011764
```

Obtenemos la matriz H, que tiene una dimensión de 5x2

```
// Calculation of singular values of the filter //
```

```
trh = trzeros(sysh)  
w = logspace(-3,3);  
svh = svplot(sysh,w);  
scf(5);  
plot2d("ln", w, 20*log(svh')/log(10))  
xgrid(12)  
xtitle("Singular Values - Kalman Filter","Frequency (rad/s)","Amplitude (dB)");
```

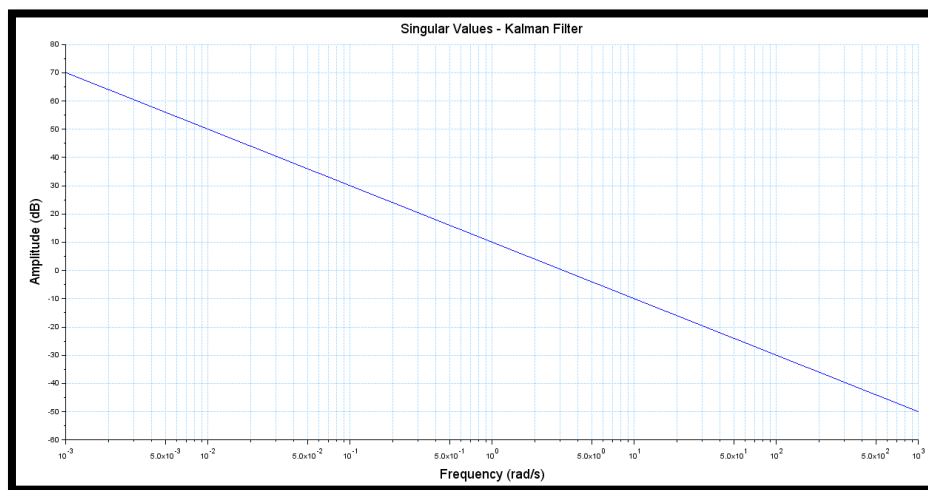


Figura 5. Filtro de Kalman.

En la figura 5 podemos ver la respuesta de nuestro sistema con un filtro de Kalman, el cual reduce la estimación de los estados.

8. Con el controlador y el observador proyectados anteriormente, forme la estructura del compensador K(s).

Generamos las matrices Ak, Bk, Ck y Dk, las cuales fueron generadas par obtener los resultados de la planta con el controlador.

```
//Compensator//
```

```
Ak = [ Ai-Bi*G-H*Ci  0*ones(ns+nc,nc)  
      G              0*ones(nc,nc) ]//Matrix A with compensator  
Bk = [ H  
      0*ones(nc,nc) ]//Matrix B with compensator  
Ck = [ 0*ones(nc, ns+nc) eye(nc,nc) ]//Matrix C with compensator  
Dk = 0*ones(nc,nc);//Matrix D with compensator
```

```
sysk=syslin('c',Ak,Bk,Ck,Dk);
```

```
// Calculation of singular values of the compensator //
```

```
trk = trzeros(sysk)
```

```
w = logspace(-3,3);
```

```
svk = svplot(sysk,w);
```

```
scf(6);
```

```
plot2d("ln", w, 20*log(svk')/log(10))
```

```
xgrid(12)
```

```
xtitle("Compensator Singular Values","Frequency (rad/s)", "Amplitude (dB)");
```

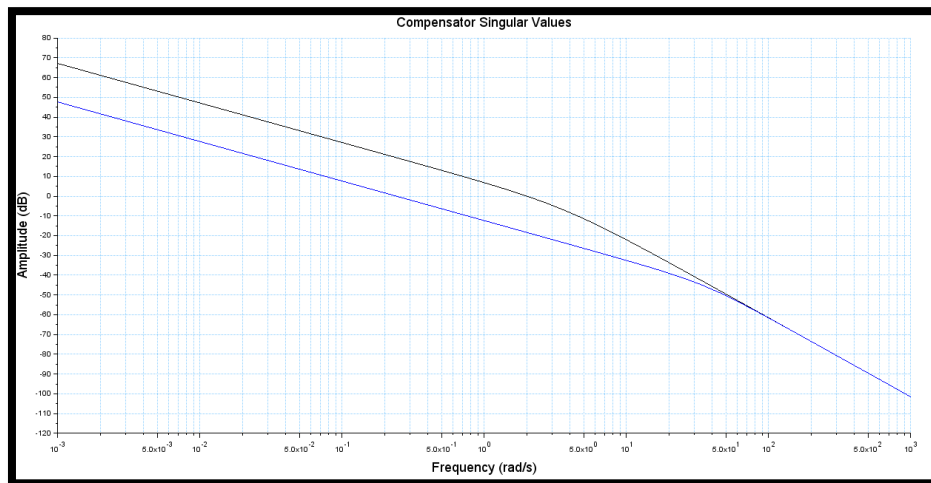


Figura 6. Valores singulares con el compensador

De la figura 6 que son los valores singulares con el compensador, podemos decir de que el diseño de nuestro controlador no es optimo en bajas frecuencias, pero a medida que aumentamos nuestra frecuencia responde mejor a la planta.

9. Plotee las curvas de sensibilidad S y T y de la función de malla GNK. Evalúe si estas respetan las barreras de desempeño (realice gráficos superpuestos).

```
// We analyze in an open loop //
```

```
Abo = [ ap          bp*Ck
        0*ones(ns+nc+nc,ns) Ak ]//Matrix A in open loop
Bbo = [ 0*ones(ns,nc)
        Bk ]
```

```
//Matrix B in open loop
```

```
Cbo = [ cp 0*ones(nc,ns+nc+nc) ]//Matrix C in open loop
```

```
Dbo = 0*ones(nc,nc);//Matrix D in open loop
```

```
sysbo = syslin('c',Abo,Bbo,Cbo,Dbo);
```

```
//Singular values of open loop //
```

```
vsbo = svplot(sysbo,w);
```

```
scf(7)
```

```
plot2d("ln", w, 20*log(vsbo')/log(10))
```

```
xgrid(12)
```

```
xtitle("Singular values plot del bucle abierto","Frequency (rad/s)",  
"Amplitude (dB)");
```

```
xtitle("Compensator Singular Values","Frequency (rad/s)", "Amplitude  
(dB)");
```

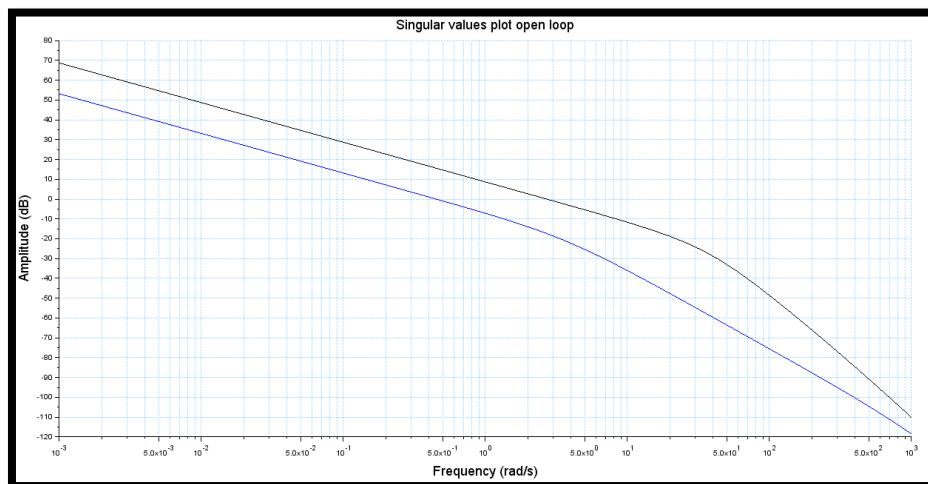


Figura 7. Valores singulares en bucle abierto

Cuando abrimos nuestro sistema, los valores singulares también son positivos, pero están por debajo que los valores singulares obtenidos anteriormente, pero siguen siendo positivos.

```
// Sensitivity analysis of S //
```

```
SS= syslin("c",Abo-Bbo*Cbo, Bbo, -Cbo, eye(nc,nc))
```

```
ssi = svplot(SS,w);
```

```
scf(8)
```

```
plot2d("ln", w, 20*log(ssi')/log(10))
```

```
xgrid(12)
```

```
xtitle("Singular values plot sensibility S","Frequency (rad/s)", "Amplitude  
(dB)");
```

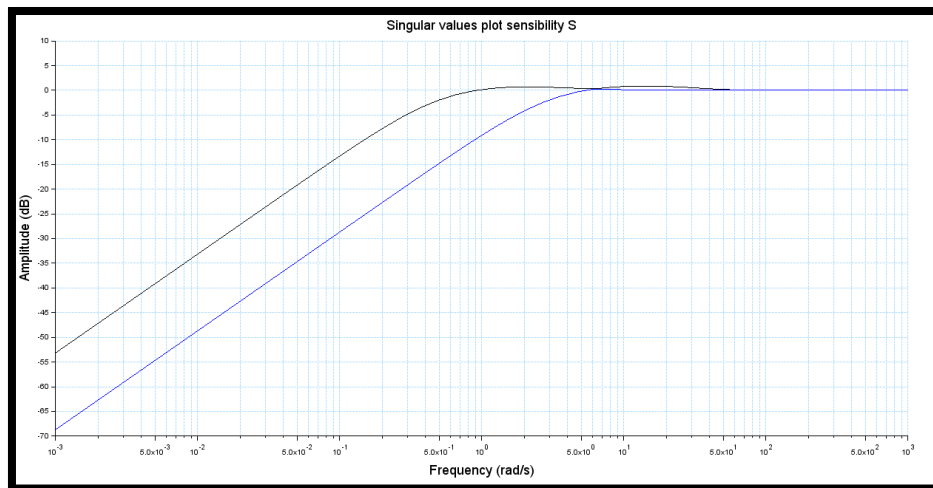


Figura 8. Valores singulares de sensibilidad S

En la figura 8 observamos que nuestro sistema no se estabiliza a bajas frecuencias, pero a medida que subimos en frecuencia se logra estabilizar en 0dB.

// Sensitivity analysis of T //

```
ST= syslin('c',Abo-Bbo*Cbo, Bbo, Cbo, Dbo)
sti = svplot(ST,w);
scf(9)
plot2d("ln", w, 20*log(sti')/log(10))
xgrid(12)
xtitle("Singular values plot Sensibility T", "Frequency (rad/s)", "Amplitude (dB)");
```

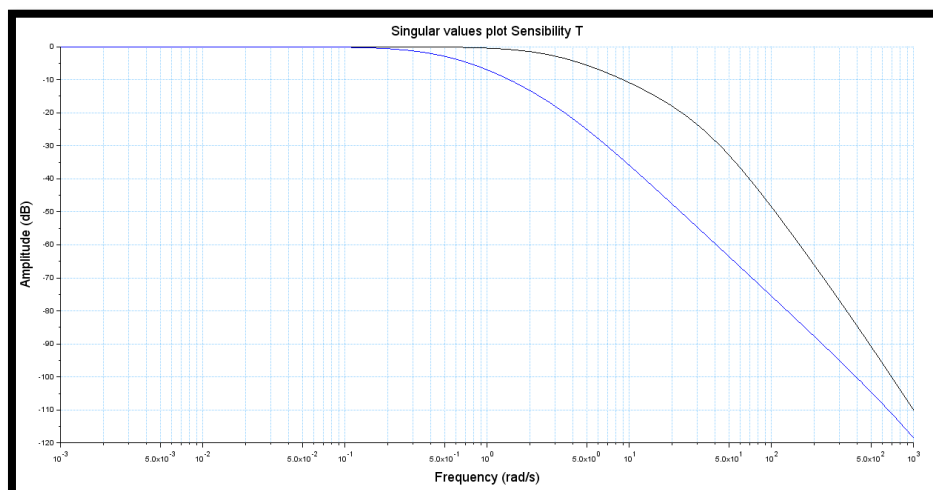


Figura 9. Valores singulares de sensibilidad T

En la figura 9 los valores singulares a baja frecuencia son casi iguales, pero a medida que aumentamos nuestra frecuencia se separan, pero la tendencia a altas frecuencias es que se vuelvan a juntar.

// Analysis of overlapping S and T //

```
scf(10)
plot2d("ln", w, [20*log(ssi')/log(10)])
plot2d("ln", w, [20*log(sti')/log(10)])
xgrid(12)
xtitle("Singular values plot S y T", "Frequency (rad/s)", "Amplitude (dB)");
```

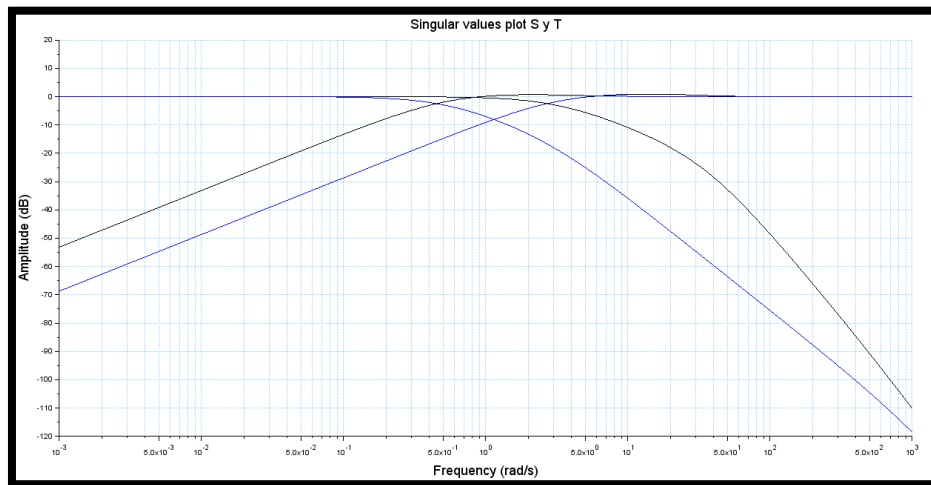


Figura 10. Valores singulares de sensibilidad S y T

La figura 10 muestra los valores singulares de sensibilidad de S y de T, donde vemos que los valores singulares mínimos tienen un cruzamiento a 1 rad/s aproximadamente y los valores singulares máximos se cruzan un poco antes aproximadamente 0.7 rad/s.

CONCLUSIONES

- Se diseñó el controlador y se ha validado su desempeño por medio de la simulación, usando el programa Scilab.
- Se ploteo los valores singulares de la planta propuesta y también se obtuvo los valores singulares de la planta con un integrador.
- Los resultados obtenidos a bajas frecuencias no son tan estables pero conforme aumentamos la frecuencia tienden a la estabilidad.
- La figura 8 muestra los valores singulares de S, la cual tiene un pequeño overshoot pero la estabilidad se produce a altas frecuencias, aproximadamente en 50 rad/s.